

**МАГІСТЕРСЬКА РОБОТА**

МР.АКПм-25.00.00.000 ПЗ

Група АКПм-24-1

**Ростислав Николин**

**2025**

Міністерство освіти і науки України  
Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу  
Факультет автоматизації та енергетики  
Кафедра автоматизації та комп'ютерно-інтегрованих технологій

Николин Ростислав Миколайович

(прізвище, ім'я, по батькові)

УДК 681.5  
(індекс)

## МАГІСТЕРСЬКА РОБОТА

Ідентифікація та оцінка динамічних параметрів відцентрових нагнітачів із  
(назва роботи)

газотурбінним приводом як об'єктів керування

Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології  
(назва освітньої програми)

174 - Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка  
(шифр і назва спеціальності)

### Консультант з нормоконтролю

асистент Л.І. Лагойда  
(посада) (підпис) (дата) (ініціали та прізвище)

### Здобувач освітнього ступеня

АКПм-24-1 Р.М. Николин  
(шифр групи) (підпис) (дата) (ініціали та прізвище)

### Науковий керівник

доцент, к.т.н. А.І. Лагойда  
(науковий ступінь, вчене звання) (підпис) (дата) (ініціали та прізвище)

### Допущено до захисту

### Завідувач кафедри

доцент, к.т.н. А.І. Лагойда  
(посада) (підпис) (дата) (ініціали та прізвище)

### Рецензент

доцент, к.т.н. І.І. Чигур  
(посада) (підпис) (дата) (ініціали та прізвище)

Робота містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

**Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу**

(повне найменування закладу вищої освіти)

Факультет автоматизації та енергетики

Кафедра автоматизації та комп'ютерно-інтегрованих технологій

Освітній рівень другий (магістерський)

Спеціальність 174 - Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та

(шифр і назва)

робототехніка

**ЗАТВЕРДЖУЮ**

Завідувач кафедри АКІТ

(А.І. Лагойда)

«   »                      20   року

**З А В Д А Н Н Я  
НА МАГІСТЕРСЬКУ РОБОТУ СТУДЕНТОВІ**

Николин Ростислав Миколайович

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи Ідентифікація та оцінка динамічних параметрів відцентрових нагнітачів із газотурбінним приводом як об'єктів керування

керівник роботи Лагойда Андрій Іванович, к.т.н., доцент

(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом закладу вищої освіти від «10» листопада 2025 року № 699/7

2. Строк подання студентом роботи 08.12.2025

3. Вихідні дані до роботи Матеріали практик, науково-технічні журнали, довідники

4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити) Вступ. 1. Дослідження динаміки та параметрів відцентрових компресорів газоперекачувальних агрегатів як складових систем керування.

2. Математичне моделювання та ідентифікація процесу компримування газу  
Загальні висновки.

5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень)



## АНОТАЦІЯ

Магістерська робота на здобуття кваліфікації магістра за спеціальністю 174 - «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка» та освітньою програмою - «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології». - Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу. - Івано-Франківськ, 2025.

Досліджено статистичні характеристики продуктивності та ступені підвищення тиску газу відцентрового нагнітача, що в свою чергу дало змогу визначити функцію передачі відцентрового нагнітача газоперекачувального агрегату з газотурбінним приводом. Проведено визначення функції передачі нагнітача, амплітудно-фазової характеристики, перехідної та частотної характеристик, що у подальшому використано у процесі створення системи автоматичного керування.

**Ключові слова:** функція передачі, нагнітач, спектральна густина, статистичні оцінки.

## ANNOTATION

Master's thesis for obtaining a master's degree in specialty 174 - "Automation, computer-integrated technologies and robotics" and educational program - "Automation and computer-integrated technologies". - Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas. - Ivano-Frankivsk, 2025.

The statistical characteristics of the performance and degree of gas pressure increase of the centrifugal supercharger were studied, which in turn made it possible to determine the transfer function of the centrifugal supercharger of a gas pumping unit with a gas turbine drive. The supercharger transfer function, amplitude-phase characteristics, transient and frequency characteristics were determined, which was subsequently used in the process of creating an automatic control system.

**Keywords:** transfer function, supercharger, spectral density, statistical estimates.

## ЗМІСТ

|   |           |
|---|-----------|
| <b>ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СИМВОЛІВ, ОДИНИЦЬ, СКОРОЧЕНЬ ТА ТЕРМІНІВ.....</b>   | <b>8</b>  |
| <b>ВСТУП.....</b>   | <b>9</b>  |
| <b>РОЗДІЛ 1</b>   |           |
| <b>ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ ТА ПАРАМЕТРІВ ВІДЦЕНТРОВИХ КОМПРЕСОРІВ ГАЗОПЕРЕКАЧУВАЛЬНИХ АГРЕГАТІВ ЯК СКЛАДОВИХ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ.....</b>     | <b>12</b> |
| 1.1. Наукове обґрунтування методики аналізу динамічних властивостей відцентрового нагнітача у складі газоперекачувального агрегату..... | 12        |
| 1.2. Дослідження статистичних оцінок продуктивності відцентрового нагнітача.....  | 17        |
| 1.3. Дослідження статистичних оцінок ступеня підвищення тиску газу.....   | 29        |
| 1.4. Знаходження функції передачі відцентрового нагнітача газоперекачувального агрегату.....  | 40        |
| Висновки до розділу 1.....  | 47        |
| <b>РОЗДІЛ 2</b>   |           |
| <b>МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ІДЕНТИФІКАЦІЯ ПРОЦЕСУ КОМПРИМУВАННЯ ГАЗУ.....</b>   | <b>49</b> |
| 2.1. Дослідження системи автоматичного регулювання з ПІ – регулятором.....  | 49        |
| 2.2. Дослідження системи автоматичного регулювання з ПІД – регулятором.....   | 51        |
| 2.3. Перевірка стійкості САК із ПІ – регулятором.....   | 52        |
| 2.4. Перевірка стійкості САК із ПІД – регулятором.....  | 53        |
| 2.5. Оцінка якісних показників за перехідними характеристиками.....   | 54        |
| Висновки до розділу 2.....  | 56        |
| <b>ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ.....</b>   | <b>57</b> |

|  |           |
|--|-----------|
| <b>СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....</b> | <b>58</b> |
| <b>ДОДАТКИ.....</b>                    | <b>60</b> |

**ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СИМВОЛІВ, ОДИНИЦЬ,  
СКОРОЧЕНЬ ТА ТЕРМІНІВ**

АПР - антипомпажне регулювання.

$Q$  - продуктивність нагнітача.

ВН - відцентровий нагнітач.

$E$  - ступінь підвищення тиску газу.

ГТС - газотранспортна система.

ДКС - дотискувальна компресорна станція.

ГПА - газоперекачувальний агрегат.

ОК - об'єкт керування.

ПСГ - підземне сховище газу.

КС - компресорна станція.

## ВСТУП

**Актуальність теми.** Однією з ключових проблем автоматизації газотранспортної системи України залишається створення високошвидкісних систем антипомпажного регулювання та захисту відцентрових нагнітачів (ВН), що входять до складу газоперекачувальних агрегатів (ГПА). У структурі газотранспортної системи функціонує 13 підземних сховищ газу (ПСГ) і 81 компресорна станція, на яких експлуатується 765 ГПА загальною потужністю близько 5,6 млн кВт. Із них 455 агрегатів мають газотурбінний привід, що становить понад 82% усього парку ГПА в Україні.

Для забезпечення стабільної роботи системи зберігання та транспортування природного газу необхідно підтримувати надійну та стійку роботу компресорних агрегатів, навіть за умови зміни їхніх динамічних характеристик, а також забезпечити ефективний захист від явища помпажу. З цією метою у практиці регулювання сформувалося два основні підходи: класичний - на основі витратно-напірних характеристик, і динамічний - за коливаннями параметрів у проточній частині нагнітача.

Однак існуючі автоматизовані системи антипомпажного регулювання часто не забезпечують необхідної швидкодії, що знижує надійність їх функціонування на компресорних станціях. Попри те, що методи й алгоритми захисту відцентрових нагнітачів від помпажу поступово інтегруються в системи автоматичного керування ГПА, досі відсутні комплексні моделі та ефективні методи захисту, здатні адекватно враховувати взаємозв'язки між технічними параметрами на вході та виході нагнітача.

**Обґрунтування вибору теми дослідження.** Розв'язання окресленої проблеми можливе шляхом використання динамічних методів, що ґрунтуються на ідентифікації помпажних характеристик газоперекачувального агрегату (ГПА). Водночас, застосування таких підходів супроводжується низкою технологічних, технічних та економічних обмежень, які ускладнюють їх широке впровадження. Тому завдання вдосконалення моделей і методів автоматичного регулювання та

захисту відцентрових нагнітачів (ВН) ГПА від виникнення помпажних режимів на основі глибокого аналізу їхніх динамічних властивостей є актуальним і практично значущим. Реалізація такого підходу дає змогу забезпечити ефективний захист компресора від небезпечних нестійких режимів роботи.

**Мета та завдання дослідження.** Метою даної магістерської роботи є всебічне та результативне дослідження динамічних характеристик відцентрових нагнітачів газоперекачувальних агрегатів (ВН ГПА) з позицій їх розгляду як об'єктів автоматичного керування.

Досягнення поставленої мети забезпечується реалізацією таких основних науково-технічних завдань:

- здійснення детального аналізу ефективності обраних методів визначення динамічних властивостей ВН ГПА;
- ідентифікація ключових параметрів, що найбільш повно відображають технічний стан нагнітача;
- розроблення математичної моделі ВН ГПА як керованого об'єкта;
- синтез системи автоматичного керування із використанням ПІ- та ПІД-регуляторів для підвищення точності та стабільності регулювання.

*Об'єктом дослідження* є явище помпажу у відцентрових нагнітачах газоперекачувальних агрегатів, що функціонують з газотурбінним приводом.

*Предмет дослідження* становлять сукупність методів, спрямованих на дослідження динамічних характеристик і придатних для поглибленого аналізу відцентрових нагнітачів газоперекачувальних агрегатів.

**Методи дослідження.** Проведення теоретичних досліджень ґрунтується на застосуванні методів теорії автоматичного керування, порівняльного аналізу, системного підходу, а також прийомів систематизації та узагальнення отриманих результатів.

**Новизна отриманих результатів** є наступною:

- Проведено аналіз статистичних характеристик продуктивності та ступеня підвищення тиску газу у відцентровому нагнітачі, на основі якого сформовано його передавальну функцію в складі газоперекачувального агрегату.

- Уперше визначено передавальну функцію для відцентрового нагнітача, побудовано його амплітудно-фазові, перехідні та частотні характеристики. Отримані результати використано під час синтезу системи автоматичного керування антипомпажним регулюванням ГПА.

- Виконано вдосконалення системи автоматичного керування шляхом упровадження та порівняльного аналізу ефективності різних типів регуляторів.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами, грантами.** Досліджувана тематика магістерської роботи повністю відповідає діючому Закону України про пріоритетні напрямки розвитку науки та техніки». Базою наукових досліджень являються результати, котрі отримані у результаті проведення науково-дослідних робіт, котрі виконувалися по плану наукових досліджень ІФНТУНГ при роботі над держбюджетними темами: «Синтез комп'ютерних систем та розробка програмного забезпечення для об'єктів нафтогазового комплексу» (ДР № 011U605890), «Науково-організаційні засади нарощування видобутку вітчизняних нафти і газу та диверсифікації постачання енергетичних ресурсів для підвищення енергетичної безпеки України» (ДР № 0115U007099).

**Практичне значення отриманих результатів.** На основі отриманої передавальної функції відцентрового нагнітача газоперекачувального агрегату здійснено синтез оптимальних систем керування із використанням ПІ- та ПІД-регуляторів. Реалізація таких систем забезпечує підвищення ефективності процесів автоматичного регулювання, покращення захисту нагнітача від виникнення помпажу та зростання загальної надійності функціонування газоперекачувального агрегату.

**Структура та обсяг магістерської роботи.** Магістерська робота складається із вступу, двох розділів, висновків, списку використаних джерел та 2 додатків. Повний обсяг магістерської роботи становить 66 сторінок: обсяг основного тексту - 57 сторінок, 39 рисунків; список використаних джерел, що включає 12 найменувань та займає 2 сторінки; 2 додатки на 7 сторінках.

# РОЗДІЛ 1

## ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ ТА ПАРАМЕТРІВ ВІДЦЕНТРОВИХ КОМПРЕСОРІВ ГАЗОПЕРЕКАЧУВАЛЬНИХ АГРЕГАТІВ ЯК СКЛАДОВИХ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ

### 1.1. Наукове обґрунтування методики аналізу динамічних властивостей відцентрового нагнітача у складі газоперекачувального агрегату

Як відомо магістральний трубопровід складається із великої кількості складних систем та інженерних споруджень, котрі повинні працювати у тісній взаємодії між собою, а також мати високий рівень надійності. Вдала взаємодія окремих систем забезпечує безперервний технологічний процес перекачки газу, як основного фактору в газопостачанні міст, а також промислових підприємств.

Домінуючими у даний час на газотранспортних підприємствах є газоперекачувальні агрегати (ГПА) з газотурбінними приводами. Одноступінчаста компресорна машина, яка має осьове підключення газу до робочого колеса та не має охолодження стиснутого газу являє собою Відцентровий нагнітач (ВН) ГПА [1].

Основними завданнями експлуатації ГПА з газотурбінним приводом являються забезпечення надійної, а також безаварійної роботи відцентрових нагнітачів з максимально високою економічністю та підтримання компримування точно по встановленому графіку. Тільки у випадку підтримання динамічних властивостей у межах, які зазначені у паспортній документації устаткування можливе успішне виконання даних задач. Залежності кількісних та якісних показників роботи ГПА від витрати газу представляють собою динамічні властивості [2].

Для відцентрових нагнітачів газоперекачувальних агрегатів визначальними експлуатаційними характеристиками є політропний коефіцієнт корисної дії, питома приведена потужність та ступінь підвищення тиску газу.

Витрата природного газу через відцентровий нагнітач розглядається як один

із головних інтегральних показників, що відображає рівень надійності та економічної ефективності функціонування газоперекачувального агрегату. Визначення цього параметра на компресорних станціях здійснюється за перепадом тиску в конфузорі всмоктувального патрубку нагнітача, що забезпечує необхідну точність вимірювань у процесі експлуатації.

Ступінь підвищення тиску газу є ще одним критичним параметром, який характеризує енергетичну досконалість процесу стискування. Збільшення цього показника, як правило, сприяє зменшенню питомих енергетичних витрат на транспортування газу, що підвищує загальну ефективність роботи агрегату. Водночас для кожного типу відцентрового нагнітача встановлюються нормативно допустимі межі ступеня підвищення тиску, перевищення яких може призвести до порушення режимів роботи, зниження надійності та прискореного зношування елементів компресорного обладнання.

Безконтрольна зміна хоч одного робочого показника ВН призводить до зміни газодинамічної характеристики, а також, і самого перебігу процесу перекачування газу. Поломка устаткування може стати небажаним результатом. З метою запобігання виникнення таких випадків необхідно постійно здійснювати детальне дослідження та аналіз динамічних властивостей ВН.

Аналіз такого класу доцільно проводити аналітичними методами. Цей метод опису динамічних властивостей об'єкта керування з допомогою алгебраїчних та диференціальних рівнянь, побудованих на базі певних фізичних, хімічних та гідравлічних законів. Сукупність даних рівнянь і складатиме математичну модель досліджуваного об'єкта керування [3].

Як відомо формою опису динамічних властивостей об'єкта в найзагальнішій формі є диференціальне рівняння, але воно не надає уяву про передавальні особливості об'єкта керування. Як відомо, одне й те саме диференціальне рівняння може мати кілька розв'язків, вигляд яких залежить від початкової умови та початкового стану об'єкта. Враховуючи це досить поширеним методом для опису властивостей об'єкта керування є операційний. Цей метод полягає у наведенні відповідності між функціями дійсної та

комплексної змінної, яка здійснюється з допомогою перетворення за Лапласом. З урахуванням цього можна отримати передавальну функцію, а саме відношення вихідної величини, до вхідної величини, зображених за Лапласом, за нульових початкових умовах. За допомогою даної залежності можна говорити про зв'язок між вхідною та вихідною величинами у динамічному режимі.

В процесі дослідження роботи ВН ГПА можна зрозуміти, що зміна параметрів ВН ГПА носить випадковий характер. З урахуванням цього при побудові моделі керування процесом не завжди можливо аналітично визначити диференціальні рівняння як для вхідних так і для вихідних величин. Для вирішення даної проблеми є застосування при проведенні розрахунку методу математичної статистики. Як відомо випадкові процеси [4] описують за допомогою наступних статистичних характеристик: дисперсія, автокореляційна функція, математичне сподівання та спектральна густина.

Здійснимо дослідження зв'язку між характеристиками сигналів  $x(t)$  і  $y(t)$ , котрі є відповідно вхідними і вихідними сигналами лінійної динамічної ланки котра має функцією передачі  $W(p)$  відповідно.

Вихідний сигнал  $y(t)$  зв'язаний із вхідним сигналом  $x(t)$  за допомогою відповідного інтеграла згортки:

$$y(t) = \int_0^{\infty} x(t - \tau_1) W(\tau_1) d\tau_1, \quad \tau_1 > 0, \quad (1.1)$$

де  $\tau_1$  - змінна інтегрування;

$W(\tau_1)$  - імпульсна перехідна функція ланки.

Виконавши підстановку виразу (1.1) у наявну загальну формулу з метою визначення взаємної кореляційної функції знайдемо взаємну кореляційну функцію сигналів  $x(t)$  і  $y(t)$ , вважаючи при цьому, що  $x_1(t) = x(t)$  та  $x_2(t) = y(t)$ .

Отож:

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) \left[ \int_0^{\infty} x(t + \tau - \tau_1) W(\tau_1) d\tau_1 \right] dt. \quad (1.2)$$

При зміні порядку інтегрування у правій частині виразу (1.2) створиться

автокореляційна функція вхідного сигналу із аргументом, який рівний різниці  $\tau - \tau_1$ , а формула (1.2) матиме такий вигляд:

$$R_{xy}(\tau) = \int_0^{\infty} R_x(\tau - \tau_1)W(\tau_1)d\tau_1. \quad (1.3)$$

З урахуванням того, що інтеграл (1.3) і (1.1) мають однаковий вигляд, то функцію  $R_{xy}(\tau)$  можна розглядати як результат реакції ланки на вплив, котрий має форму кореляційної функції  $R_x(\tau)$ .

Із виразу (1.3) випливає, що у випадку, коли вхідний сигнал  $x(t)$  представляє собою білий шум, його функція кореляції являтиметься рівною імпульсній функції перехідної ланки. Здійснивши в (1.3) підстановку  $R_x(\tau) = \delta(\tau)$  та з урахуванням властивості дельта-функції, одержимо таке:

$$R_{xy}(\tau) = \int_0^{\infty} \delta(\tau - \tau_1)W(\tau_1)d\tau_1 = \omega(\tau). \quad (1.4)$$

Коли підставити інтеграл згортки (1.1) у вираз автокореляційної функції вихідного сигналу  $y(t)$  та змінити порядок інтегрування отримаємо наступне:

$$R_y(\tau) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \omega(\tau_1)\omega(\tau - \tau_1)d\tau. \quad (1.5)$$

Коли те саме підставити у вираз (1.5) одержимо формулу за допомогою якої можна обчислити дисперсію вихідного сигналу:

$$D_y = \int_0^{\infty} [\omega(\tau_1)]^2 d\tau_1 = \int_0^{\infty} [\omega(t)]^2 dt. \quad (1.6)$$

Отже, можна зробити висновок, що для обчислення дисперсії вихідного сигналу за умови впливу на вхід системи білого шуму необхідно проінтегрувати за часом квадрат імпульсної перехідної характеристики цієї ланки.

Далі розглянемо зв'язок між спектральними щільностями сигналів  $x(t)$  та  $y(t)$ .

Використаємо формулу взаємної спектральної щільності, з урахуванням, що  $x_1(t) = x(t)$ . Підставивши у неї вираз (1.3) для функції  $R_{xy}(\tau)$  та виконуючи деякі перетворення, отримаємо:

$$S_{xy}(j\omega) = \int_0^{\infty} W(\tau_1) e^{-j\omega\tau} d\tau_1 \int_0^{\infty} (\tau - \tau_1) e^{-j\omega(\tau - \tau_1)} d\tau. \quad (1.7)$$

Першим інтегралом є частотно-передавальна функція  $W(j\omega)$ , а другий представляє собою спектральну щільність  $S_x(\omega)$  вхідного сигналу. Отже замість виразу (1.7) ми можемо записати співвідношення між спектральними щільностями:

$$S_{xy}(j\omega) = \int_0^{\infty} W(j\omega) S_x(\omega), \quad (1.8)$$

чи

$$S_{yx}(j\omega) = \int_0^{\infty} W(j\omega) S_x(\omega). \quad (1.9)$$

Вирази (1.8) та (1.9) використовуються для визначення характеристик керованих об'єктів за експериментальними реалізаціями вхідного та вихідного сигналів. Здійснимо спочатку обчислення кореляційних функцій  $R_x(\tau)$  та  $R_{xy}(\omega)$ , а уже потім перейдемо до спектральних щільностей  $S_x(\omega)$  і  $S_{xy}(j\omega)$  [5].

У випадку застосування формули для спектральної густини  $S_y(\omega)$  вихідного сигналу, отримаємо такий вираз:

$$S_y(\omega) = \int_0^{\infty} W(\tau_1) e^{-j\omega\tau_1} d\tau_1 \int_0^{\infty} W(\tau_2) e^{-j\omega\tau_2} d\tau_2 \times \\ \times \int_0^{\infty} R_x(\tau + \tau_1 - \tau_2) e^{-j\omega(\tau + \tau_1 - \tau_2)} d\tau. \quad (1.10)$$

Провівши заміну першого та другого інтегралів функціями  $W(j\omega)$  та  $W(-j\omega)$ , а третього функцією  $S_x(\omega)$ , можемо отримати одне з ключових співвідношень статистичної динаміки, що встановлює зв'язок між спектральними щільностями вхідного та вихідного сигналів.:

$$S_y(\omega) = W(j\omega)W(-j\omega)S_x(\omega), \quad (1.11)$$

чи

$$S_y(\omega) = \{W(j\omega)\}^2 S_x(\omega). \quad (1.12)$$

Отже співвідношення (1.12) засвідчує, що спектральна щільність вихідного сигналу рівна спектральній щільності вхідного сигналу, яка помножена на квадрат



611.4 611.70 612 612.3 612.6 612.90 613.2 613.5 613.8 614.10 614.4 614.70 615 615.3  
615.6 615.9 616.20 616.5 616.8 617.1 617.40 617.7 618 618.3 618.60 618.9 619.2  
619.5 619.80 620.1 620.4 620.70 621 621.3 621.6 621.90 622.2 622.5 622.80 623.1  
623.4 623.70 624 624.3 624.6 624.90 625.2 625.5 625.80 626.1 626.4 626.70 627 627.3  
627.6 627.90 628.2 628.5 628.8 629.10 629.4 629.7 630 630.30 630.6 630.90 631.2  
631.5 631.80 632.1 632.4 632.7 633 633.30 633.6 633.9 634.20 634.5 634.8 635.1  
635.40 635.7 636 636.3 636.60 636.9 637.2 637.50 637.8 638.1 638.40 638.7 639  
639.30 639.6 639.9 640.2 640.50 640.8 641.1 641.4 641.70 642 642.3 642.60 642.9  
643.2 643.50 643.8 644.1 644.4 644.70 645 645.3 645.6 645.90 646.2 646.5 646.80  
647.1 647.4 647.70 648 648.3 648.6 648.90 649.2 649.5 649.80 650.1 650.4 650.70 651  
651.3 651.60 651.9 652.2 652.50 652.8 653.1 653.40 653.7 654 654.3 654.6 654.90  
655.2 655.50 655.8 656.1 656.4 656.70 657 657.3 657.6 657.90 658.2 658.5 658.80  
659.1 659.4 659.70 660 660.3 660.6 660.90 661.2 661.5 661.8 662.10 662.4 662.7 663  
663.3 663.60 663.9 664.2 664.5 664.8 665.10 665.4 665.7 666 666.30 666.6 666.9  
667.2 667.50 667.8 668.1 668.4 668.7 669 669.30 669.6 669.9 670.2 670.5 670.80  
671.1 671.4 671.7 672 672.30 672.6 672.9 673.2 673.50 673.8 674.1 674.40 674.7 675  
675.3 675.60 675.9 676.2 676.50 676.8 677.1 677.4 677.70 678 678.3 678.6 678.9  
679.20 679.5 679.8 680.1 680.40 680.7 681 681.3 681.6 681.90 682.2 682.5 682.80  
683.1 683.40 683.7 684 684.3 684.6 684.90 685.2 685.5 685.80 686.1 686.4 686.70 687  
687.3 687.6 687.90 688.2 688.5 688.8 689.10 689.4 689.7 690 690.30 690.6 690.90  
691.2 691.50 691.8 692.1 692.40 692.7 693 693.3 693.60 693.9 694.2 694.50 694.8  
695.1 695.40 695.7 696 696.3 696.6 696.90 697.2 697.5 697.8 698.10 698.4 698.7 699  
699.30 699.6 699.9 700.2 700.50 700.8 701.1 701.4 701.70 702 702.3 702.6 702.9  
703.20 703.5 703.8 704.1 704.40 704.7 705 705.3 705.60 705.9 706.2 706.5 706.80  
707.1 707.4 707.7 708 708.30 708.6 708.9 709.2 709.50 709.8 710.1 710.4 710.70 711  
711.3 711.60 711.9 712.2 712.50 712.8 713.1 713.40 713.7 714 714.3 714.60 714.9  
715.2 715.50 715.8 716.1 716.40 716.7 717 717.3 717.60 717.9 718.2 718.5 718.80  
719.1 719.4 719.7 720 720.30 720.6 720.9 721.20 721.5 721.8 722.10 722.4 722.7 723  
723.30 723.6 723.9 724.2 724.50 724.8 725.1 725.40 725.7 726 726.30 726.6 726.9  
727.20 727.5 727.8 728.1 728.40 728.7 729 729.3 729.60 729.9 730.2 730.5 730.80

731.1 731.4 731.7 732 732.30 732.6 732.9 733.2 733.50 733.8 734.1 734.4 734.70 735  
 735.3 735.60 735.9 736.2 736.5 736.80 737.1 737.4 737.7 738 738.30 738.6 738.9  
 739.20 739.5 739.8 740.10 740.4 740.7 741 741.3 741.60 741.9 742.2 742.5 742.80  
 743.1 743.4 743.70 744 744.3 744.6 744.90 745.2 745.5 745.8 746.10 746.4 746.7 747  
 747.30 747.6 747.9 748.2 748.5 748.80 749.1 749.4 749.7 750 750.30 750.6 750.9  
 751.20 751.5 751.8 752.1 752.40 752.7 753 753.3 753.6 753.90 754.2 754.5 754.8  
 755.10 755.4 755.7 756 756.4 756.70 757 757.3 757.6 757.90 758.2 758.5 758.8 759.10  
 759.4 759.7 760 760.30 760.6 760.9 761.20 761.5 761.8 762.10 762.4 762.7 763 763.30  
 763.6 763.9 764.20 764.5 764.8 765.1 765.40 765.7 766 766.3 766.6 766.90 767.2  
 767.5 767.8 768.10 768.4 768.7 769 769.30 769.6 769.9 770.20 770.5 770.8 771.10  
 771.4 771.70 772 772.3 772.60 772.9 773.2 773.5 773.80 774.10];

Q=[0.1690240 0.169608 0.167973 0.1685280 0.169900 0.168674 0.1697980  
 0.167871 0.1691260 0.170674 0.169258 0.1708780 0.169229 0.168951 0.1682500  
 0.168601 0.167535 0.1682940 0.168931 0.168615 0.1691850 0.168571 0.168834  
 0.1705570 0.169535 0.168717 0.168543 0.1673020 0.168338 0.167462 0.1679730  
 0.169623 0.171098 0.169638 0.1686450 0.167346 0.169594 0.1671560 0.169540  
 0.169098 0.167871 0.1686010 0.170310 0.169054 0.167623 0.168981 0.170733  
 0.169901 0.1682950 0.169331 0.169901 0.168338 0.170207 0.169638 0.169725  
 0.1687180 0.168017 0.169341 0.169910 0.169922 0.1702690 0.169213 0.169443  
 0.168014 0.168995 0.168115 0.169789 0.1669460 0.169255 0.168591 0.169010  
 0.167394 0.168661 0.1695290 0.168461 0.169697 0.168043 0.169298 0.167971  
 0.169183 0.1704670 0.169645 0.169272 0.168003 0.167492 0.169803 0.170442  
 0.1697920 0.169040 0.167346 0.170223 0.169259 0.1688790 0.169128 0.169756  
 0.168033 0.168894 0.1701640 0.169353 0.168164 0.168777 0.1708210 0.169186  
 0.168325 0.1692590 0.169347 0.168427 0.168065 0.1690110 0.170062 0.168883  
 0.169098 0.1695660 0.168427 0.170807 0.1699860 0.170062 0.168325 0.1694200  
 0.169843 0.1708210 0.169463 0.168516 0.1696290 0.170560 0.169186 0.1694180  
 0.169990 0.169360 0.1683670 0.169567 0.168224 0.1688660 0.170283 0.169333  
 0.169596 0.1693770 0.168749 0.168326 0.170185 0.1710130 0.169455 0.168807  
 0.168239 0.1701660 0.170575 0.170111 0.1692170 0.168633 0.169859 0.172078

0.1713910 0.169903 0.168998 0.169538 0.1704580 0.171202 0.170618 0.169932  
0.169000 0.1712700 0.170248 0.169615 0.168408 0.1694150 0.168963 0.170364  
0.171299 0.1697800 0.170058 0.168656 0.169182 0.1696050 0.170379 0.170175  
0.170992 0.169649 0.167868 0.1683060 0.169812 0.170817 0.169751 0.170387  
0.1699330 0.168437 0.168875 0.170540 0.1683930 0.170160 0.171094 0.169328  
0.1679670 0.169046 0.169605 0.168700 0.1698530 0.168822 0.169445 0.169921  
0.1707590 0.168759 0.168195 0.168095 0.1684500 0.169281 0.170405 0.169375  
0.1711820 0.169544 0.170890 0.1702480 0.169342 0.170394 0.169576 0.168948  
0.1679110 0.169759 0.168773 0.167765 0.1683930 0.167254 0.169999 0.168656  
0.1695120 0.170233 0.168890 0.1694860 0.169065 0.169446 0.169634 0.1692250  
0.1679990 0.168140 0.169371 0.1689480 0.168746 0.169167 0.1681450 0.168656  
0.167503 0.1691090 0.168495 0.167649 0.1688460 0.169444 0.1680140 0.168831  
0.168254 0.1693500 0.170642 0.167598 0.1688460 0.169748 0.169517 0.1693440  
0.170066 0.168937 0.1692140 0.168146 0.167569 0.1695870 0.168040 0.168419  
0.169427 0.1680110 0.167470 0.169996 0.1681270 0.169573 0.169164 0.167616  
0.169047 0.170843 0.1694950 0.168122 0.169130 0.169787 0.170823 0.1688960  
0.169465 0.170517 0.1687180 0.167185 0.169346 0.1684340 0.169682 0.168879  
0.167068 0.168368 0.1697840 0.170003 0.168660 0.168192 0.169214 0.1697840  
0.169404 0.168353 0.1692140 0.170923 0.169544 0.167740 0.1687760 0.169492  
0.168689 0.167462 0.1688930 0.169302 0.170149 0.1681490 0.168747 0.169521  
0.168514 0.1675940 0.168864 0.170426 0.169025 0.1679730 0.169083 0.170339  
0.170645 0.169317 0.1704120 0.168993 0.169068 0.168382 0.1695650 0.169317  
0.170383 0.169517 0.1685280 0.168866 0.169039 0.1694040 0.168864 0.168046  
0.169360 0.169878 0.1707770 0.169700 0.167676 0.1689810 0.169198 0.169286  
0.169763 0.168552 0.1705520 0.170391 0.169486 0.1689460 0.168216 0.169447  
0.1683620 0.168829 0.170158 0.1696800 0.169261 0.168843 0.1706750 0.171253  
0.170156 0.1687990 0.167934 0.169261 0.171022 0.1702280 0.168756 0.168107  
0.169550 0.1685400 0.169896 0.169579 0.1687130 0.170055 0.169637 0.1705310  
0.170286 0.1706760 0.169680 0.168684 0.1696510 0.170387 0.169579 0.169333  
0.169651 0.1689290 0.168597 0.169781 0.168857 0.1704780 0.170026 0.170156

0.170372 0.169377 0.1682370 0.169764 0.170748 0.169552 0.1698670 0.169189  
0.168381 0.1699540 0.169131 0.168727 0.1693990 0.171137 0.170113 0.169795  
0.171758 0.1687270 0.169867 0.171094 0.169983 0.1716710 0.170013 0.168150  
0.168886 0.1695210 0.168939 0.168613 0.169867 0.1674720 0.168742 0.170209  
0.170560 0.1690740 0.170849 0.168092 0.1692470 0.169550 0.167602 0.170416  
0.1695070 0.170358 0.168511 0.167270 0.1686030 0.169449 0.168410 0.1700260  
0.168957 0.1682660 0.168929 0.168973 0.1703580 0.169752 0.166996 0.167876  
0.1685470 0.169333 0.168355 0.1695080 0.170660 0.171041 0.1682820 0.170092  
0.1693860 0.168821 0.168238 0.169523 0.1680040 0.166895 0.169596 0.1694210  
0.168661 0.1683110 0.169640 0.167917 0.1682960 0.167814 0.167216 0.1681060  
0.1692450 0.171100 0.171231 0.1706760 0.169391 0.167712 0.1684280 0.167303  
0.1694350 0.169018 0.169581 0.1698730 0.168632 0.167858 0.1685590 0.168383  
0.168953 0.1698440 0.168413 0.169216 0.169800 0.1701940 0.169026 0.1695520  
0.169917 0.1712600 0.169129 0.168150 0.168836 0.1696980 0.168450 0.1690880  
0.169961 0.1696400 0.168442 0.169041 0.167975 0.1693330 0.168744 0.168097  
0.169245 0.1698000 0.168004 0.169026 0.170209 0.1689830 0.167946 0.169713  
0.1690700 0.169552 0.168543 0.170180 0.1689530 0.167362 0.168851 0.1695520  
0.168054 0.167537 0.1686940 0.169479 0.168369 0.1700480 0.168720 0.170881  
0.168641 0.1692840 0.169605 0.168174 0.1695760 0.168773 0.168481 0.1695470  
0.1675760 0.169433 0.170452 0.1691970 0.167663 0.170116 0.1694150 0.169123  
0.1687440 0.168335 0.169065 0.171109 0.168422 0.1690650 0.170806 0.168657  
0.169664 0.1693140 0.170387 0.171431 0.170444 0.1696640 0.170511 0.169576  
0.17102200 0.170281 0.1692110 0.168730 0.170552 0.1698250 0.170394 0.170774  
0.1720000 0.170772 0.1687150 0.170350 0.1711340 0.1723360];

figure

plot(t,Q),grid

xlim([600.0 774.0])

ylim([0.162 0.176])

Як бачимо рисунок 1.2 практично не відрізняється від наведеного на рисунку 1.1. Даний факт свідчить про те, що даний процес оцифрування

експериментальних даних проведено правильно.

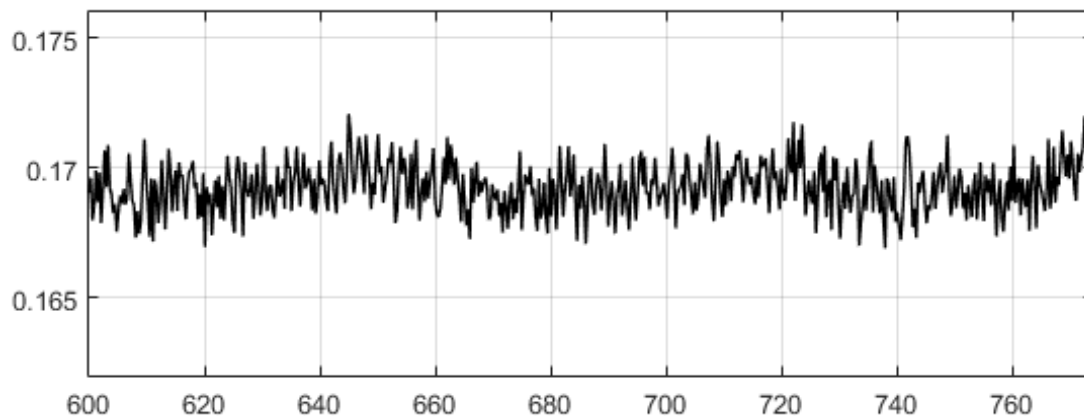


Рис. 1.2. Графік зміни продуктивності  $Q(t)$  у відтвореному вигляді

З урахуванням того, що математичне сподівання випадкової функції  $x(t)$  - являється середньоарифметичним значенням нескінченної кількості реалізацій, тобто такою не випадковою функцією  $M(x)$ , навколо якої групуються усі реалізації даного випадкового процесу та яка повністю визначається за допомогою одномірного закону розподілу, то оцінка математичного сподівання визначатиметься за формулою:

$$m = (1/k) \sum_{i=0}^k x_i, \quad (1.13)$$

чи в середовищі Matlab за допомогою вбудованої функції:

$$M = \text{mean}(Q). \quad (1.14)$$

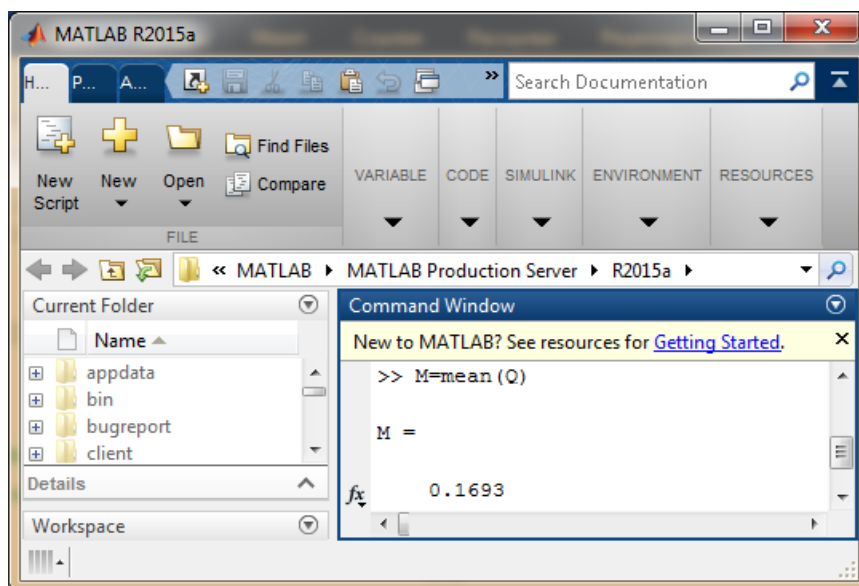


Рис. 1.3. Визначення математичного сподівання

На наступному етапі виконується обчислення дисперсії випадкової величини. Під дисперсією  $D$  розуміють функцію, що описує середнє значення квадрата різниці між поточним значенням випадкової функції та її математичним сподіванням, тобто середній квадрат відхилення випадкової функції від її середнього значення. Цей показник відображає ступінь розсіювання (інтенсивність коливань) значень відносно середнього та визначається на основі одномірного закону розподілу:

$$D = (1/n) \sum_{i=1}^n (N_i - M)^2, \quad (1.15)$$

або в Matlab за допомогою вбудованої функції (рис. 1.4):

$$D = \text{var}(Q). \quad (1.16)$$

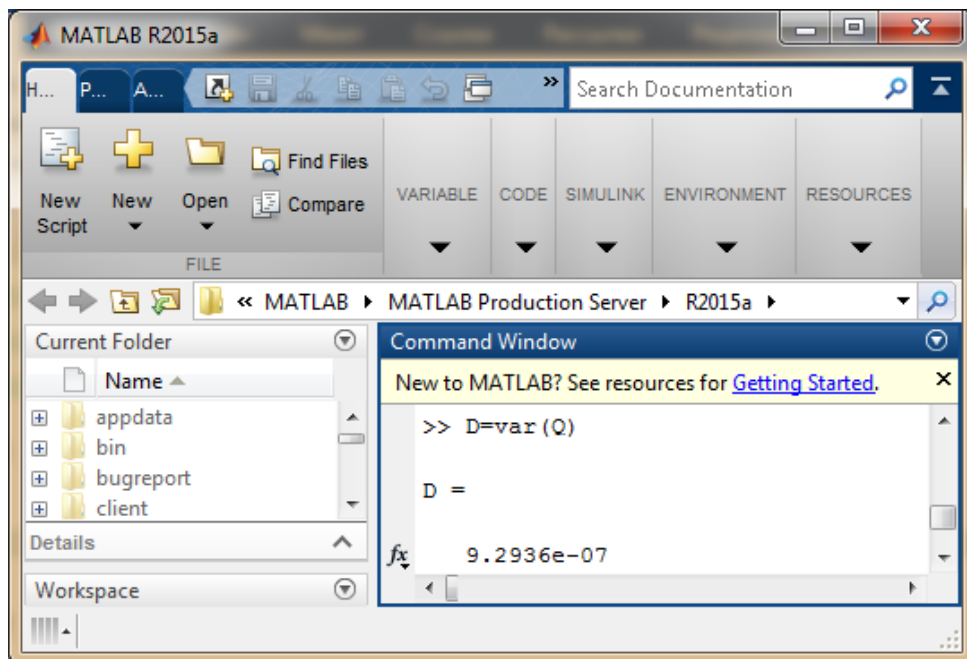


Рис. 1.4. Визначення дисперсії

Середньоквадратичне відхилення, визначається як корінь квадратний з значення дисперсії, отже:

$$\sigma = \sqrt{D}, \quad (1.17)$$

або в Matlab за допомогою вбудованої функції:

$$S = \text{std}(Q). \quad (1.18)$$

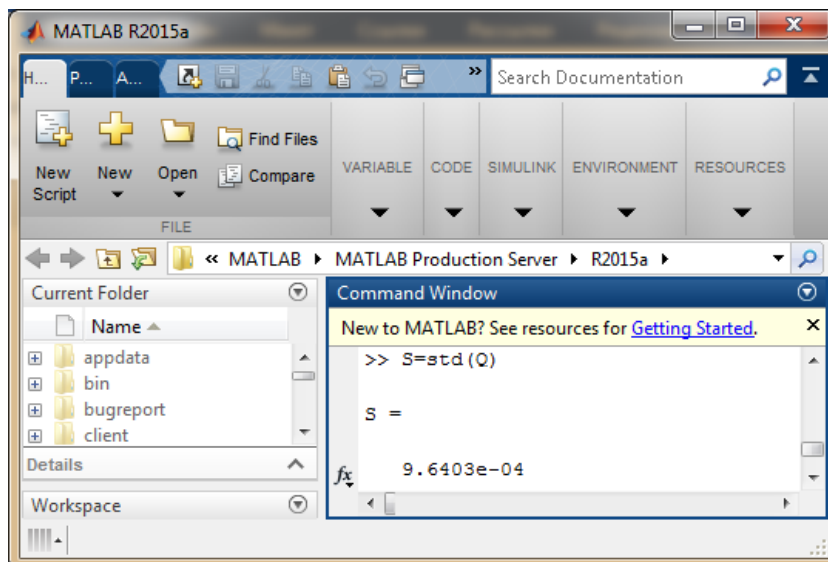


Рис. 1.5. Визначення середньоквадратичного відхилення

З метою оцінки характеру протікання процесу визначимо закон розподілу функції  $x(t)$ .

Розіб'ємо вибіркві дані на окремі інтервали та обчислимо для кожного з них абсолютну й відносну частоти появи.. Упорядковуємо досліджувану вибірку у порядку зростання. З цією метою застосуємо скрипт у Matlab, який наведений на рисунку 1.6.

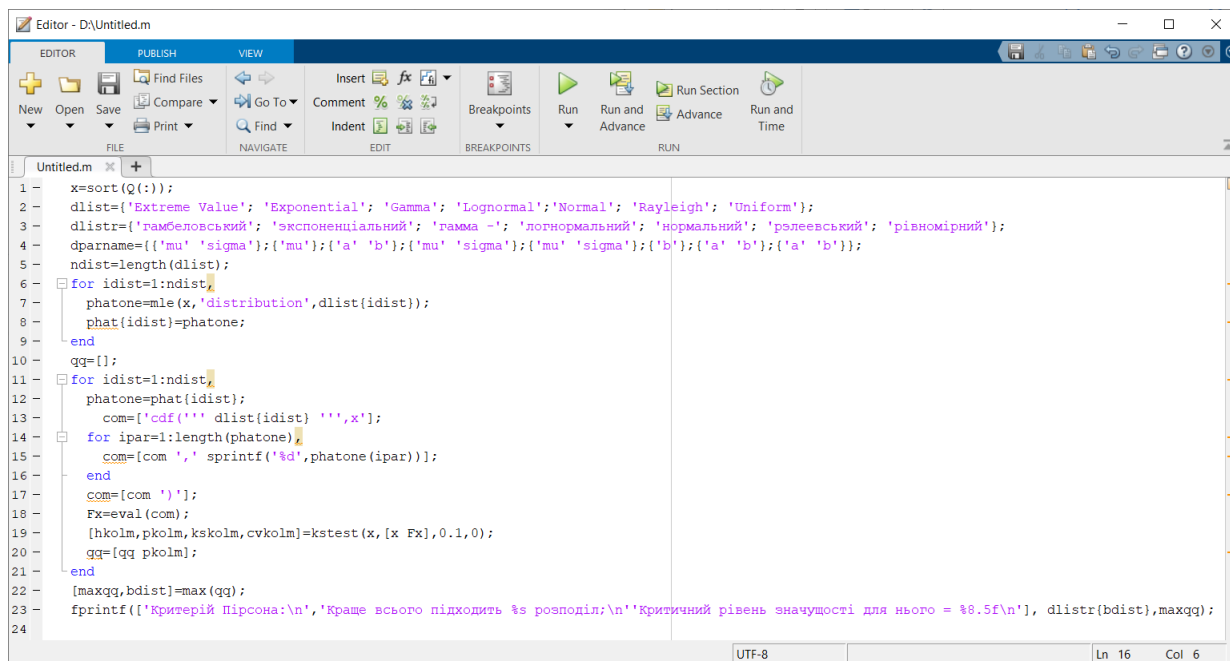


Рис. 1.6. Скрипт для визначення закону розподілу

У результаті роботи програми отримано результат наведений на рисунку 1.7.

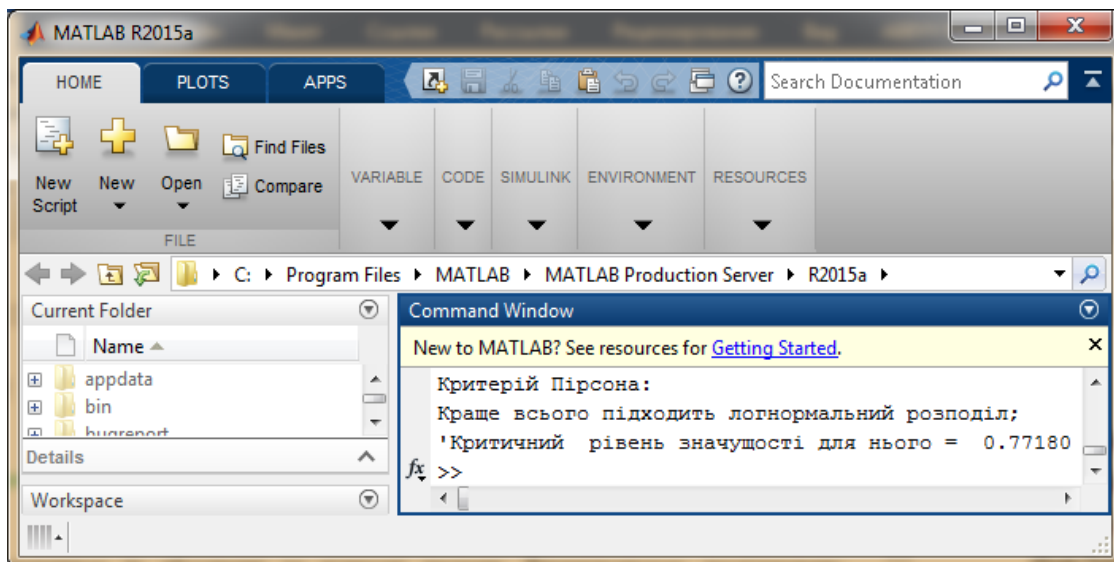


Рис. 1.7. Визначення закону розподілу

Для побудови гістограми густини відносних частот і нанесеного на неї закону розподілу скористаємося скриптом наведеним на рисунку 1.8.

```

1 n=length(x);
2 k=round(n^0.5)-1;
3 [Fi,xi]=ecdf(x);
4 figure
5 ecdfhist(Fi,xi,k),grid
6 del=(max(x)-min(x))/20;
7 xl=min(x)-del;
8 xr=max(x)+del;
9 xpl=linspace(xl,xr,1000);
10 hold on
11 for kdist=bdist:bdist
12     phatone=phat(kdist);
13     com=['pdf('' dlist(kdist) ''',xpl)];
14     for ipar=1:length(phatone)
15         com=[com ',' sprintf('%d',phatone(ipar))];
16     end
17     com=[com ')'];
18     ypl=eval(com);
19     plot(xpl,ypl,'k-')
20     [ym,iym]=max(ypl);
21     h=text(xpl(iym),ym,dlist(kdist));
22     set(h,'FontName','Times New Roman Cyr','FontSize',10)
23 end
24 hold off
25 set(get(gcf,'CurrentAxes'),'FontName','Times New Roman Cyr','FontSize',10)
26 xlim([xl xr]);
27 title('Гістограма') % заголовок
28 xlabel('\itI_{j}') % мітка осі x
29 ylabel('\itn_{j}') % мітка осі y

```

Рис. 1.8. Програма для побудови закону розподілу та гістограми

У результаті виконання програми отримано результати наведені на рисунку 1.9.

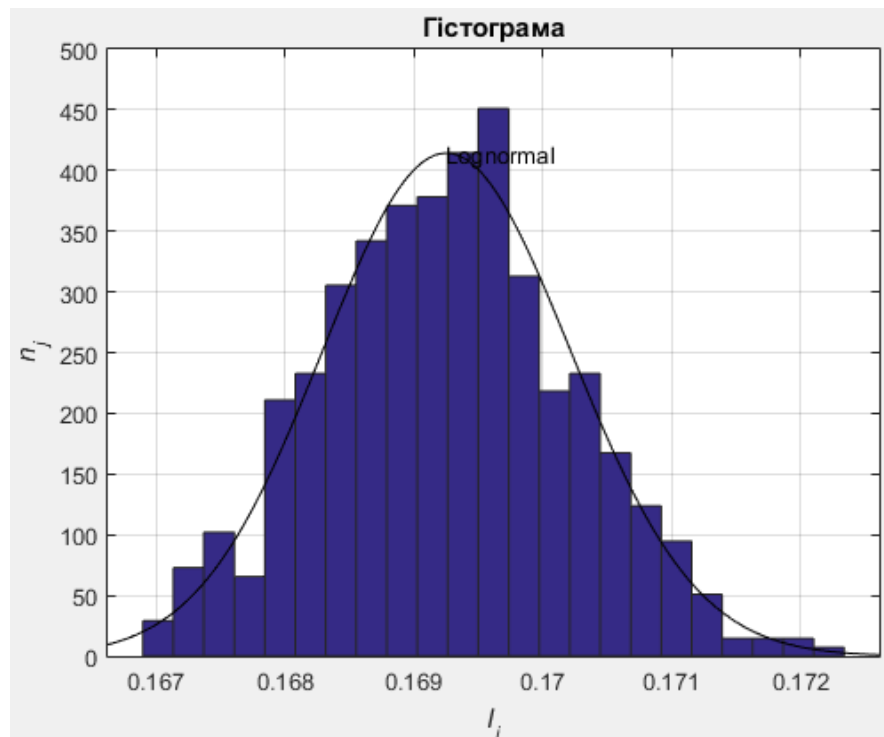


Рис. 1.9. Закон розподілу та гістограма

Для випадкової функції  $x(t)$  одномірний розподіл ймовірностей та похідні з нього характеристики, такі як оцінки математичного сподівання та дисперсії, не дають повної картини динаміки процесу у часі. Щоб врахувати залежності між значеннями процесу у різні моменти, необхідно використовувати двовимірні методи - зокрема функцію спектральної щільності та автокореляційну функцію.

Автокореляційна функція визначається як математичне сподівання добутку центрованих значень процесу, взятих у двох різних моментах часу  $t_1$  та  $t_2$ , і обчислюється за такою формулою:

$$R_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x'(t - \tau)dt, \quad (1.19)$$

де  $\tau$  - кореляційний зсув (лаг) [7].

Беручи до уваги, що досліджувана реалізація випадкової функції  $x(t)$  складається з дискретних значень сигналу, зафіксованих через рівні проміжки

часу  $\Delta t$ , інтеграл (1.19) можна наближено замінити на суму:

$$R_{xx}(\tau) = R(k\Delta t) \approx (1/n - k) \sum_{i=0}^{n-k} x^0(i\Delta t)x^0(k\Delta t + i\Delta t), \quad (1.20)$$

де  $x^0(t) = x(t) - m$  - центроване значення.

З метою визначення автокореляційної функції в програмному продукті Matlab використаємо таку програму:

```
Rxx=autocorr(Q,300);
```

```
>> plot(Rxx),grid
```

У результаті виконання даних операцій отримаємо графік автокореляційної функції  $R_{xx}(k)$  котрий представлений на (рис. 1.10).

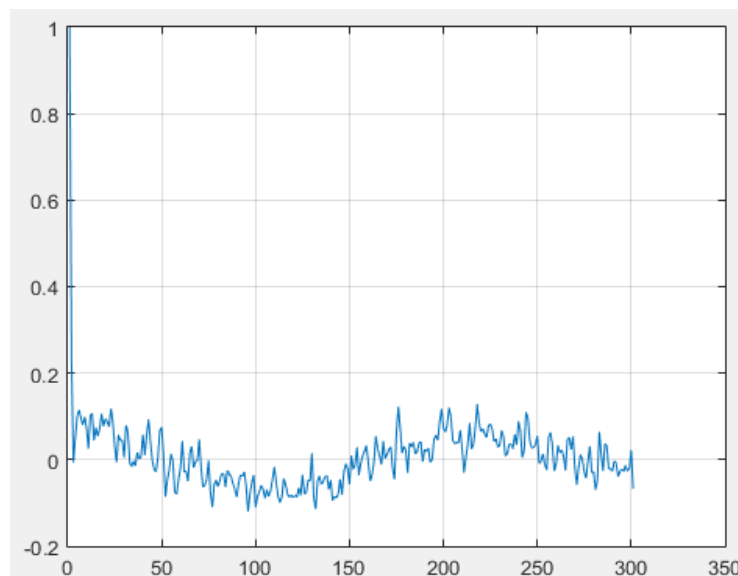


Рис. 1.10. Автокореляційна функція

Результатом проведеної апроксимації є рівнянням автокореляційної функції:

$$y(t) = 4,506e^{-1.506t} \cdot \cos(0,003012t).$$

У випадку статистичного аналізу стаціонарних випадкових функцій доцільно користуватись спектральною густиною випадкових функцій.

Відомо, що спектральна щільність є невід'ємною функцією для всіх частот від 0 до  $\infty$  і не містить інформації про фази окремих гармонічних компонентів. Використовуючи наведене вище рівняння, можна обчислити спектральну щільність за заданою аналітичною автокореляційною функцією  $R(\tau)$ .

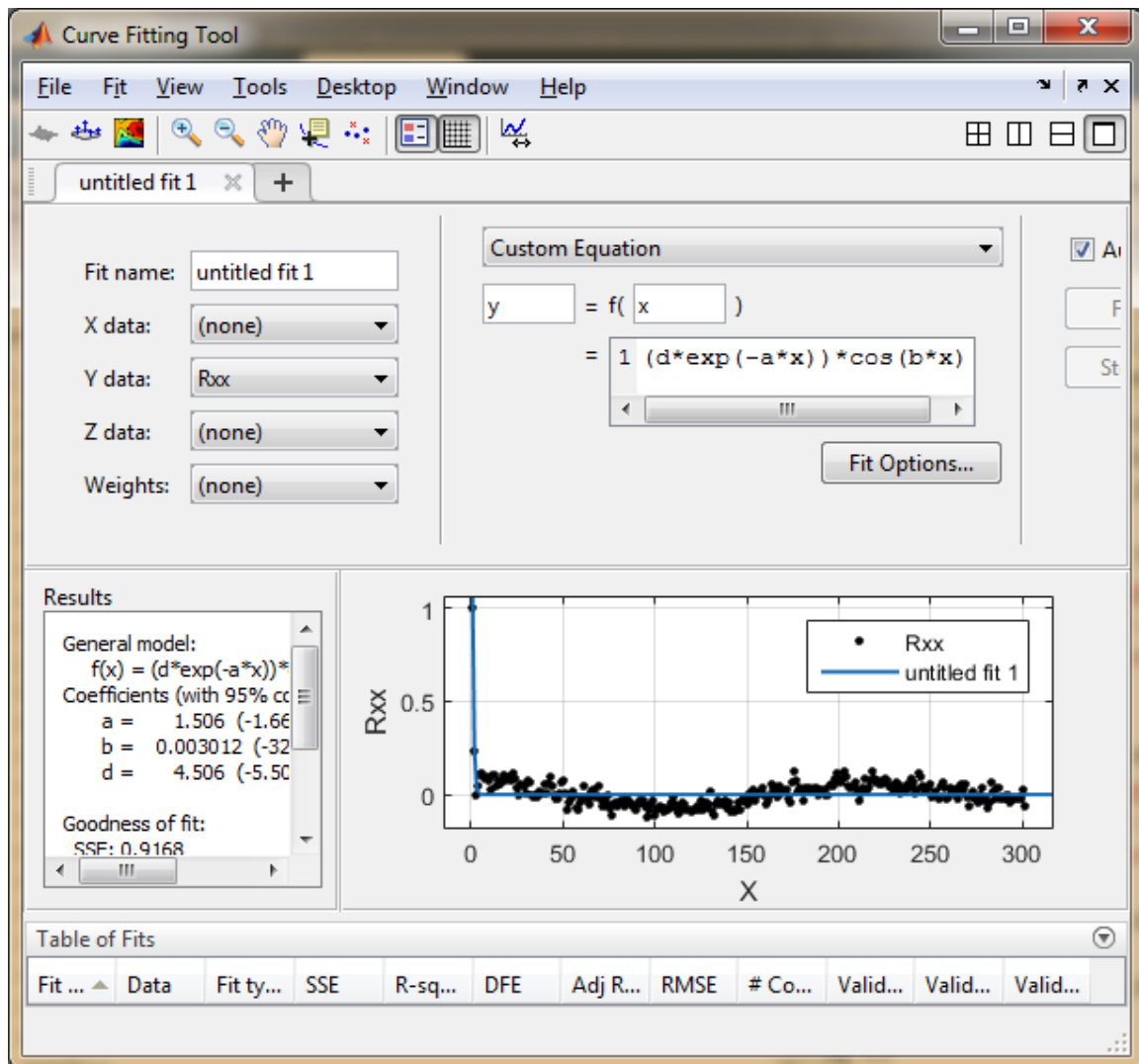


Рис. 1.11. Визначення автокореляційної функції

Отже застосовуючи до кореляційної функції  $R(\tau) = De^{-\alpha\tau}$  певні перетворення, можемо визначити спектральну густину за допомогою формули:

$$S(\omega) = (1/2\pi) \int_0^{\infty} \cos b\tau d\tau De^{-\alpha\tau} = \frac{D\alpha}{\alpha^2 + (b + \omega)^2} + \frac{D\alpha}{\alpha^2 + (b - \omega)^2}.$$

З урахуванням, що  $y(t) = 4,5060e^{-1.5060t} \cdot \cos(0,0030120t)$ , то:

$$S(\omega) = (4,506 \cdot 1,506) / (1,506^2 + (0,003012 - \omega)^2) + (4,506 \cdot 1,506) / (1,506^2 + (0,003012 + \omega)^2).$$

Спектральну густину визначимо використовуючи програму Matlab.

За попередньо отриманими даними побудуємо залежність  $S$  від  $\omega$ . Таким чином ми отримаємо графік спектральної густини  $S(\omega)$  (рис. 1.12).

$w=0:0.10:300;$

$S=6.7860./[2.2680+(0.0030120-w).^2]+6.786./[2.2680+(0.0030120+w).^2];$

`plot(S),grid`

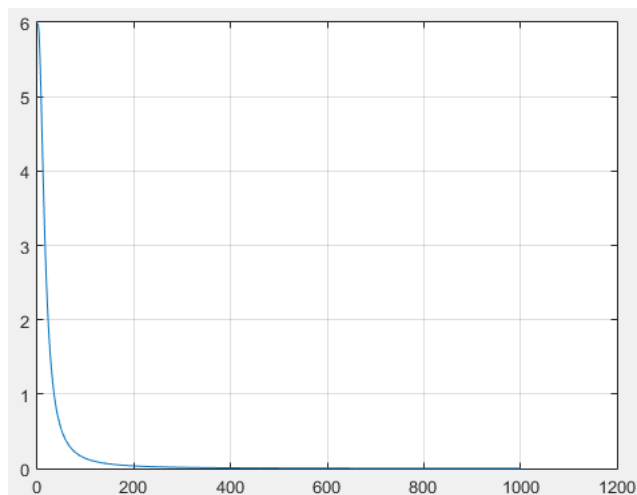


Рис. 1.12. Спектральна густини  $S$  від  $\omega$

### 1.3. Дослідження статистичних оцінок ступеня підвищення тиску газу

Даними для проведення дослідження буде графік зміни ступеня підвищення тиску газу  $E(t)$ , котрий зображений на рисунку 1.13.

Виберемо ділянку, на котрій процес являється стаціонарним(від 10:00.007 хв до 12:54.107 хв тобто від 600,007 с до 774,107 с).

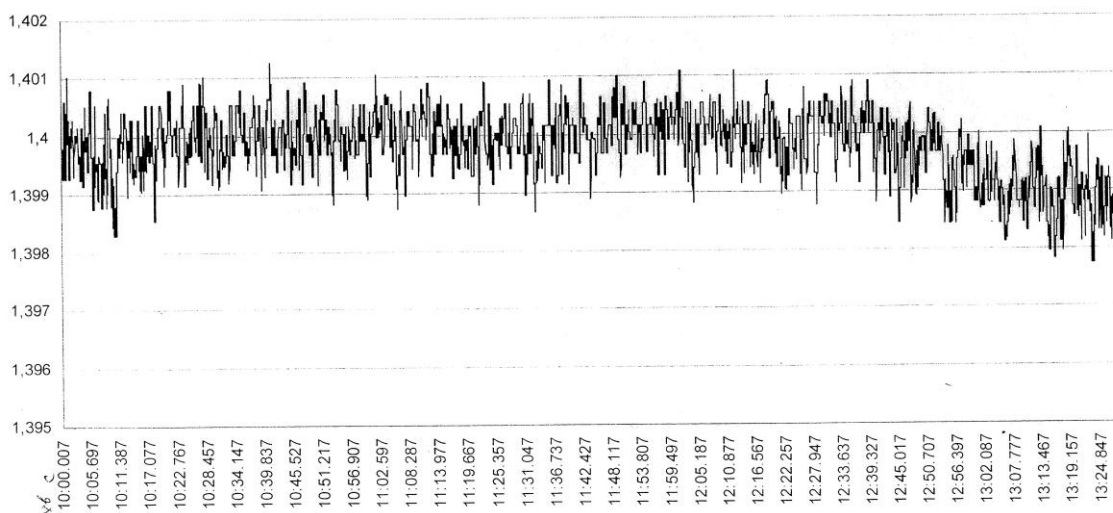


Рис. 1.13. Графік зміни ступеня підвищення тиску газу

Оцифрування графіка, представленого на рисунку 1.13, виконано за

допомогою програмного забезпечення GetData Graph Digitizer 2.24. У середовищі Matlab для статистичного аналізу отриманого масиву даних проведено моделювання відтвореного графіка, що показано на рисунку 1.14.

```
t=[600 600.30 600.6 600.9 601.2 601.50 601.8 602.1 602.4 602.70 603 603.30  
603.6 603.9 604.2 604.50 604.8 605.1 605.4 605.70 606 606.3 606.6 606.90 607.2  
607.5 607.80 608.1 608.4 608.7 609 609.30 609.6 609.9 610.20 610.5 610.8 611.1  
611.4 611.70 612 612.3 612.60 612.9 613.2 613.50 613.8 614.10 614.4 614.7 615  
615.30 615.6 615.9 616.20 616.5 616.8 617.10 617.4 617.7 618 618.30 618.6 618.90  
619.2 619.50 619.8 620.10 620.4 620.7 621 621.30 621.6 621.9 622.2 622.50 622.8  
623.1 623.40 623.7 624 624.30 624.6 624.9 625.2 625.50 625.8 626.1 626.4 626.7 627  
627.30 627.6 627.9 628.2 628.5 628.80 629.1 629.4 629.7 630 630.30 630.6 630.9  
631.2 631.50 631.8 632.1 632.4 632.70 633 633.3 633.6 633.9 634.20 634.5 634.8  
635.1 635.4 635.70 636 636.3 636.6 636.9 637.20 637.5 637.8 638.1 638.40 638.7 639  
639.3 639.6 639.90 640.2 640.5 640.80 641.1 641.4 641.7 642 642.30 642.6 642.9  
643.2 643.5 643.8 644.10 644.4 644.7 645 645.30 645.6 645.9 646.2 646.50 646.8  
647.1 647.4 647.70 648 648.3 648.6 648.90 649.2 649.5 649.8 650.1 650.40 650.7 651  
651.3 651.6 651.90 652.2 652.5 652.8 653.10 653.4 653.7 654 654.3 654.60 654.9  
655.2 655.5 655.8 656.10 656.4 656.7 657 657.3 657.60 657.9 658.2 658.5 658.80  
659.1 659.4 659.7 660 660.30 660.6 660.9 661.2 661.50 661.8 662.1 662.4 662.7 663  
663.30 663.6 663.9 664.2 664.5 664.80 665.1 665.4 665.7 666 666.3 666.60 666.9  
667.2 667.5 667.80 668.1 668.4 668.7 669 669.30 669.6 669.9 670.2 670.50 670.8  
671.1 671.4 671.70 672 672.3 672.60 672.9 673.2 673.5 673.80 674.1 674.4 674.7 675  
675.3 675.60 675.9 676.2 676.5 676.80 677.1 677.4 677.70 678 678.3 678.6 678.90  
679.2 679.5 679.8 680.10 680.4 680.7 681 681.30 681.6 681.9 682.2 682.50 682.8  
683.1 683.4 683.7 684 684.30 684.6 684.9 685.2 685.5 685.80 686.1 686.4 686.7 687  
687.30 687.6 687.9 688.2 688.50 688.8 689.1 689.4 689.7 690 690.30 690.6 690.9  
691.2 691.5 691.80 692.1 692.4 692.7 693 693.30 693.6 693.9 694.2 694.50 694.8  
695.1 695.4 695.70 696 696.3 696.60 696.9 697.2 697.50 697.8 698.1 698.4 698.70 699  
699.3 699.60 699.9 700.2 700.50 700.8 701.1 701.4 701.7 702 702.30 702.6 702.90  
703.2 703.5 703.80 704.1 704.4 704.7 705 705.3 705.60 705.9 706.2 706.50 706.8
```

707.1 707.4 707.70 708 708.3 708.60 708.9 709.2 709.5 709.80 710.1 710.4 710.7 711  
711.3 711.60 711.9 712.2 712.50 712.8 713.1 713.40 713.7 714 714.30 714.6 714.9  
715.20 715.5 715.8 716.10 716.40 716.7 717 717.3 717.6 717.90 718.2 718.5 718.8  
719.10 719.4 719.7 720 720.30 720.6 720.9 721.20 721.5 721.8 722.10 722.4 722.7 723  
723.30 723.6 723.9 724.2 724.5 724.80 725.1 725.4 725.70 726 726.3 726.6 726.9  
727.20 727.5 727.8 728.1 728.4 728.70 729 729.3 729.6 729.90 730.2 730.5 730.8  
731.1 731.40 731.7 732 732.3 732.60 732.9 733.2 733.5 733.80 734.1 734.4 734.7 735  
735.30 735.6 735.9 736.2 736.5 736.80 737.1 737.4 737.7 738 738.30 738.6 738.9  
739.2 739.5 739.80 740.1 740.4 740.7 741 741.30 741.6 741.9 742.2 742.5 742.80  
743.1 743.4 743.7 744 744.30 744.6 744.9 745.2 745.50 745.8 746.1 746.4 746.70 747  
747.3 747.6 747.9 748.20 748.5 748.8 749.1 749.40 749.7 750 750.3 750.6 750.90  
751.2 751.5 751.80 752.1 752.4 752.70 753 753.3 753.6 753.9 754.20 754.5 754.8  
755.1 755.40 755.7 756 756.4 756.7 757 757.30 757.6 757.9 758.2 758.5 758.8 759.10  
759.4 759.7 760 760.3 760.60 760.9 761.2 761.5 761.8 762.10 762.4 762.7 763 763.3  
763.60 763.9 764.2 764.5 764.8 765.1 765.40 765.7 766 766.3 766.6 766.90 767.2  
767.5 767.8 768.1 768.4 768.70 769 769.3 769.6 769.9 770.20 770.5 770.8 771.10  
771.4 771.7 772 772.30 772.6 772.9 773.20 773.5 773.8 774.10];

E=[1.4002820 1.39935 1.40074 1.400124 1.3992490 1.399834 1.4001540  
1.399355 1.39991 1.400027 1.3997110 1.399411 1.3991090 1.400022 1.399762  
1.400328 1.3994520 1.399966 1.400828 1.398750 1.399655 1.400358 1.3995430  
1.399024 1.399645 1.3989270 1.399477 1.400398 1.3987960 1.39989 1.400642  
1.39965 1.399238 1.3989170 1.398308 1.39910 1.399569 1.39991 1.4002460 1.399559  
1.400398 1.399981 1.3989590 1.399691 1.399803 1.4001390 1.399263 1.399414  
1.399568 1.400144 1.3996250 1.399063 1.39962 1.399202 1.399682 1.4005020  
1.399905 1.399579 1.3997920 1.400368 1.398541 1.399655 1.3997830 1.400027  
1.400468 1.400129 1.3998080 1.399121 1.399849 1.400074 1.4007810 1.400221  
1.39965 1.399956 1.4000170 1.400144 1.399233 1.399742 1.4000830 1.400874  
1.400058 1.399121 1.3995380 1.399818 1.399681 1.400007 1.4003460 1.400106  
1.399706 1.400145 1.4006590 1.399504 1.400002 1.40099 1.4003020 1.400058  
1.399334 1.400022 1.3997510 1.399156 1.399942 1.400338 1.3990510 1.39939

1.400157 1.399864 1.3995280 1.399747 1.399935 1.399253 1.3997470 1.400338  
1.39992 1.399666 1.3998640 1.400292 1.400368 1.400735 1.3999710 1.399864  
1.400221 1.399686 1.399452 1.399900 1.400088 1.400216 1.4005170 1.400199  
1.399284 1.399956 1.4003580 1.399075 1.400042 1.3993550 1.399997 1.400282  
1.401199 1.400654 1.40002 1.3997370 1.399671 1.399426 1.399794 1.3999860  
1.400068 1.399423 1.400149 1.3997420 1.400087 1.400781 1.3998440 1.399167  
1.399793 1.399712 1.399439 1.4000680 1.400419 1.39989 1.3991330 1.399854  
1.400874 1.400165 1.3998740 1.399766 1.399634 1.399342 1.4000090 1.400491  
1.399924 1.399109 1.3998840 1.400088 1.400261 1.400665 1.4000930 1.399946  
1.399671 1.3998340 1.398889 1.399487 1.400144 1.4007350 1.400343 1.400098  
1.399859 1.400002 1.3998130 1.399237 1.399671 1.400048 1.399650 1.399844  
1.400502 1.400037 1.3996760 1.39965 1.399727 1.399966 1.3998950 1.400216  
1.400479 1.3988190 1.399538 1.399365 1.400246 1.4000830 1.400358 1.400978  
1.400274 1.400007 1.4000580 1.400317 1.399686 1.4004090 1.400665 1.400241  
1.399823 1.4003480 1.399594 1.400241 1.39954 1.3987260 1.399375 1.400195  
1.400746 1.399696 1.3989590 1.399869 1.400098 1.400241 1.3999880 1.399452  
1.400348 1.399885 1.3998230 1.399272 1.400139 1.400769 1.4003120 1.400221  
1.399869 1.400689 1.4002870 1.399249 1.39962 1.399834 1.4002560 1.400068  
1.400619 1.400173 1.4000370 1.39966 1.399823 1.3997010 1.400479 1.400114  
1.399757 1.3999560 1.399237 1.399859 1.400012 1.3996910 1.399452 1.399818  
1.400502 1.3998190 1.399457 1.399747 1.400007 1.3998440 1.399301 1.399676  
1.400224 1.3999460 1.399655 1.398761 1.400317 1.400272 1.4008970 1.39992  
1.399492 1.3998390 1.400317 1.399109 1.3997390 1.39992 1.399874 1.399452  
1.399823 1.4000170 1.400134 1.400444 1.400104 1.399839 1.3994470 1.400468  
1.399742 1.4000830 1.400144 1.400028 1.39966 1.399891 1.4002110 1.400619  
1.39974 1.39897 1.3995710 1.399712 1.400012 1.400653 1.399881 1.398680 1.399421  
1.399935 1.3997220 1.39963 1.399457 1.400027 1.399253 1.4000320 1.400211  
1.400874 1.400083 1.3993450 1.399864 1.400338 1.399243 1.3998740 1.400216  
1.400769 1.399396 1.399920 1.400595 1.400292 1.399217 1.4000070 1.400084  
1.400173 1.399904 1.3996550 1.399543 1.400194 1.400955 1.3999860 1.400119

1.399908 1.399823 1.3988770 1.399635 1.399941 1.399854 1.39935 1.3997060  
1.400078 1.4002560 1.400584 1.399645 1.400358 1.399823 1.399650 1.399956  
1.400032 1.3997830 1.400297 1.400909 1.400323 1.3998230 1.399237 1.400155  
1.400593 1.4002560 1.39965 1.400002 1.400241 1.3998540 1.400063 1.400312  
1.400256 1.400048 1.399650 1.400017 1.39965 1.400236 1.4008280 1.399701 1.39993  
1.400063 1.400160 1.400083 1.39961 1.400292 1.400363 1.39935 1.4000880 1.400343  
1.399981 1.399350 1.400584 1.399854 1.4000270 1.400328 1.400063 1.40016  
1.399844 1.400261 1.400404 1.401106 1.400270 1.400139 1.399467 1.399864  
1.400353 1.3992380 1.400017 1.399645 1.398819 1.399345 1.3998270 1.400221  
1.399838 1.39935 1.4000530 1.400353 1.400063 1.399772 1.4000480 1.399951  
1.400607 1.399849 1.4003740 1.400216 1.399284 1.399997 1.400480 1.399752  
1.399665 1.4002310 1.399844 1.399477 1.400088 1.3997220 1.399441 1.399727  
1.400822 1.4001850 1.400317 1.400058 1.399156 1.3997110 1.400468 1.399793  
1.400002 1.4003330 1.400152 1.399508 1.39936 1.4001750 1.399732 1.399431  
1.400083 1.3991330 1.399716 1.399859 1.400932 1.4004550 1.399594 1.400217  
1.400502 1.4002210 1.399987 1.399472 1.399996 1.4000780 1.399467 1.399085  
1.399829 1.3997460 1.39936 1.400073 1.40034 1.3999920 1.399842 1.399431  
1.399722 1.4001290 1.400109 1.398993 1.399803 1.4008040 1.399345 1.399716  
1.400074 1.4003480 1.400175 1.400368 1.3995530 1.398761 1.399569 1.399875  
1.4003580 1.400063 1.399879 1.400246 1.4005950 1.400363 1.400173 1.399874  
1.400368 1.3999840 1.399645 1.399243 1.399722 1.3999660 1.400723 1.400053  
1.39965 1.400363 1.3998740 1.399447 1.400002 1.40036 1.4009090 1.400083  
1.399772 1.399121 1.3998640 1.400063 1.400343 1.400088 1.3999050 1.40092  
1.400302 1.400068 1.4003840 1.399885 1.399553 1.398819 1.3998850 1.400032  
1.400256 1.3999920 1.399849 1.399309 1.399722 1.400410 1.399874 1.398889  
1.400058 1.399360 1.399501 1.399691 1.398448 1.3994670 1.399976 1.399462  
1.399166 1.3998190 1.400433 1.399436 1.3987960 1.399573 1.400022 1.399431  
1.3990440 1.399648 1.399778 1.399818 1.399874 1.3993550 1.40002 1.400241  
1.400017 1.399660 1.399885 1.400328 1.399655 1.3996810 1.400048 1.399783  
1.400007 1.3996350];

```
figure
plot(t,E),grid
xlim([600.0 774.0])
ylim([1.3950 1.4020])
```

Як бачимо рисунок 1.14 майже нічим не відрізняється від заданого на рисунку 1.13, що підтверджує, що процес оцифрування проведено правильно.

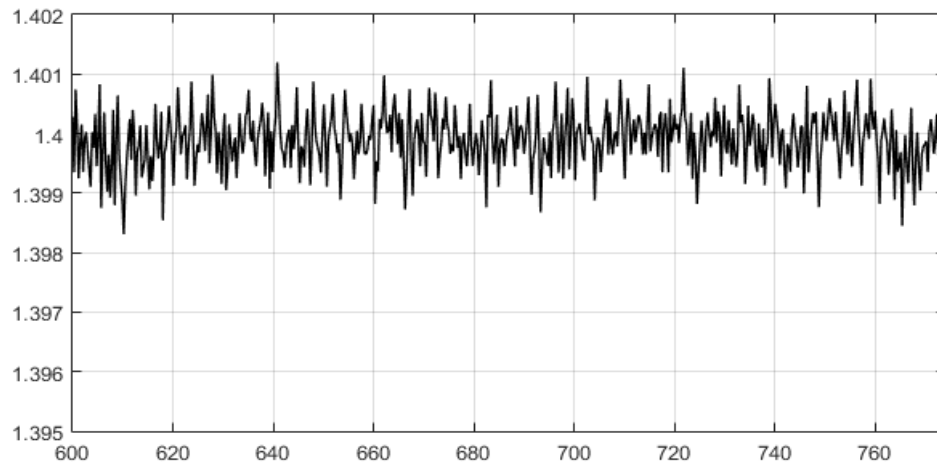


Рис. 1.14. Відтворений графік ступеня підвищення тиску газу

Використовуючи формулу 1.13 та програмний продукт Matlab (1.14) здійснимо визначення математичного сподівання.

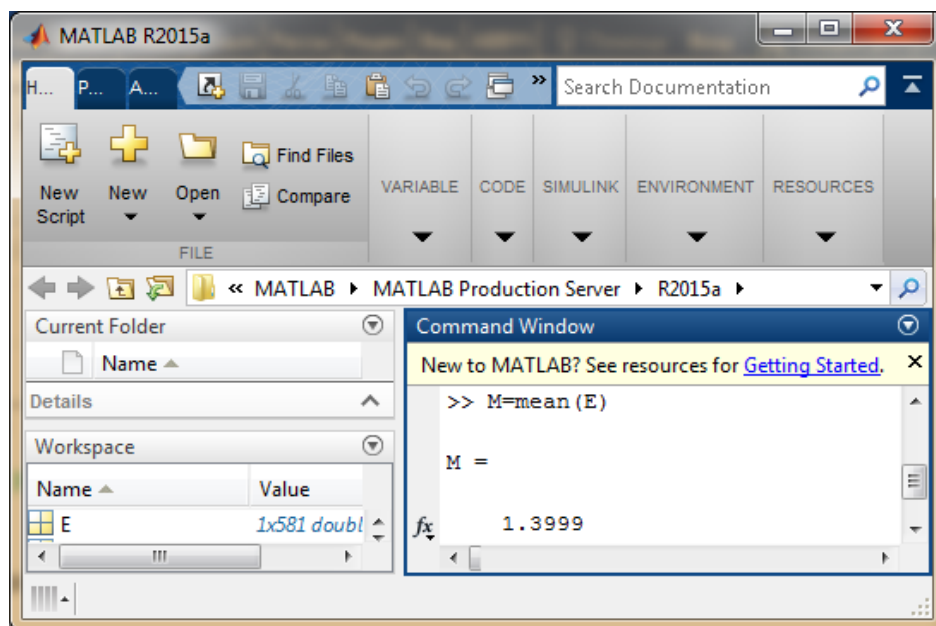


Рис. 1.15. Математичне сподівання ступеня підвищення тиску газу

Використовуючи формулу 1.15 та програмний продукт Matlab (1.16)

здійснимо визначення дисперсії випадкової функції.

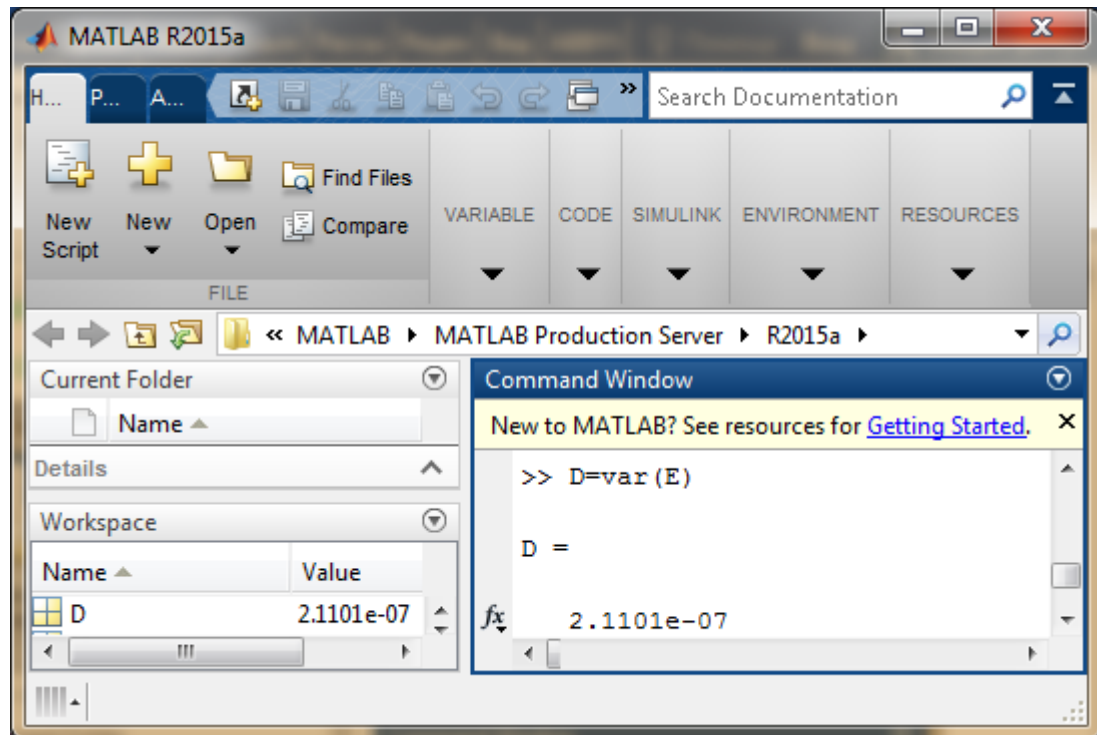


Рис. 1.16. Знаходження дисперсії ступеня підвищення тиску газу

Використовуючи формулу 1.17 та програмний продукт Matlab (1.18) здійснимо визначення середньоквадратичного відхилення.

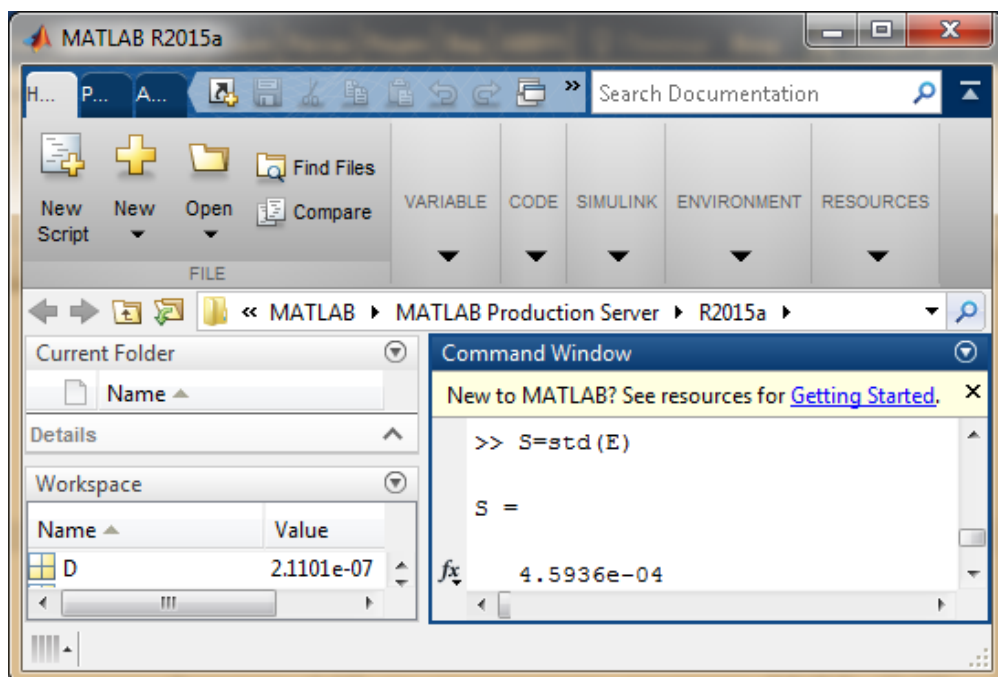


Рис. 1.17. Середньоквадратичне відхилення ступеня підвищення тиску газу

З метою оцінки випадкового процесу за допомогою пакету Matlab визначимо закон розподілу (рис. 1.18).

```

1 x=sort(E(:));
2 dlist={'Extreme Value'; 'Exponential'; 'Gamma'; 'Lognormal'; 'Normal'; 'Rayleigh'; 'Uniform'};
3 dlistr={'гамбеловський'; 'експоненціальний'; 'гамма -'; 'логнормальний'; 'нормальний'; 'релеєвський'; 'рівномірний'};
4 dparname={{'mu' 'sigma'};{'mu'};{'a' 'b'};{'mu' 'sigma'};{'mu' 'sigma'};{'b'};{'a' 'b'};{'a' 'b'}};
5 ndist=length(dlist);
6 for idist=1:ndist;
7     phatone=mle(x, 'distribution', dlist{idist});
8     phat{idist}=phatone;
9 end
10 qq=[];
11 for idist=1:ndist;
12     phatone=phat{idist};
13     com=['cdf('' dlist{idist} ''', x)'];
14     for ipar=1:length(phatone);
15         com=[com ' ' sprintf('%d', phatone(ipar))];
16     end
17     com=[com ' '];
18     Fx=eval(com);
19     [hkolm, pkolm, kskolm, cvkolm]=kstest(x, [x Fx], 0.1, 0);
20     qq=[qq pkolm];
21 end
22 [maxqq, bdist]=max(qq);
23 fprintf(['Критерій Пірсона:\n', 'Краще всього підходить %s розподіл.\n', 'Критичний рівень значущості для нього = %8.5f\n'], dlistr{bdist}, maxqq);

```

Рис. 1.18. Скрипт для визначення закону розподілу

У результаті роботи програми отримано результат наведений на рисунку 1.19.

```

New to MATLAB? See resources for Getting Started.
Критерій Пірсона:
Краще всього підходить гамма - розподіл;
'Критичний рівень значущості для нього = 0.05532
fx >>

```

Рис. 1.19. Визначення закону розподілу функції  $y(t)$

Для побудови гістограми густини відносних частот і нанесеного на неї закону розподілу скористаємося скриптом наведеним на рисунку 1.20.

```

Editor - D:\Untitled4.m
EDITOR PUBLISH VIEW
New Open Save Find Files Compare Print NAVIGATE EDIT Breakpoints Run Run and Advance Run Section Advance Run and Time
FILE BREAKPOINTS RUN
Untitled3.m x Untitled4.m x +
1 - n=length(x);
2 - k=round(n^0.5)-1;
3 - [Fi,xi]=ecdf(x);
4 - figure
5 - ecdfhist(Fi,xi,k),grid
6 - del=(max(x)-min(x))/20;
7 - xl=min(x)-del;
8 - xr=max(x)+del;
9 - xpl=linspace(xl,xr,1000);
10 - hold on
11 - for kdist=bdist:bdist
12 -   phatone=phat{kdist};
13 -   com=['pdf('' dlist{kdist} '',xpl)];
14 -   for ipar=1:length(phatone)
15 -     com=[com ',' sprintf('%d',phatone(ipar))];
16 -   end
17 -   com=[com ')'];
18 -   ypl=eval(com);
19 -   plot(xpl,ypl,'k-')
20 -   [ym,iym]=max(ypl);
21 -   h=text(xpl(iym),ym,dlist{kdist});
22 -   set(h,'FontName','Times New Roman Cyr','FontSize',10)
23 - end
24 - hold off
25 - set(get(gcf,'CurrentAxes'),'FontName','Times New Roman Cyr','FontSize',10)
26 - xlim([xl xr]);
27 - title('Гістограма') % заголовок
28 - xlabel('\itI_{j}') % мітка осі x
29 - ylabel('\itn_{j}') % мітка осі y
UTF-8 Ln 29 Col 33

```

Рис. 1.20. Програма для побудови закону розподілу та гістограми

У результаті виконання програми отримано результати наведені на рисунку 1.21.

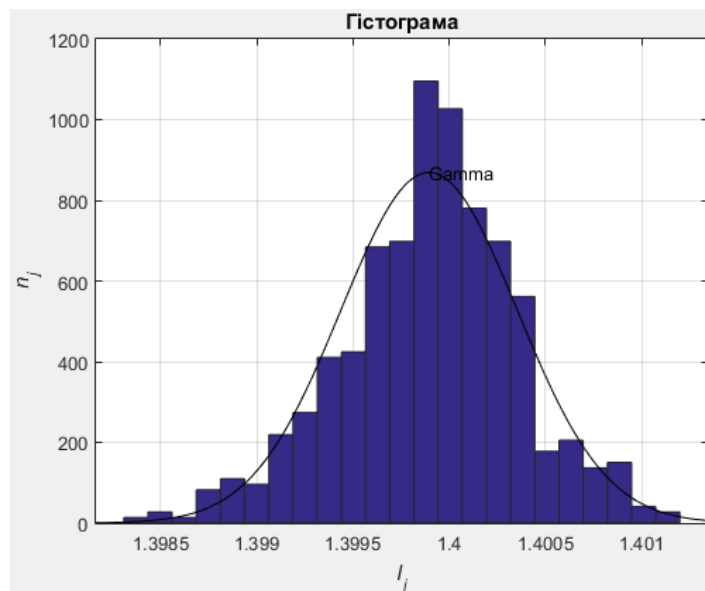


Рис. 1.21. Закон розподілу та гістограма

З метою встановлення зв'язку між значеннями випадкового процесу у різні проміжки часу потрібно дослідити двохмірну функцію розподілу - функцію спектральної густини і автокореляційну функцію.

Для цього використаємо наступний текст програми для Matlab:

```
Rxx=autocorr(E,300.0);
```

```
>> plot(Rxx),grid
```

У підсумку отримаємо графік автокореляційної функції  $R_{xx}(k)$ , який представлений на рисунку 1.22.

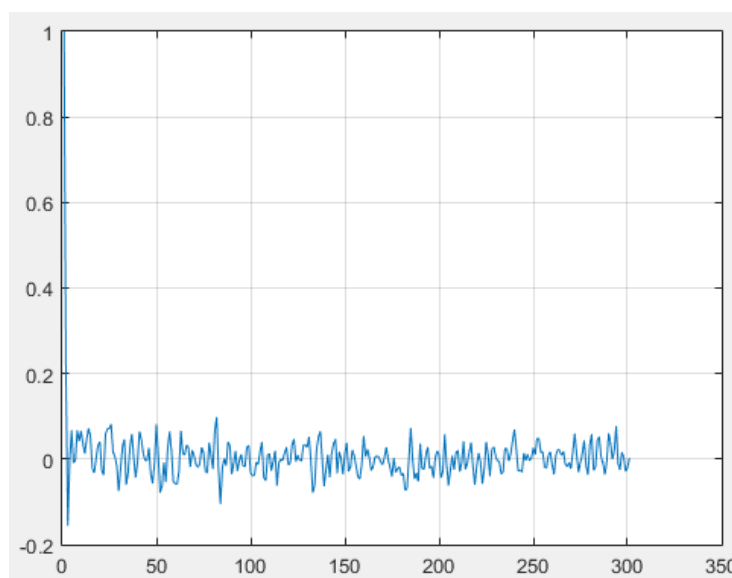


Рис. 1.22. Відображення графіка автокореляційної функції  $R_{xx}(k)$

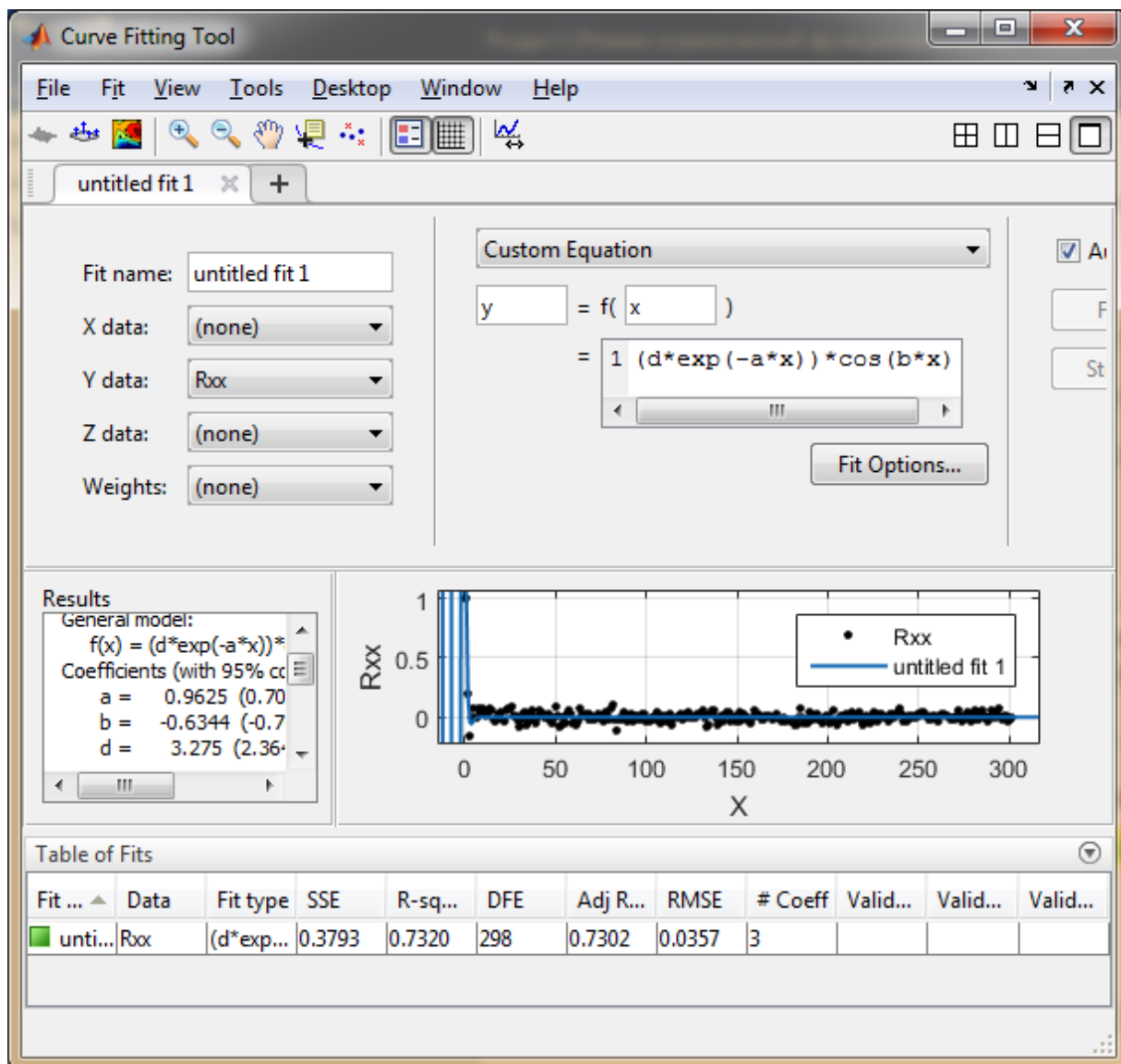


Рис. 1.23. Апроксимація автокореляційної функції

Отже рівнянням автокореляційної функції матиме такий вигляд:

$$y(t) = 3,275e^{-0,9625t} \cdot \cos(-0,6344t).$$

З урахуванням, що  $y(t) = 3,275e^{-0,9625t} \cdot \cos(-0,6344t)$ , спектральна густина набуде такого вигляду:

$$S(\omega) = \frac{3,275 \cdot 0,9625}{0,9625^2 + (-0,6344 - \omega)^2} + \frac{3,275 \cdot 0,9625}{0,9625^2 + (-0,6344 + \omega)^2}.$$

Спектральну густина визначимо використовуючи програму Matlab.

Здійснимо побудову залежність  $S$  від  $\omega$  і таким чином отримаємо графік спектральної густини  $S(\omega)$ , який наведений на рисунку 1.24.

```
w=0:0.10:300.0;
```

```
S=3.15220./[0.92640+(-0.6344-w).^2]+3.15220./[0.92640+(-0.6344+w).^2];
```

```
plot(S),grid
```

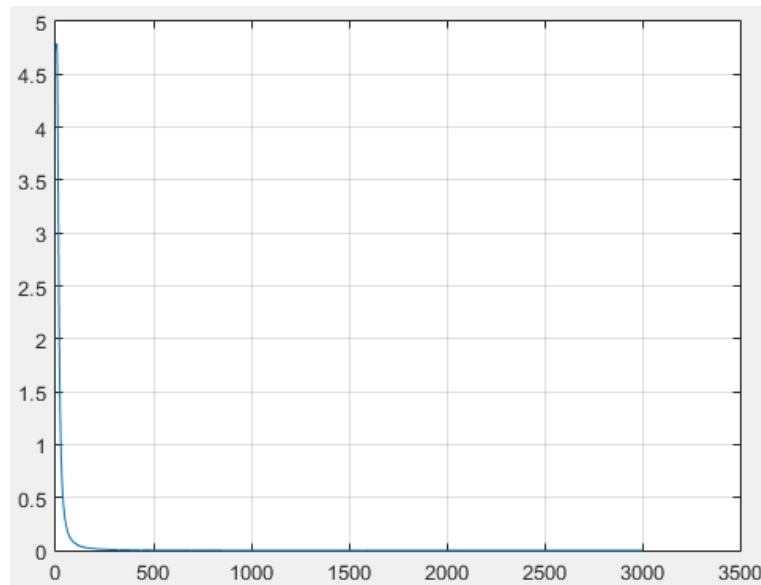


Рис. 1.24. Визначений спектральної густини

#### 1.4. Знаходження функції передачі відцентрового нагнітача газоперекачувального агрегату

Для визначення передавальної функції необхідно мати рівняння, які можуть описували функцію спектральних густин вхідного та вихідного сигналів:

$$\{W(j\omega)\}^2 = \frac{S_y(\omega)}{S_x(\omega)}. \quad (1.21)$$

Раніше обчислені спектральні щільності будемо описувати в середовищі Mathcad із використанням вбудованої функції регресії `linfit` [9]. Ця функція застосовується у тих випадках, коли звичайна поліноміальна апроксимація не підходить: для моделювання залежності даних використовується лінійна комбінація довільних функцій, причому жодна з них необов'язково є поліномом:

$$y = b_0 \times f_0(x) + b_1 \times f_1(x) + \dots + b_n \times f_n(x), \quad (1.22)$$

де  $f_n(x)$  - довільна функція лінійної комбінації;

$b_0$  - деякий невідомий коефіцієнт (розраховується за допомогою застосування функції `linfit`).

Функція `linfit` повертає вектор коефіцієнтів, необхідних для побудови лінійної комбінації, що апроксимує досліджувані дані. Задамо значення по кожній змінній функції `linfit` та визначимо рівняння спектральної густини  $S_x(\omega)$  відповідного сигналу продуктивності  $Q(t)$  ВН в наступній послідовності:

$$vx = \omega,$$

$$vy = S_x,$$

$$F1(x) = \begin{pmatrix} x^0 \\ x^2 \\ x^4 \end{pmatrix},$$

$$K1 = \text{linfit}(vx, vy, F1),$$

$$g1(w) = K1 \cdot F1(w),$$

$$K1 = \begin{pmatrix} 1.8429 \\ -1.2168 \cdot 10^{-4} \\ 1.6801 \cdot 10^{-9} \end{pmatrix}.$$

Результатом є отримання рівняння спектральної густини сигналу  $Q(t)$ :

$$S_x(\omega) = 1,843 - 1,217 \cdot 10^{-4} \cdot \omega^2 + 1,68 \cdot 10^{-9} \cdot \omega^4 \quad (1.23)$$

Зображення спектральної густини  $S_x(\omega)$  та апроксимованої функції наведені на рисунку 1.25.

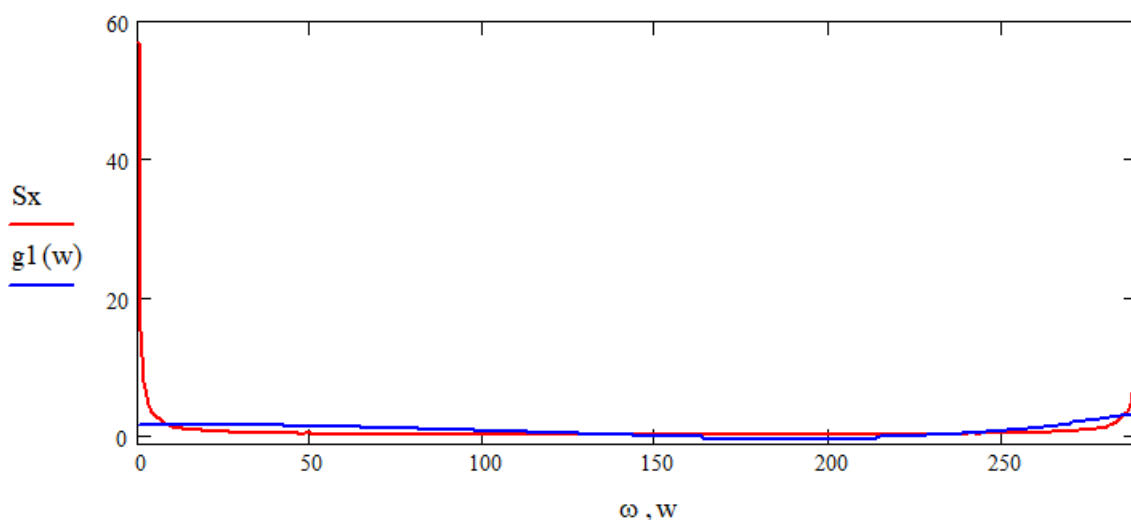


Рис. 1.25. Зображення спектральної густини  $S_x(\omega)$  та апроксимованої функції

Такі самі операції здійснимо з функцією  $S_y(\omega)$ :

$$vx = \omega,$$

$$vy = S_y,$$

$$F2(x) = \begin{pmatrix} x^0 \\ x^2 \end{pmatrix},$$

$$K2 = \text{linfit}(vx, vy, F2),$$

$$g2(w) = K2 \cdot F2(w),$$

$$K2 = \begin{pmatrix} 0.3828 \\ -5.8701 \cdot 10^{-7} \end{pmatrix}.$$

Отже рівняння спектральної густини сигналу ступеня підвищення тиску газу  $E(t)$  матиме наступний вигляд:

$$S_y(\omega) = 0,383 - 5,87 \cdot 10^{-7} \cdot \omega^2. \quad (1.24)$$

Зображення спектральної густини  $S_y(\omega)$  та апроксимованої функції наведено на рисунку 1.26.

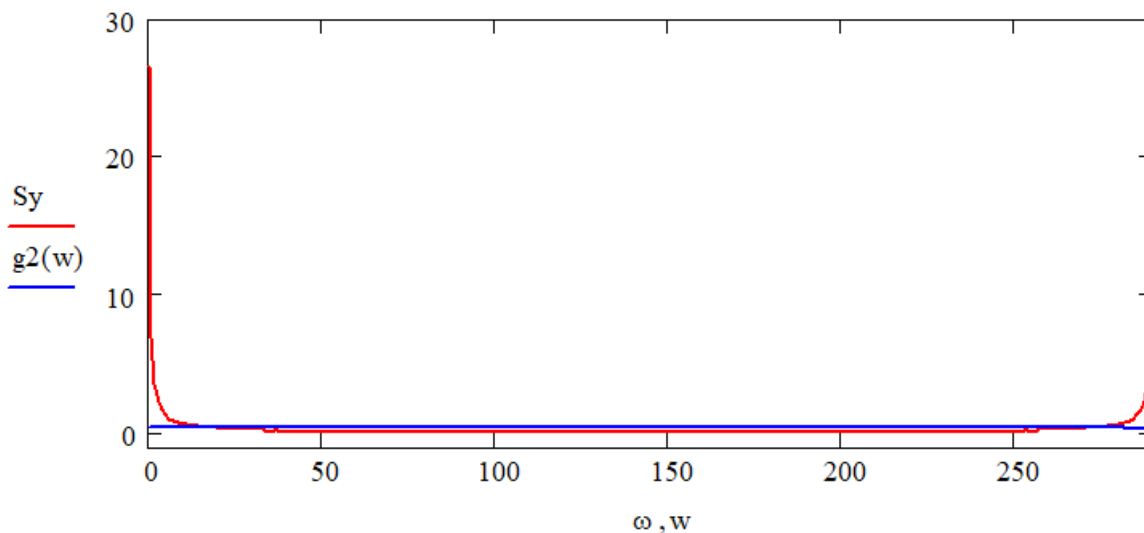


Рис. 1.26. Зображення спектральної густини  $S_y(\omega)$  та апроксимованої функції

Отже отримаємо такий вираз:

$$|W(j\omega)|^2 = \frac{0,383 - 5,87 \cdot 10^{-7} \cdot \omega^2}{1,843 - 1,217 \cdot 10^{-4} \cdot \omega^2 + 1,68 \cdot 10^{-9} \cdot \omega^4}. \quad (1.25)$$

Щоб отримати з даного виразу функцію передачі потрібно скористатись методом факторизації [10]. Аналітичний варіант цього методу обмежується за

умови застосування поліномів степеня, який буде не вище другого. Використовуючи програмний продукт Matlab а також відповідну функцією *fact* одержимо:  $[W, W_] = \text{fact}(S)$ , яка здійснює факторизацію дробово-раціональної функції [11]. В ньому  $S$  - права частина виразу (1.25), а  $W$ ,  $W_$  - відповідна функція передачі а також відповідна комплексно спряжена до цієї функції змінна.

Нижче показано приклад застосування цієї функції.

```
>> S=tf([-5.870e-7 0 0.3803], [1.68e-9 0 -1.2170e-4 0 1.8430])
```

```
>> Transfer function:
```

```
    -5.870e-007 s^2 + 0.3830
```

```
-----  
1.68e-009 s^4 - 0.00012170 s^2 + 1.8430
```

```
>> [W,W_]=fact(S)
```

```
Transfer function:
```

```
    0.00076620 s + 0.61890
```

```
-----  
4.0990e-005 s^2 + 0.015260 s + 1.358
```

```
Transfer function:
```

```
    0.00076620 s - 0.61890
```

```
-----  
4.0990e-005 s^2 - 0.015260 s + 1.3580
```

Текст програми для функції *fact* у Matlab наведений на рисунку 1.27.

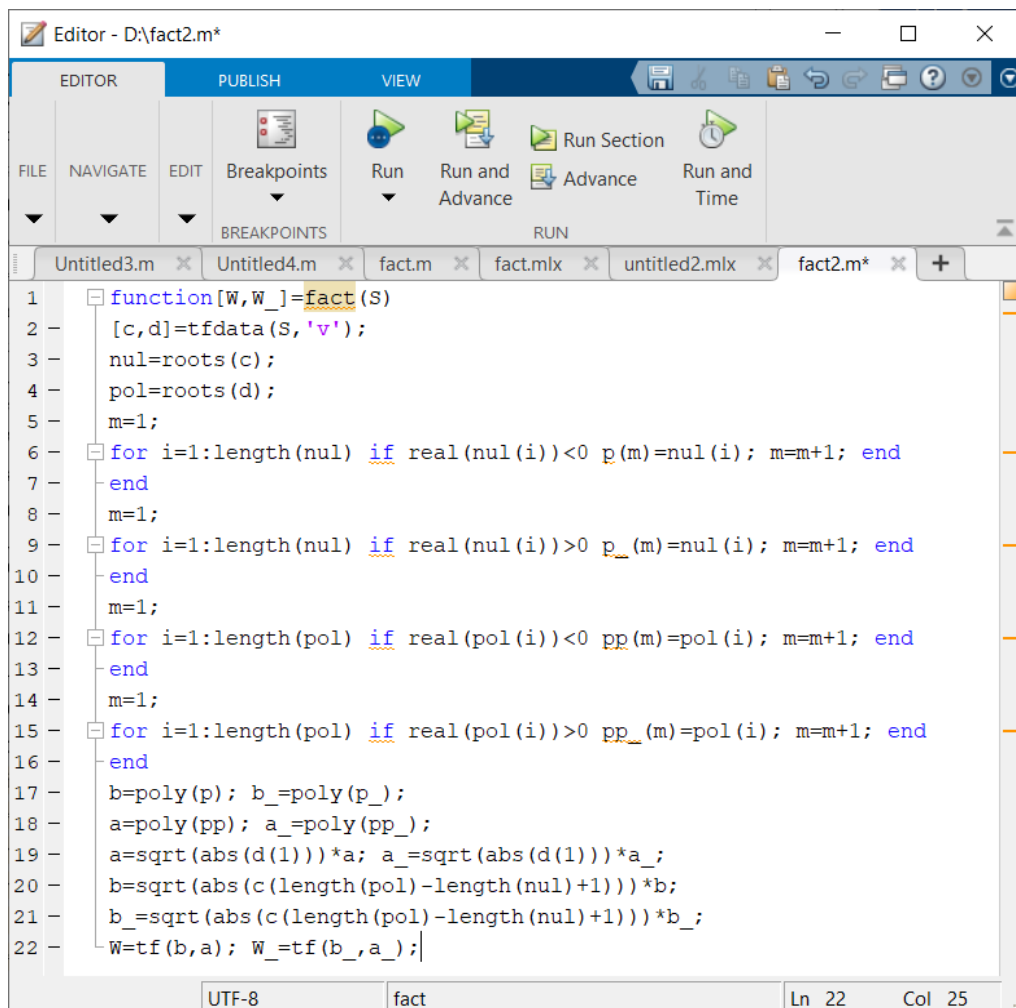
Отож функція передачі ВН ГПА буде такою:

$$W(p) = \frac{7,6880 \cdot 10^{-4} \cdot p + 0,6190}{4,0990 \cdot 10^{-5} \cdot p^2 + 1,5260 \cdot 10^{-2} \cdot p + 1,3580} \quad (1.26)$$

Як відомо найбільше уявлення про властивості керованого об'єкту дає його перехідна функція. Перехідною функцією являться зміна вихідної величини у часі після подачі на вхід одиничного стрибкоподібного впливу за нульових початкових умов.

Іншою характеристикою, котра використовується при аналізі системи, являється імпульсна перехідна функція, що відображає зміну вихідної величини, котра виникає після подачі на вхід бета функції.

Для визначення даних перехідних функцій системи скористаємось програмним продуктом Matlab [12].



```

1 function[W,W_]=fact(S)
2 [c,d]=tfdata(S,'v');
3 nul=roots(c);
4 pol=roots(d);
5 m=1;
6 for i=1:length(nul) if real(nul(i))<0 p(m)=nul(i); m=m+1; end
7 end
8 m=1;
9 for i=1:length(nul) if real(nul(i))>0 p_(m)=nul(i); m=m+1; end
10 end
11 m=1;
12 for i=1:length(pol) if real(pol(i))<0 pp(m)=pol(i); m=m+1; end
13 end
14 m=1;
15 for i=1:length(pol) if real(pol(i))>0 pp_(m)=pol(i); m=m+1; end
16 end
17 b=poly(p); b_=poly(p_);
18 a=poly(pp); a_=poly(pp_);
19 a=sqrt(abs(d(1)))*a; a_=sqrt(abs(d(1)))*a_;
20 b=sqrt(abs(c(length(pol)-length(nul)+1)))*b;
21 b_=sqrt(abs(c(length(pol)-length(nul)+1)))*b_;
22 W=tf(b,a); W_=tf(b_,a_);

```

Рис. 1.27. Текст програми для функції fact

Представимо функцію передачі об'єкта керування, використовуючи функцію tf:

```

>> num=[7.6620e-4 0.6190];
dem=[4.0990e-5 0.01526 1.3580];
W=tf(num,dem)

```

Transfer function:

$$0.00076620 s + 0.6190$$

---


$$4.0990e-005 s^2 + 0.01526 s + 1.3580$$

За допомогою функцій  $\text{step}(W)$  та  $\text{impulse}(W)$  обчислюємо відповідно

перехідну (рис. 1.28) та імпульсну (рис. 1.29) характеристики досліджуваного об'єкта керування.

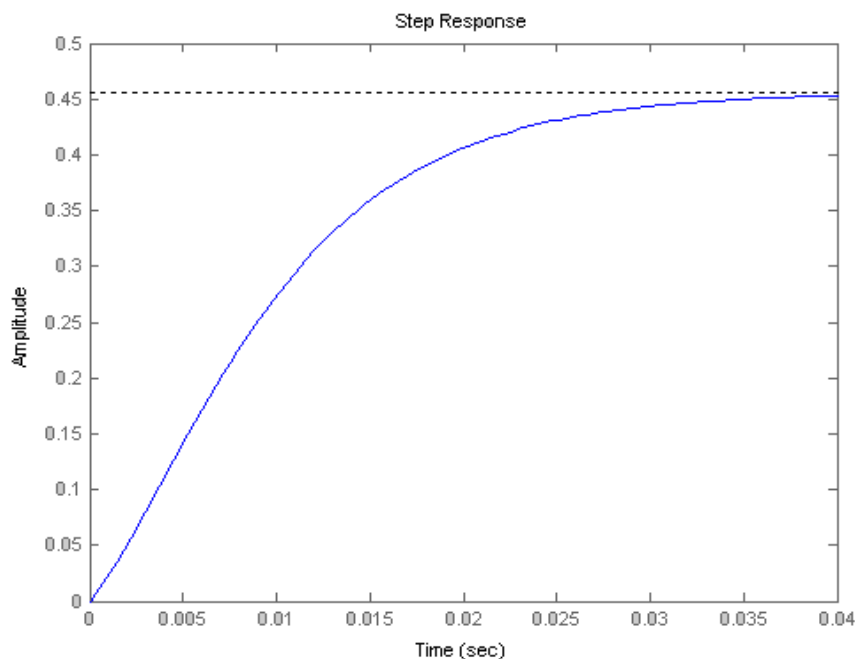


Рис. 1.28. Перехідна функція

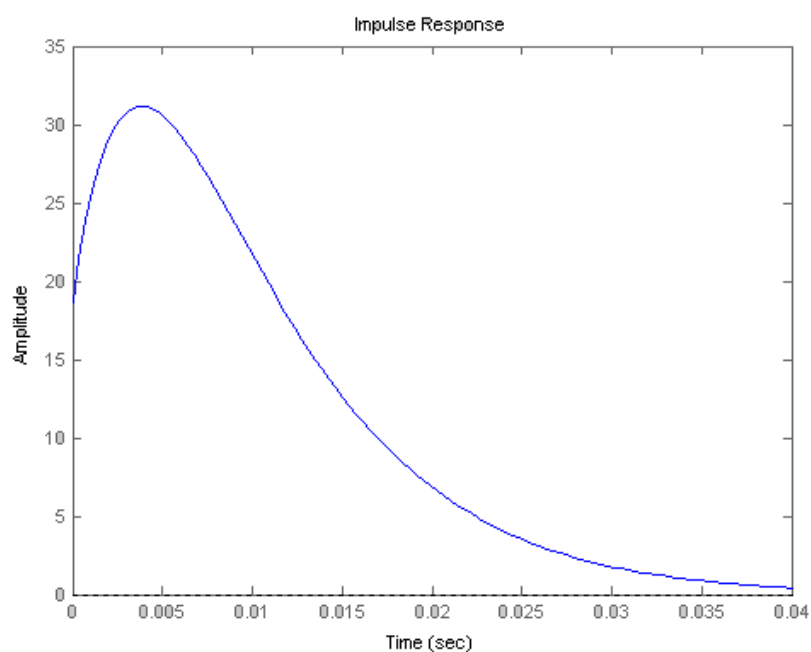


Рис. 1.29. Імпульсна перехідна функція

Як бачимо час перехідного процесу складає 0,04 с., а перерегулювання відсутнє.

Наступним кроком є дослідження частотних характеристик об'єкта

керування. Зазвичай основними частотними характеристиками є амплітудно- та фазо-частотні характеристики (АЧХ та ФЧХ), а також амплітудно-фазові характеристики (АФХ).

АЧХ являється залежністю відношення амплітуд вихідного та вхідного сигналів від частоти, а ФЧХ являється залежністю фазового зрушення між вхідним та вихідним сигналами від частоти. Дані характеристики показують, як саме система пропускає сигнали різної частоти. У свою чергу ФЧХ показує, яке саме відставання та випередження вихідного сигналу по фазі створює конкретний елемент при різних частотах.

На базі АЧХ і ФЧХ можна визначити амплітудно-фазову характеристику, яка будується на комплексній площині.

З використанням функцій `fregs` і `nyquist` у програмному продукті Matlab, визначаємо відповідно АЧХ, ФЧХ і АФХ досліджуваного об'єкта керування (рис. 1.30-1.32).

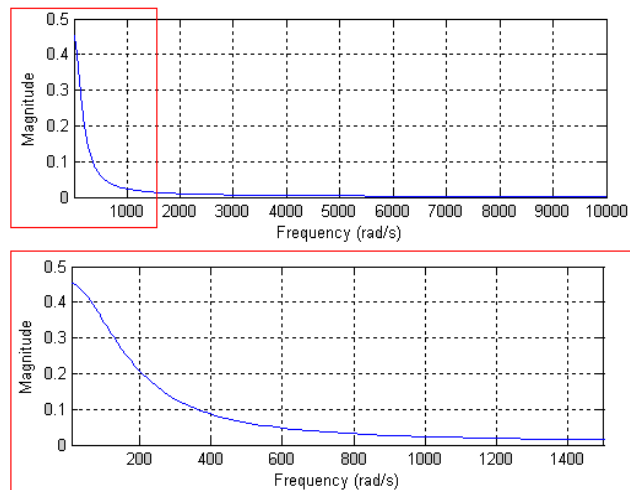


Рис. 1.30. АЧХ ВН ГПА

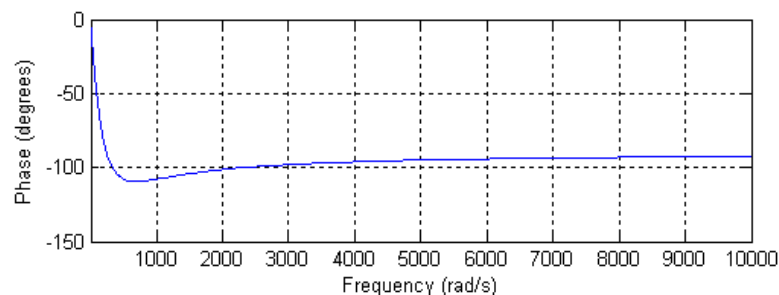


Рис. 1.31. ФЧХ ВН ГПА

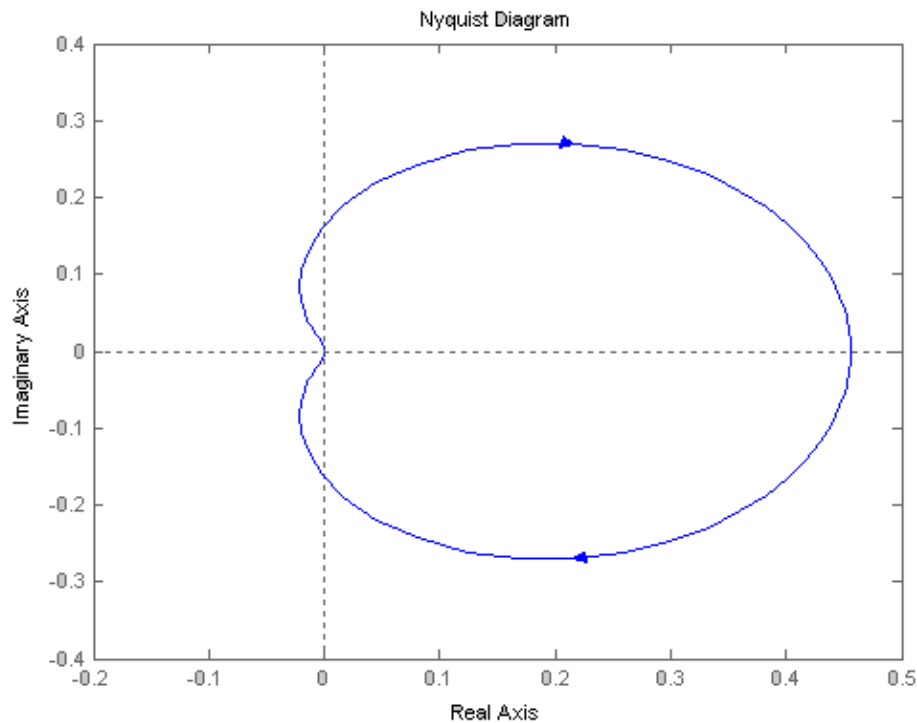


Рис. 1.32. АФХ ВН ГПА

Побудувавши амплітудно-фазову характеристику (АФХ) та застосувавши критерій Найквіста, можна оцінити стійкість об'єкта керування. Згідно з цим критерієм, якщо розімкнена система є стійкою або перебуває на межі стійкості, то для забезпечення стійкості замкненої системи достатньо й необхідно, щоб АФХ розімкненої системи в діапазоні частот від 0 до  $\infty$  не охоплювала точку з координатами  $(-1, j0)$ . Як видно з рисунку 1.27, АФХ не охоплює цю точку, що підтверджує стійкість досліджуваного об'єкта.

### Висновки до розділу 1

З використанням методів математичної статистики здійснено дослідження динамічних властивостей ВН ГПА. Вибрано та обґрунтовано методи дослідження ВН, які основані на застосуванні теорії про зв'язки між спектральними густинами сигналів об'єкта керування. Змінюючи продуктивність нагнітача і ступінь підвищення тиску газу визначено статистичні характеристики: дисперсію, середньоквадратичне відхилення, математичне сподівання, визначено закон розподілу і автокореляційну функцію. Здійснено розрахунок спектральних густин

сигналів. Проведено опис даних спектральних густин рівняннями поліноміальної регресії, у результаті чого отримано модель об'єкта в вигляді функції передачі, що являється кінцевим завданням проведення даного дослідження.

## РОЗДІЛ 2

### МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ІДЕНТИФІКАЦІЯ ПРОЦЕСУ КОМПРИМУВАННЯ ГАЗУ

#### 2.1. Дослідження системи автоматичного регулювання з ПІ – регулятором

У загальному вигляді структура системи з регулятором наведена на рисунку 2.1.

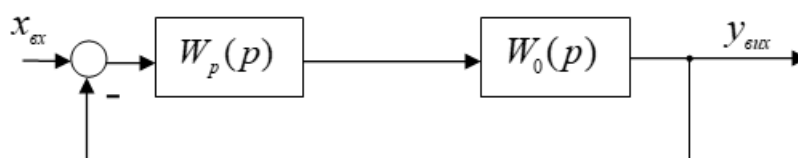


Рис. 2.1. Структура одноконтурної АСК:  $W_p(p)$  - функція передачі регулятора;  
 $W_0(p)$  - функція передачі об'єкта

В загальному вигляді передавальна функція ПІ-регулятора є наступною:

$$W_p(p) = \frac{C_1 p + C_0}{p}. \quad (2.1)$$

На базі функції передачі ВН (1.26) і регулятора (2.1) визначимо за допомогою програмного продукту MatLAB оптимальні параметри налаштування ПІ-регулятора. Відповідно до результатів роботи елементу Tune наведених на рисунку 2.2 отримано такі значення параметрів:  $K_p = C_1 = 5.453$ ,  $K_i = C_0 = 636.3$ .

Здійснивши певні перетворення з параметрами налаштування регулятора і функцією передачі ПІ-регулятора отримаємо функцію передачі замкненої системи автоматичного керування:

$$W_{roz}(p) = \frac{7,6880 \cdot 10^{-4} \cdot p + 0,6190}{4,0990 \cdot 10^{-5} \cdot p^2 + 1,5260 \cdot 10^{-2} \cdot p + 1,3580} \cdot W_p(p); \quad (2.2)$$

$$W_{roz}(p) = \frac{7,688 \cdot 10^{-4} \cdot p + 0,619}{4,099 \cdot 10^{-5} \cdot p^2 + 1,526 \cdot 10^{-2} \cdot p + 1,358} \cdot \frac{5.453p + 636.3}{p} =$$

$$= \frac{0,0041923p^2 + 3,8646p + 393,87}{4,099 \cdot 10^{-5} \cdot p^3 + 1,526 \cdot 10^{-2} \cdot p^2 + 1,358p}$$

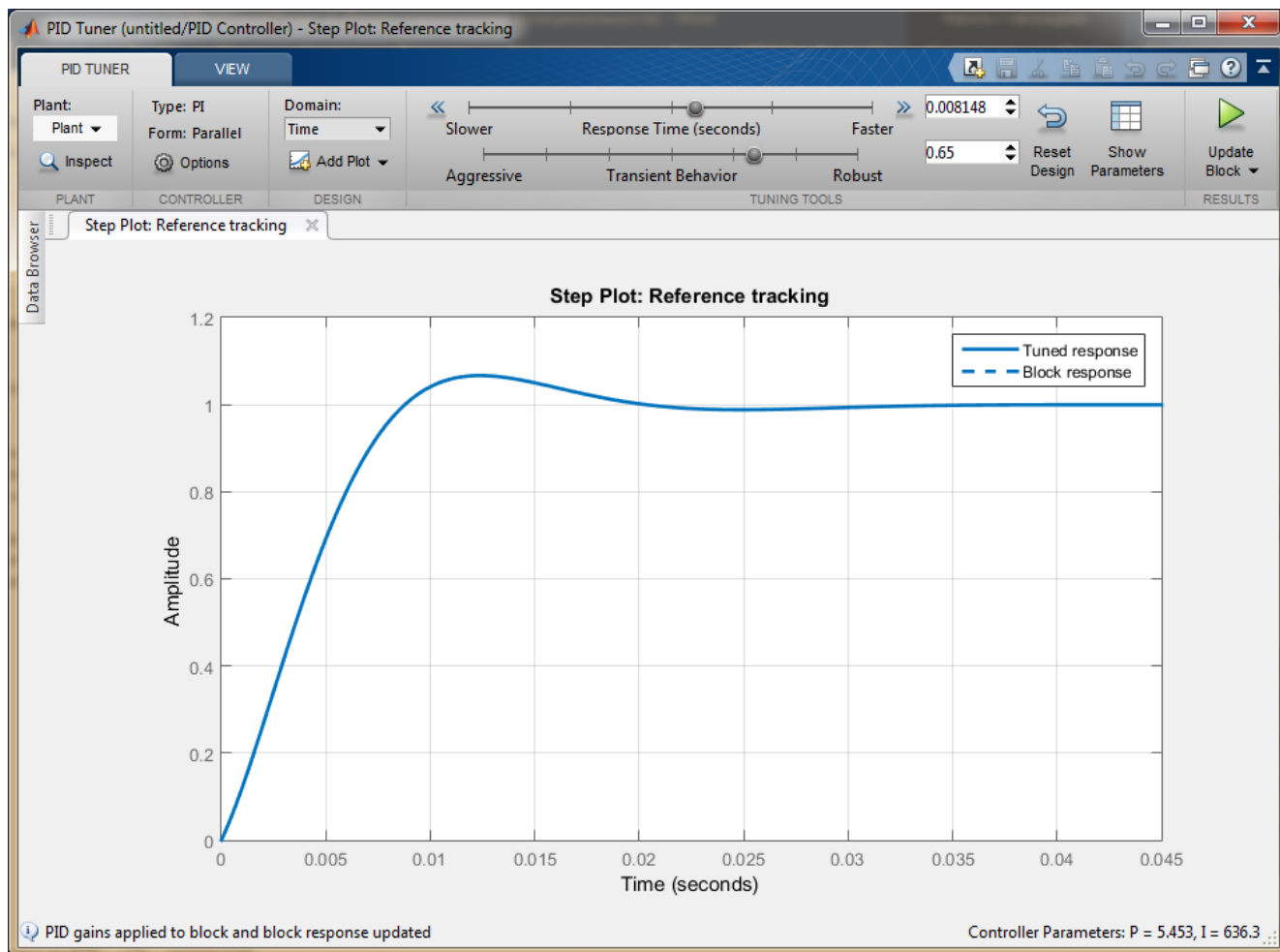


Рис. 2.2. Знаходження параметрів налаштування ПІ-регулятора

Отже передавальна функція замкненої системи буде наступною:

$$W_{zam}(p) = \frac{W_{roz}(p)}{1 + W_{roz}(p)}. \quad (2.3)$$

З урахуванням цього:

$$W_{zam}(p) = \frac{0,0041923p^2 + 3,8646p + 393,87}{4,099 \cdot 10^{-5} \cdot p^3 + 0,01945 \cdot p^2 + 5,2226p + 393,87}$$

## 2.2. Дослідження системи автоматичного регулювання з ПД – регулятором

Як відомо передавальна функція ПД-регулятора у загальній формі має вигляд:

$$W_p(p) = C_2 p + C_1 + C_0 / p. \quad (2.4)$$

На основі (1.26) та (2.4) з допомогою програмного продукту MatLAB обрахуємо оптимальні параметри налаштування ПД-регулятора. Відповідно до результатів роботи підпрограми Tune, які наведені на рисунку 2.3 отримано такі параметри:  $K_p = C_1 = 6.7830$ ;  $K_i = C_0 = 711.60$ ;  $K_d = C_2 = 0.012330$ .

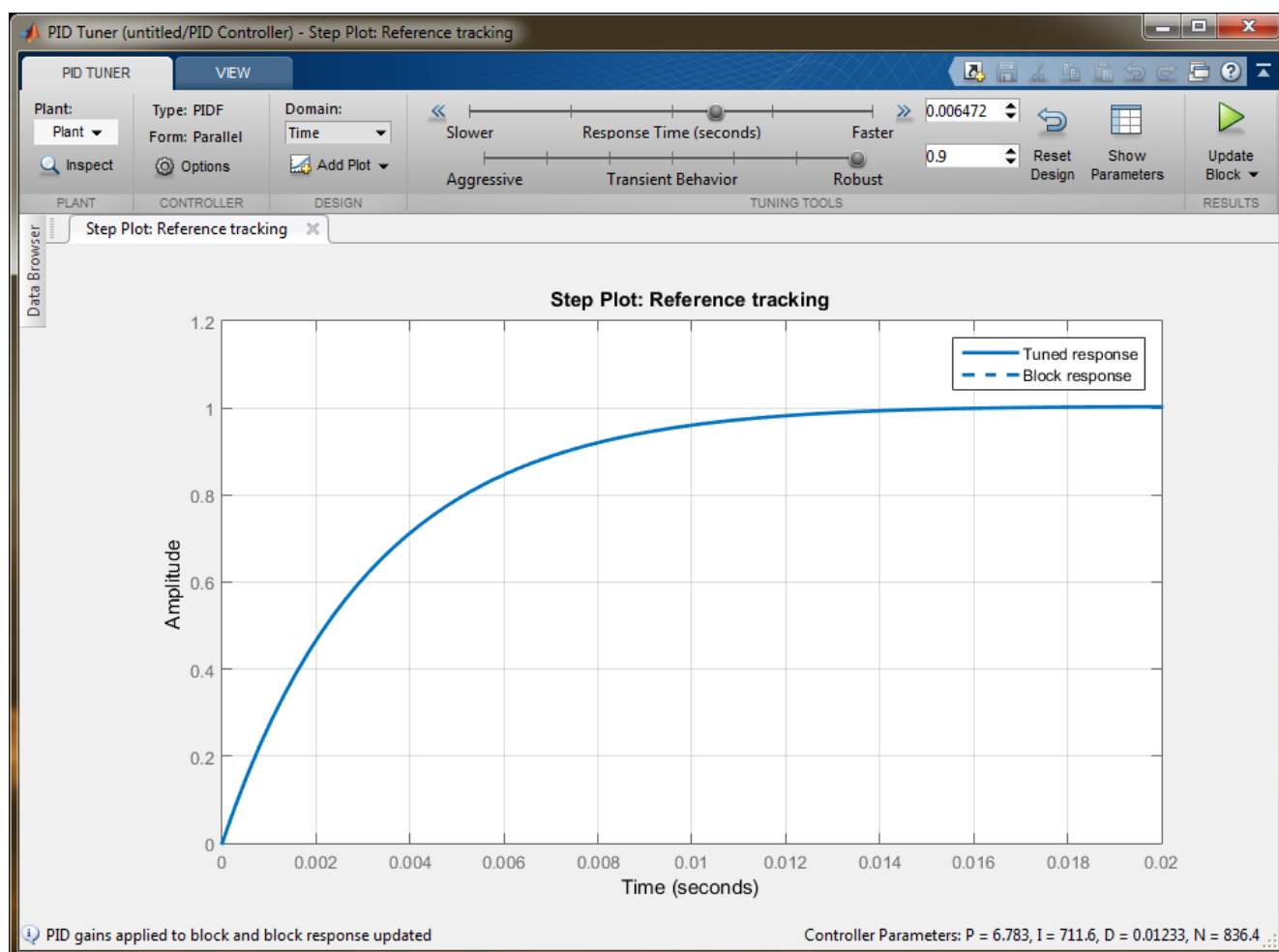


Рис. 2.3. Розрахунок параметрів налаштування ПД-регулятора

Отож:

$$W_p(p) = \frac{0.01233p^2 + 6.783p + 711.6}{p}.$$

Здійснивши певні перетворення одержимо:

$$\begin{aligned} W_{zam}(p) &= \frac{7,688 \cdot 10^{-4} \cdot p + 0,619}{4,099 \cdot 10^{-5} \cdot p^2 + 1,526 \cdot 10^{-2} \cdot p + 1,358} \cdot \frac{0.01233p^2 + 6.783p + 711.6}{p} = \\ &= \frac{0.000009479304p^3 + 0.0128470404p^2 + 4.74575508p + 440.4804}{4,099 \cdot 10^{-5} \cdot p^3 + 1,526 \cdot 10^{-2} \cdot p^2 + 1,358p}. \end{aligned}$$

Передавальна функція замкненої системи матиме вигляд:

$$W_{zam}(p) = \frac{0.000009479304p^3 + 0.0128470404p^2 + 4.74575508p + 440.4804}{0.000050469304p^3 + 0.0281070404p^2 + 6.10375508p + 440.4804}. \quad (2.5)$$

### 2.3. Перевірка стійкості САК із ПІ – регулятором

Згідно з критерієм Михайлова САК, котру описують рівнянням яке має  $n$ -й порядок, є стійкою, коли годограф Михайлова пройде  $n$  квадрантів де  $n$  степінь характеристичного рівняння.

Характеристичний поліном системи з ПІ-регулятором має вигляд:

$$F(p) = 4,099 \cdot 10^{-5} \cdot p^3 + 0,01945 \cdot p^2 + 5,2226p + 393,87.$$

Прирівняємо цей поліном до нуля:

$$4,099 \cdot 10^{-5} \cdot p^3 + 0,01945 \cdot p^2 + 5,2226p + 393,87 = 0.$$

Зробимо заміну  $p = j\omega$ :

$$-4,099 \cdot 10^{-5} j\omega^3 - 0,01945\omega^2 + 5,2226j\omega + 393,87 = 0.$$

Виділимо уявну та дійсну частини:

$$P(\omega) = -0,01945\omega^2 + 393,87;$$

$$Q(\omega) = -4,099 \cdot 10^{-5} \omega^3 + 5,2226\omega.$$

Здійснимо побудову годографа Михайлова використовуючи програмний продукт Mathcad (рис. 2.4).

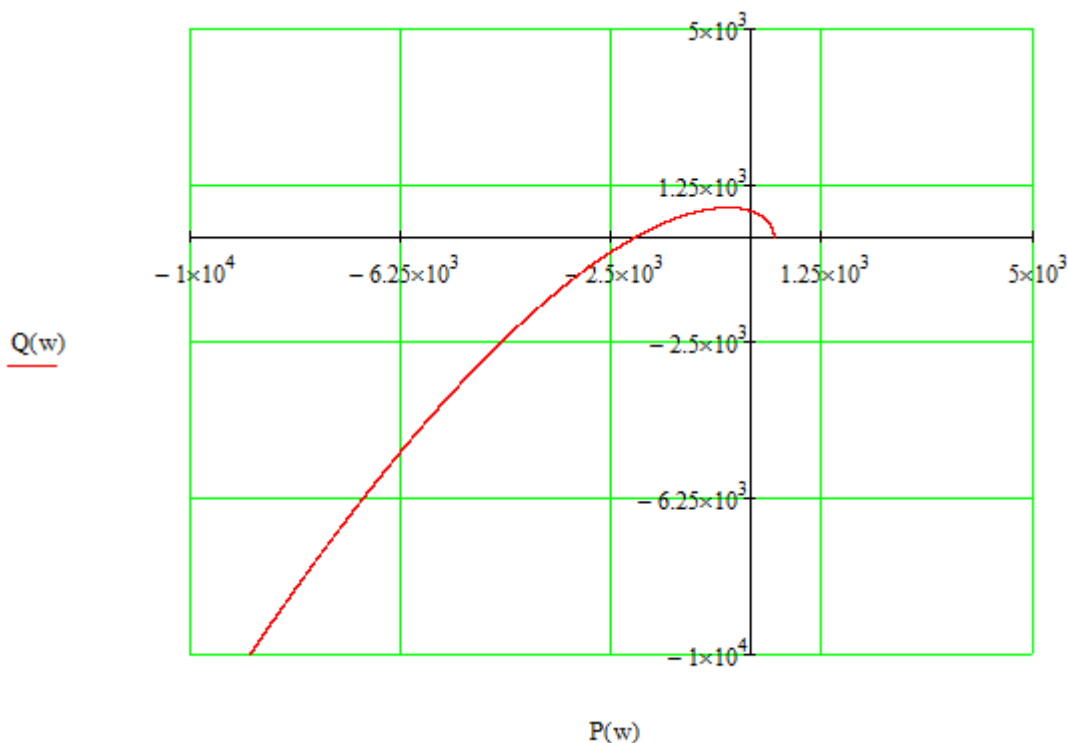


Рис. 2.4. Дослідження стійкості системи з ПІ-регулятором

Рисунок 2.4 засвідчує, що годограф Михайлова, який отримано проходить послідовно три квадранти, що повністю задовольняє вимоги критерію Михайлова. Система стійка.

#### 2.4. Перевірка стійкості САК із ПІД – регулятором

Поліном, який характеризує систему з ПІД-регулятором має вигляд:

$$F(p) = 0.000050469304p^3 + 0.0281070404p^2 + 6.10375508p + 440.4804.$$

Прирівняний до нуля:

$$0.000050469304p^3 + 0.0281070404p^2 + 6.10375508p + 440.4804 = 0.$$

Здійснимо заміну  $p = j\omega$ :

$$-0.000050469304j\omega^3 - 0.0281070404\omega^2 + 6.10375508j\omega + 440.4804 = 0.$$

Виділимо уявну та дійсну частини:

$$P(\omega) = -0.0281070404\omega^2 + 440.4804;$$

$$Q(\omega) = -0.000050469304\omega^3 + 6.10375508\omega.$$

Здійснимо побудову годографа Михайлова використовуючи програмний продукт Mathcad (рис. 2.5).

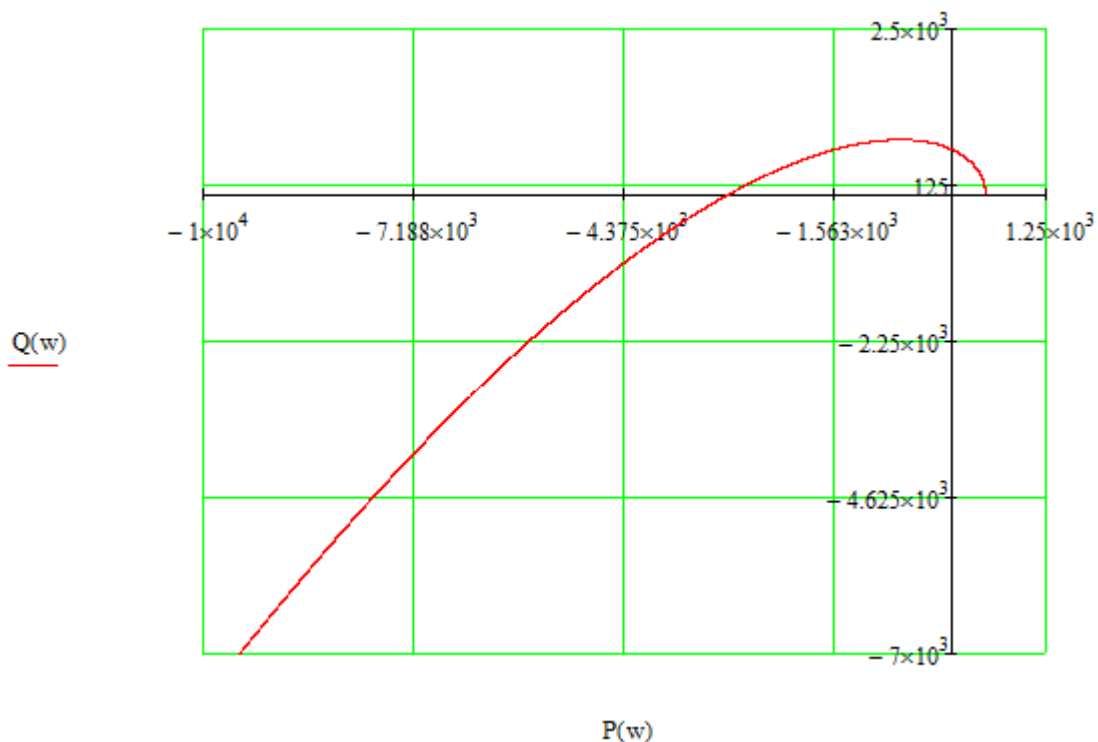
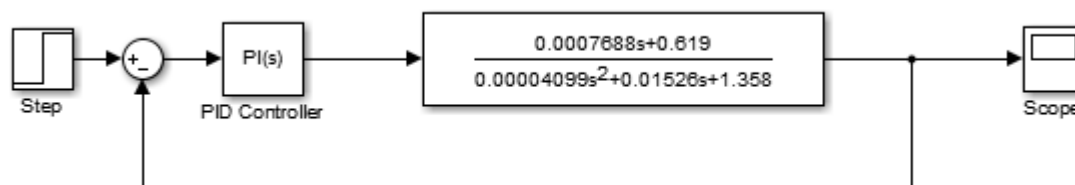


Рис. 2.5. Дослідження стійкості системи з ПІД-регулятором

Рисунок 2.5 засвідчує, що годограф Михайлова проходить послідовно через три квадранти. Тому система являється стійкою.

## 2.5. Оцінка якісних показників за перехідними характеристиками

Для здійснення якісної оцінки процесів потрібно побудувати перехідні характеристики САК з досліджуваними регуляторами. Цю побудову здійснимо з допомогою Matlab та його компонента Simulink (рис. 2.6).



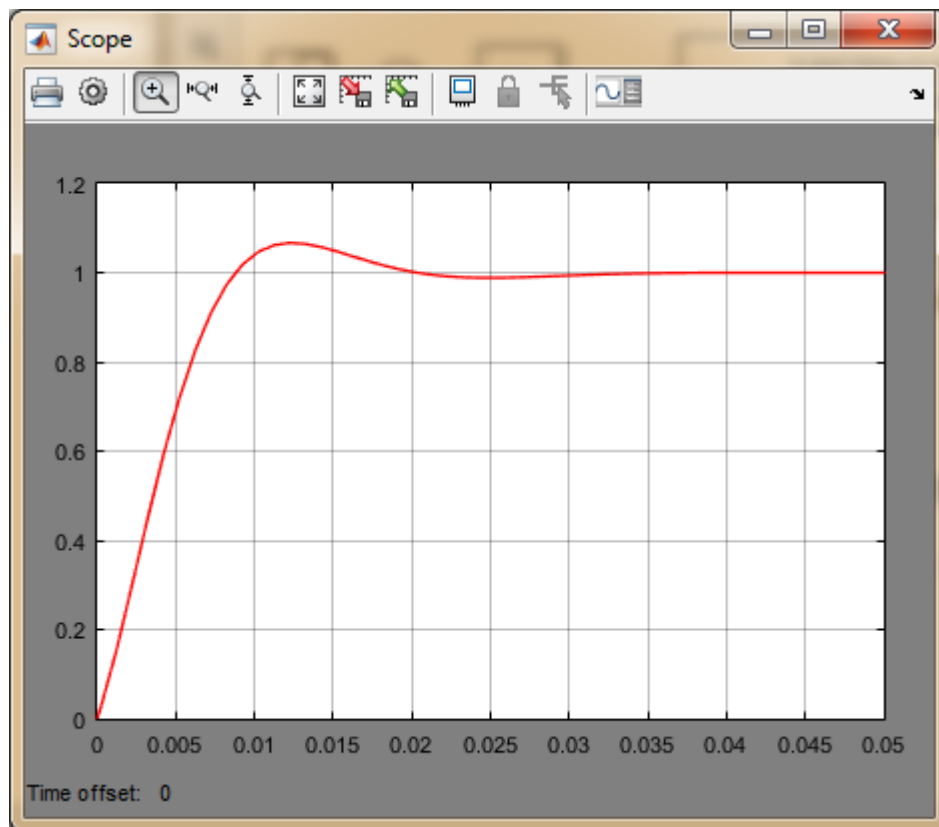


Рис. 2.6. Моделювання системи з ПІ-регулятором

Визначимо наступні показники:

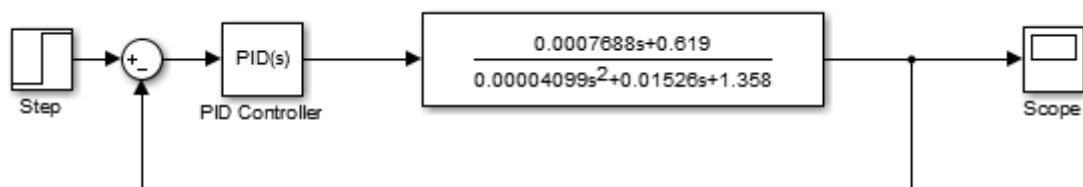
- час процесу:

$$t_n = 0.02 \text{ с};$$

- відсоток перерегулювання:

$$\delta = 10\% .$$

Такі ж операції здійснимо для САК, котра включає у свою структуру ПІД-регулятор (рис. 2.7).



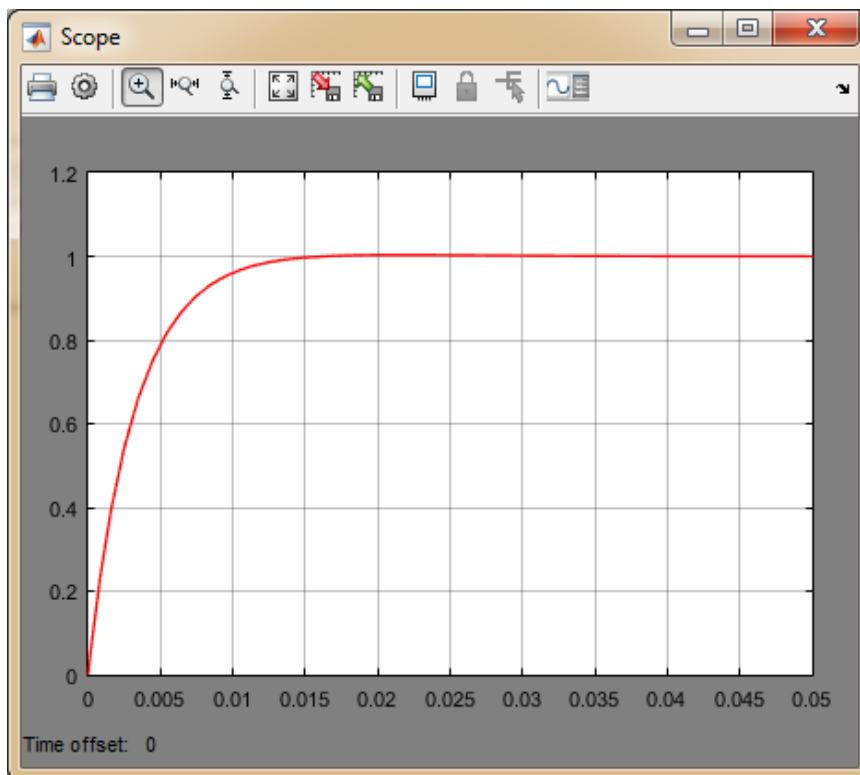


Рис. 2.7. Моделювання системи з ПД-регулятором

Визначимо наступні показники:

- час процесу:

$$t_n = 0.015 \text{ с};$$

- відсоток перерегулювання:

$$\delta = 0\% .$$

### Висновки до розділу 2

У цьому розділі здійснений аналіз САК. Здійснено визначення параметрів налаштування регуляторів для систем керування з ПІ- а також з ПД-регулятором з допомогою програми Matlab.

Досліджено стійкість систем керування за допомогою критерію Михайлова, який засвідчив, що всі досліджувані системи є стійкими.

Визначення якісних показників проведено з використанням Matlab за допомогою якого відображені перехідні характеристики.

## ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

У магістерській роботі здійснено дослідження властивостей ВН ГПА, а також отримано такі результати:

1. Здійснено обґрунтування методу дослідження властивостей ВН ГПА, які базується на встановленні зв'язків між статистичними характеристиками об'єкта керування.

2. Здійснено аналіз статистичних оцінок зміни продуктивності і ступеня підвищення тиску газу ВН, на основі якого було отримано рівняння функції спектральної густини відповідних сигналів. Обраховано функцію передачі ВН ГПА та його основні характеристики.

3. На базі функції передачі ВН ГПА здійснено дослідження системи із ПІ- та ПІД-регуляторами.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Газотранспортна система України [Електронний ресурс] // Вікіпедія - Режим доступу до ресурсу: [https://uk.wikipedia.org/wiki/Газотранспортна\\_система\\_України](https://uk.wikipedia.org/wiki/Газотранспортна_система_України).
2. Про схвалення Енергетичної стратегії України на період до 2030 року [Електронний ресурс] // Розпорядження Кабінету Міністрів України від 24 липня 2013 р. № 1071-р. - Режим доступу до ресурсу: <http://zakon4.rada.gov.ua/laws/show/1071-2013-p/para6#n6>.
3. Семенцов Г. Н. Теорія автоматичного керування. Навчальний посібник. Івано-Франківськ: Факел, 2001. 614 с.
4. Beently D. E. Vibration diagnostics of the rotating stall gas flow in centrifugal compressors / D. E. Beently, P. Goldman // Bently Nevada: «Orbit». - 2000. - V.21, №1. - P. 1-10.
5. Ковальчук О. В., Попович М. Г. Теорія автоматичного керування. Навчальний посібник. Київ: Либідь, 1997. 534 с.
6. Гіренко С. Г. Функції автоматизованої системи антипомпажного захисту та регулювання газоперекачувальних агрегатів на дотискувальних компресорних станціях підземних сховищ газу / С. Г. Гіренко // Нафтогазова енергетика. - 2007. - №4(5). - С. 43-46.
7. Гіренко С. Г. Антипомпажне регулювання та захист газоперекачувального агрегату докачуючої компресорної станції підземного сховища газу / С. Г. Гіренко // «Автоматика-2008»: доклади по матеріалам XV междунар. науч-практ. конф. - 2008. - С. 741-745.
8. Гіренко С. Г. Аналіз способів та систем автоматизації антипомпажного захисту та регулювання роботи газоперекачувальних агрегатів / С. Г. Гіренко // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. - 2007. - №6. - С. 25-28.
9. Назаренко М. В. Теоретичні засади та принципи побудови моделей динамічних процесів та їх регуляторів: [монографія] / М. В. Назаренко. - Кривий

Ріг: Діоніс, 2010. - 204 с.

10. Чапланов О. П. Нейродинамічні прогноуючі моделі в системах керування: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.13.03 «Системи і процеси керування» / Чапланов О. П. - Харків, 2005. - 19 с.

11. Семенцов Г. Н. Синтез одноктактної системи автоматичного захисту компресора від помпажу. Технологічні комплекси, 2010. №2. С. 137-151.

12. Лазарев Ю. Ф. Початки програмування серед Matlab: Навчальний посібник. Київ: НТУУ "КПІ", 2003. 424 с.

## **ДОДАТКИ**

## Додаток А

Тези на тему: «Оцінка динамічних характеристик відцентрових нагнітачів гпа з газотурбінним приводом у контексті керування»

ІВАНО-ФРАНКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ  
ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ НАФТИ І ГАЗУ  
ФАКУЛЬТЕТ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

# ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ОСВІТІ, ТЕХНІЦІ ТА ПРОМИСЛОВОСТІ

МАТЕРІАЛИ  
НАУКОВО-ПРАКТИЧНОЇ  
КОНФЕРЕНЦІЇ

Івано-Франківськ

2025

|   |  |    |
|---|--|----|
| <i>М. І. Горбійчук,<br/>І. С. Єднак,<br/>Ю. В. Пилипчук</i> | Синтез оптимальної системи автоматичного керування процесом низькотемпературної сепарації природного газу  | 73 |
| <i>В. О. Лось,<br/>О. В. Кучмистенко</i>                    | Моделювання та дослідження системи регулювання температурних режимів установки гідроочищення гасу в середовищі Aspen Hysys                             | 75 |
| <i>Є. Т. Боднарук,<br/>О. В. Кучмистенко</i>                | Дослідження автоматизованої системи керування установки атмосферної перегонки нафти  | 77 |
| <i>Н. М. Паньків,<br/>О. В. Кучмистенко</i>                 | Опис структурних зв'язків системи автоматичного регулювання барабанного котла  | 79 |
| <i>Д. О. Бабенко,<br/>А. І. Лагойда</i>                     | Інтелектуалізація системи керування процесом хлорування бензолу з використанням цифрового двійника   | 81 |
| <i>В. К. Калініченко,<br/>А. І. Лагойда</i>                 | Створення системи керування технологічним процесом виробництва технічного вуглецю шляхом термічного розкладання  | 83 |
| <i>А. І. Яблонський,<br/>А. І. Лагойда</i>                  | Розроблення системи керування реактором у технології каталітичного крекінгу з псевдозрідженим шаром  | 85 |
| <i>І. В. Савчин,<br/>А. І. Лагойда</i>                      | Модернізація системи автоматизованого керування процесом гідравлічного розриву пласта на нафтових і газових родовищах із використанням нечіткої логіки | 87 |
| <i>В. О. Ткаченко,<br/>А. І. Лагойда</i>                    | Синтез автоматизованої нейромережевої системи керування скруббером для депарафінізації дизельного палива   | 90 |
| <i>М. К. Калініченко,<br/>А. І. Лагойда</i>                 | Оптимізація багаторівневої системи автоматизованого керування процесом переробки вторинного нафтового дистилляту                                       | 92 |
| <i>М. О. Дідоха,<br/>Л. І. Лагойда</i>                      | Розробка автоматизованої системи керування газоперекачувальним агрегатом із застосуванням нечіткого регулятора   | 94 |
| <i>Н. С. Шеремета,<br/>Л. І. Лагойда</i>                    | Автоматизоване визначення та ідентифікація реальних приведених характеристик відцентрових нагнітачів   | 96 |

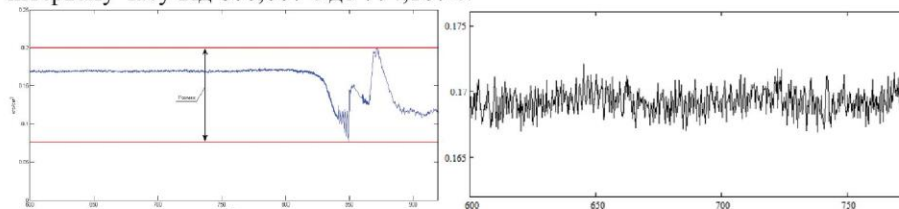
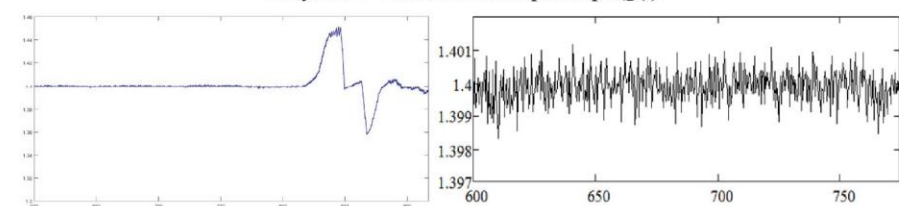
УДК 681.5

**ОЦІНКА ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ВІДЦЕНТРОВИХ НАГНІТАЧІВ  
ГПА З ГАЗОТУРБІННИМ ПРИВОДОМ У КОНТЕКСТІ КЕРУВАННЯ***Р. М. Николін, Л. І. Лагойда**ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел.(0342)727167,**e-mail: liudmyla.lahoida@nung.edu.ua*

Враховуючи, що зміни параметрів відцентрового нагнітача газоперекачувального агрегату носять випадковий характер, доцільно застосовувати методи математичної статистики для їх дослідження. Випадкові процеси зручно описувати за допомогою статистичних характеристик, таких як математичне сподівання, дисперсія, автокореляційна функція та спектральна щільність.

Аналізуючи статистичні параметри двох стаціонарних сигналів — витрати  $Q(t)$  та ступеня підвищення тиску газу  $E(t)$ , що відповідно виконують роль вхідного та вихідного сигналу лінійної динамічної системи, можливо визначити функцію передачі  $W(s)$ .

Вихідними даними для аналізу статистичних характеристик слугують графіки зміни продуктивності  $Q(t)$  (рис. 1) та ступеня підвищення тиску газу  $E(t)$  (рис. 2). Для дослідження обрана ділянка, де процес є стаціонарним, з інтервалу часу від 600,007 с до 774,107 с.

Рисунок 1 - Коливання параметра  $Q(t)$ Рисунок 2 - Коливання параметра  $E(t)$ 

У ході дослідження визначено рівняння спектральних щільностей вхідного (1) і вихідного (2) сигналів:

$$S_y(\omega) = 1,843 - 1,217 \cdot 10^{-4} \omega^2 + 1,68 \cdot 10^{-9} \omega^4,$$

$$S_x(\omega) = 0,383 - 5,87 \cdot 10^{-7} \omega^2.$$

Застосовуючи одне з основних співвідношень статистичної динаміки між спектральними щільностями вхідного та вихідного сигналів, можна отримати:

$$|W(j\omega)|^2 = \frac{0,383 - 5,87 \cdot 10^{-7} \omega^2}{1,843 - 1,217 \cdot 10^{-4} \omega^2 + 1,68 \cdot 10^{-9} \omega^4}$$

Для визначення функції передачі з наведеного вище виразу було використано програмне забезпечення MATLAB та функцію `fact`: `[W, W_] = fact(S)`, яка здійснює факторизацію дробово-раціонального виразу.

Внаслідок проведених обчислень отримано функцію передачі відцентрового нагнітача газоперекачувального агрегату по каналу  $Q(t) \rightarrow E(t)$ :

$$W(s) = \frac{7,688 \cdot 10^{-4} s + 0,619}{4,099 \cdot 10^{-5} s^2 + 1,526 \cdot 10^{-2} s + 1,358}$$

За допомогою вбудованих функцій `step(W)` та `impulse(W)` у середовищі MATLAB було побудовано перехідну функцію (рис. 3) та імпульсну перехідну функцію (рис. 4) відповідно.

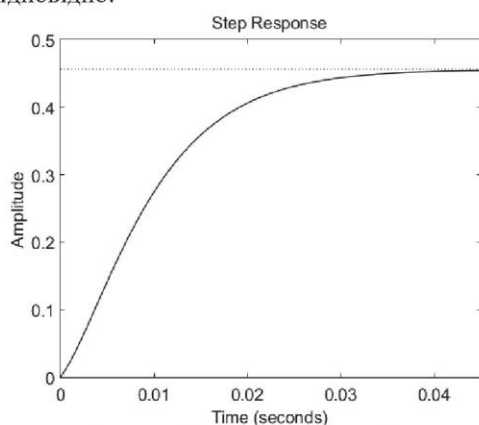


Рисунок 3 - Перехідна функція

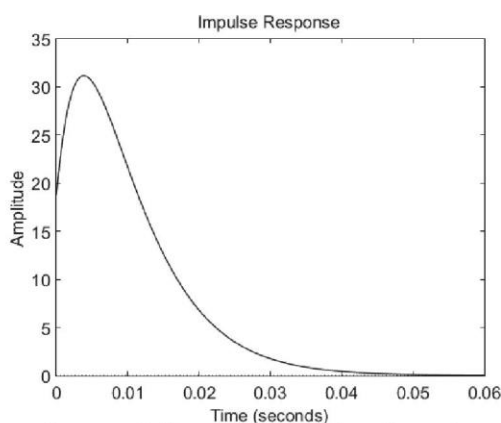


Рисунок 4 - Імпульсна перехідна функція

---

**АВТОМАТИЗАЦІЯ ТА КОМП'ЮТЕРНО-ІНТЕГРОВАНІ ТЕХНОЛОГІЇ**


---

В ході досліджень за допомогою функцій спектральної щільності визначено функцію передачі відцентрового нагнітача газоперекачувального агрегату. Було побудовано перехідну та імпульсну характеристики системи. Аналіз отриманих результатів показав, що тривалість перехідного процесу становить 0,04 секунди.

## Літературні джерела

1 Автоматизоване керування зварюванням [Текст] : навч. посіб. / Г. Н. Семенцов, М. І. Когутяк, О. В. Кучмистенко, Б. І. Карпінєць. – 2-е вид. – Івано-Франківськ : ІФНТУНГ, 2015. – 549 с.

2 Семенцов Г. Н. Теорія автоматичного керування [Текст]: навч. посіб. / Г. Н. Семенцов. – Івано-Франківськ: Факел, 1999. – 610 с.

3 Горбійчук, М. І. Математичне моделювання на ЕОМ технологічних об'єктів [Текст]: навч. посіб. / М. І. Горбійчук. – Івано-Франківськ : Факел, 2001. – 240 с.

УДК

**ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАЛЕЖНОСТІ ВИХІДНИХ ХАРАКТЕРИСТИК  
ГАЗОПЕРЕКАЧУВАЛЬНОГО АГРЕГАТА ВІД ЗМІНИ ВХІДНИХ  
ПАРАМЕТРІВ У СЕРЕДОВИЩІ DWSIM**

*Н. Б. Татарчук*

*Національний Технічний Університет Нафти і Газу, Івано-Франківськ, Україна,  
nazarii.tatarchuk-a17424@nung.edu.ua*

У роботі проведено дослідження залежності вихідних параметрів газоперекачувального агрегата від зміни вхідних умов у програмному середовищі DWSIM із використанням термодинамічного пакету Peng–Robinson (PR).

Об'єктом дослідження є газоперекачувальний агрегат, у якому змінювалися вхідна температура та тиск.

Метою роботи є визначення впливу цих параметрів на температуру, тиск і об'ємну витрату газу на виході.

Отримано закономірності взаємозв'язку між вхідними та вихідними параметрами потоку газу, що може бути використано для оптимізації режимів роботи компресорних станцій.

Газоперекачувальні агрегати є ключовими елементами систем транспортування природного газу. Їх ефективність визначається взаємодією температурних, тискових і витратних характеристик потоку.

Для аналізу таких систем широко застосовуються симуляційні середовища, серед яких DWSIM вирізняється відкритістю, точністю і підтримкою сучасних термодинамічних моделей.

Однією з найпоширеніших моделей є Peng–Robinson (PR), яка забезпечує високу точність опису реальних газів у широкому діапазоні температур і тисків.



ІТЕТІІ20250151

# СЕРТИФІКАТ

## УЧАСНИКА КОНФЕРЕНЦІЇ

0,15 кредити ECTS

### НИКОЛИН Р. М.

Всеукраїнська Інтернет-конференція молодих учених і студентів  
«Інформаційні технології в освіті, техніці та промисловості»



09 жовтня 2025

Голова організаційного комітету  
*Сергій ЗІКРАТИЙ*



Івано-Франківськ

