

Міністерство освіти і науки України
Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу
Інститут архітектури та будівництва «ІФНТУНГ-ДонНАБА»
Кафедра геодезії та землеустрою

Гольча Андрій Павлович

(прізвище, ім'я, по батькові)

УДК 528.16
(індекс)

БАКАЛАВРСЬКА РОБОТА

**Геодезичне забезпечення вертикального та горизонтального
планування територій за критерієм мінімізації об'ємів земляних робіт**

(назва роботи)

193 Геодезія та землеустрій

(назва освітньої програми)

193 Геодезія та землеустрій

(шифр і назва спеціальності)

Робота містить результати власних досліджень, використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело:

Здобувач освітнього ступеня

А.П. Гольча

(підпис, ініціали та прізвище здобувача)

Науковий керівник

Лиско Богдан Олегович, к.т.н., доцент

(підпис, прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання керівника)

Допущено до захисту

Завідувач кафедри

геодезії та землеустрою

М.М. Приходько

(посада)

(підпис) (дата)

(ініціали та прізвище)

Івано-Франківськ – 2026

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу
Інститут архітектури та будівництва «ІФНТУНГ-ДОННАБА»
Кафедра геодезії та землеустрою
Освітньо-кваліфікаційний рівень бакалавр
Спеціальність 193 Геодезія та землеустрій
Освітньо-професійна програма Геодезія та землеустрій

ЗАТВЕРДЖУЮ
Завідувач кафедри ГКЗ
Приходько М. М.

«___» _____ 2026 року

ЗАВДАННЯ
НА БАКАЛАВРСЬКУ РОБОТУ СТУДЕНТОВІ

Прізвище ім'я по-батькові _____

1. Тема роботи «Геодезичне забезпечення вертикального та горизонтального планування територій за критерієм мінімізації об'ємів земляних робіт»

Керівник роботи доц. Лиско Б.О.

Наказ ректора від «13» травня _____ 2026 року № 358.

2. Термін подання студентом роботи – _____ 2026 року.

3. Вихідні дані до роботи:

Матеріали переддипломної практики.

Каталог координат і висот вихідних пунктів опорної геодезичної мережі (настінні марки Rp1–Rp4 4-го класу та 1-го розряду)

Сирі файли вимірювань (.SDR/.RDF/.TXT), експортовані з пам'яті електронного тахеометра

Польові електронні журнали GNSS-спостережень у режимі RTK (кінематика в реальному часі) із зафіксованими показниками точності положення пунктів сітки та значеннями PDOP

Матеріали аерознімання з БПЛА: польотне завдання з маршрутами (39 цифрових кадрів із поздовжнім 90% та поперечним 60% перекриттям), бортові файли телеметрії (координати центрів проектування знімків)

4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки:

1. Аналіз існуючих геодезичних методів збору просторових даних

2. Існуючі методи геодезичного забезпечення проектів вертикального планування.

3. Порівняльний аналіз методів мінімізації об'ємів земляних робіт.

5. Перелік графічного матеріалу:

1 Існуючі топографічні плани і карти на об'єкт досліджень

6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		Завдання видав	Завдання прийняв

7. Дата видачі завдання – «01» березня 2026 року.

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів бакалаврської роботи	Термін виконання	Примітка
1	Отримання завдання на виконання бакалаврської роботи. Опрацювання рекомендованої літератури.	01.03.26 15.03.26	
2	Складання попереднього плану та змісту бакалаврської роботи.	19.03.26 25.03.26	
3	Аналіз юридичних аспектів при топографічному зніманні	26.03.25 12.04.25	
4	Створення планово-висотної основи.	13.04.26 29.04.26	
5	Виконання топографічного знімання методами БПЛА та ГНСС	30.04.26 15.05.26	
6	Формування пояснювальної записки землевпорядної документації.	16.05.26 18.05.26	
7	Оформлення бакалаврської роботи та додатків до неї, складання висновків.	19.05.26 31.05.26	

Студент

(підпис)

Гольча А.П.

(розшифровка підпису)

Керівник

(підпис)

Лиско Б.О.

(розшифровка підпису)

АНОТАЦІЯ

У даній роботі розроблено алгоритм опрацювання та оптимізації результатів геодезичного збору просторових даних для вертикального планування промислових територій. Його суть полягає у використанні методу Гаусса (найменших квадратів) та чисельних методів нелінійного програмування для знаходження мінімуму цільових функцій визначення проектних параметрів площини.

У другому розділі детально досліджено створення планово-висотної геодезичної основи за допомогою полігонометрії та тригонометричного нівелювання методикою знімальних робіт на об'єкті. Обґрунтовано методику та параметри виконання супутникових GNSS-спостережень у режимі кінематики в реальному часі (RTK) та цифрового аерофотознімання з БПЛА. Здійснено математичну обробку, параметричне урівнювання та аналіз точності ходу полігонометрії 2-го розряду й тригонометричного нівелювання у програмному комплексі Credo Dat з автоматичним усуненням нев'язок і пошуком грубих похибок.

Далі складено систему нормальних рівнянь на основі геометричних залежностей між фактичними висотами рельєфу будівельного майданчика та шуканою проектною площиною. Для розв'язання такої системи використано критерій мінімізації квадратів відхилень, а також критерій суворого нульового балансу мас сировини із залученням інструменту Solver. Таким чином, отримано найімовірніші параметри проектної поверхні та узгоджені значення робочих позначок для п'яти інженерних сценаріїв. З'ясовано, що запропоновані технологічні рішення нелінійного моделювання у Solver дозволяють досягти суворого об'ємного балансу виїмок та насипів, гнучко інтегруючи жорсткі технологічні обмеження, які не піддаються прямому аналітичному розрахунку за класичним МНК.

Ключові слова: вертикальне планування, цифрова модель рельєфу, полігонометрія, БПЛА, метод найменших квадратів, нелінійне програмування, баланс земляних мас.

ABSTRACT

This paper develops an algorithm for processing and optimizing geodetic spatial data for the vertical planning of industrial territories. The approach combines the ordinary least squares method (LSM) and non-linear programming to minimize objective functions defining the design plane parameters.

The study substantiates the methodology for establishing a horizontal and vertical geodetic control network using 2nd-order polygonometry and trigonometric leveling. The parameters for satellite GNSS observations in real-time kinematic (RTK) mode and UAV digital aerial photography are detailed. Data processing, parametric adjustment, and accuracy analysis were performed within the Credo Dat software complex. Furthermore, mathematical processing, parametric adjustment, and accuracy analysis of the 2nd-order polygonometry line and trigonometric leveling were performed within the Credo Dat software complex, enabling automatic elimination of misclosures and detection of gross errors.

A system of normal equations was constructed based on the relief heights of a 4-hectare coal storage yard. To determine the design plane, the criterion of minimizing squared deviations was applied alongside a strict zero-volumetric balance condition using the Solver tool across five engineering scenarios. The results prove that non-linear modeling in Solver successfully achieves an earthwork balance by flexibly integrating rigid technological constraints that cannot be resolved via classical analytical calculations using LSM.

Keywords: vertical planning, digital elevation model, polygonometry, UAV, least squares method, non-linear programming, earthwork balance.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	7
РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ ІСНУЮЧИХ ГЕОДЕЗИЧНИХ МЕТОДІВ ЗБОРУ ПРОСТОРОВИХ ДАНИХ.....	9
1.1 Теоретико-методологічні основи геодезичного забезпечення вертикального та горизонтального планування територій	9
1.2 Порівняльний аналіз технологій збору просторових даних.....	14
РОЗДІЛ 2. ІСНУЮЧІ МЕТОДИ ГЕОДЕЗИЧНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ПРОЕКТІВ ВЕРТИКАЛЬНОГО ПЛАНУВАННЯ.....	17
2.1 Методи створення планово-висотної основи для проектування	18
2.2 Використання програмного комплексу Credo Dat для урівнювання та аналізу точності закладеної планово-висотної мережі.....	29
2.3 Аналіз ключових методів топографічного знімання територій під час розрахунку об'ємів земляних робіт.....	37
РОЗДІЛ 3. ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ МЕТОДІВ МІНІМІЗАЦІЇ ОБ'ЄМІВ ЗЕМЛЯНИХ РОБІТ.....	46
3.1 Аналітичне розв'язання задачі мінімізації об'ємів земляних робіт методом найменших квадратів	47
3.2 Комп'ютерне моделювання мінімізації об'ємів земляних робіт методами нелінійного програмування в середовищі Solver	52
3.3 Порівняльний аналіз результатів оптимізації та оцінка балансу земляних мас.....	54
ВИСНОВКИ.....	58
Список використаних джерел.....	60
ДОДАТОК 1.	63

ВСТУП

Сучасний етап розвитку містобудівного та промислового проектування характеризується стрімким впровадженням цифрових технологій збору просторової інформації. Однією із фундаментальних складових інженерно-геодезичних вишукувань є вертикальне та горизонтальне планування територій, яке забезпечує раціональне використання земельних ділянок, правильну посадку будівель, а також перебудову природного рельєфу місцевості для потреб будівництва й організації водовідведення.

Особливого значення ці процеси набувають під час експлуатації та планування промислових майданчиків, зокрема відкритих вугільних складів, де точність визначення висотних позначок безпосередньо впливає на баланс земляних мас та достовірність калькуляції обсягів сировини. Традиційні аналітичні підходи до проектування площин за методом найменших квадратів (МНК) орієнтовані на мінімізацію геометричних відхилень від фактичного ландшафту, але часто не гарантують автоматичного досягнення нульового балансу об'ємів (рівності виїмки та насипу). Це зумовлює науково-практичну необхідність дослідження комбінованих технологій просторового знімання (БПЛА та RTK GNSS) разом із математичним опрацюванням результатів у сучасному програмному забезпеченні та впровадженням гнучких чисельних методів нелінійного програмування.

Мета дослідження — обґрунтування комплексу методів створення топографо-геодезичного забезпечення для проектів вертикального планування промислових територій та розробка оптимізаційних моделей мінімізації об'ємів земляних робіт на основі порівняльного аналізу аналітичних і чисельних підходів.

- Для досягнення поставленої мети сформульовано та вирішено такі завдання (відповідно до структури роботи):

- Вивчити методи створення топографо-геодезичної основи для планово-висотного проектування, включаючи методику прив'язки ходів до настінних реперів.

- Реалізувати аналітичне розв'язання задачі мінімізації об'ємів земляних робіт методом найменших квадратів через складання та розв'язок системи нормальних рівнянь у матричному вигляді.

- Виконати комп'ютерне моделювання мінімізації об'ємів земляних робіт методами нелінійного програмування в середовищі Solver із накладанням технологічних обмежень.

- Провести порівняльний аналіз результатів оптимізації та оцінку балансу земляних мас для різних інженерних сценаріїв на досліджуваному об'єкті площею 4 га.

Об'єкт дослідження — процес геодезичного забезпечення та геометричної оптимізації проектного рельєфу промислових майданчиків і територій складів сировини.

Предмет дослідження — технології знімання БПЛА та RTK GNSS, алгоритми параметричного урівнювання в Credo Dat, а також математичні моделі МНК та Excel Solver для мінімізації об'ємів земляних робіт.

Методи дослідження. У роботі використано супутникові спостереження GNSS у режимі кінематики в реальному часі (RTK), цифрову стереофотограмметрію з БПЛА, параметричний метод урівнювання за методом найменших квадратів, матричне числення та чисельні ітераційні методи оптимізації нелінійного типу.

Практичне значення отриманих результатів. Запропонована комбінована методика збору даних забезпечує нормативну точність визначення місткості вугільних штабелів із похибкою, що не перевищує регламентовані галузеві 3%. Розроблені оптимізаційні сценарії в середовищі Solver дозволяють безпосередньо на виробництві мінімізувати об'єми переміщення мас ґрунту (або сировини) та оперативно адаптувати проектний рельєф до жорстких висотних обмежень промислового об'єкта із автоматичним утриманням суворого нульового балансу.

РОЗДІЛ 1

АНАЛІЗ ІСНУЮЧИХ ГЕОДЕЗИЧНИХ МЕТОДІВ ЗБОРУ ПРОСТОРОВИХ ДАНИХ

Сучасний етап розвитку геодезичного виробництва характеризується стрімким впровадженням цифрових технологій, що суттєво розширило спектр методів отримання просторової інформації. Вибір оптимального методу збору даних для вертикального та горизонтального планування територій є ключовим завданням, оскільки він безпосередньо впливає на точність, терміни виконання та економічну ефективність проєктування. Залежно від технічних умов, рельєфу місцевості та масштабів об'єкта дослідження, у сучасній геодезії застосовують як класичні наземні інструментальні методи, зокрема детальне тахеометричне знімання, так і новітні технології дистанційного зондування та супутникового позиціонування.

Кожен із існуючих методів має свої технологічні обмеження, унікальні фізичні принципи роботи та специфічні джерела похибок. Для обґрунтування вибору конкретної технології створення топографо-геодезичної основи необхідно провести детальний порівняльний аналіз їхніх можливостей. Зокрема, доцільно розглянути традиційне тахеометричне знімання та електронну тахеометрію, які забезпечують максимальну точність геометричних побудов на локальних ділянках, супутникові GNSS-вимірювання, що гарантують високу швидкість координатії, а також методи тривимірного лазерного сканування та цифрової аерофотозйомки з використанням безпілотних літальних апаратів (БПЛА).

1.1 Теоретико-методологічні основи геодезичного забезпечення вертикального та горизонтального планування територій

Геодезичне забезпечення вертикального та горизонтального планування територій — це комплекс науково-технічних методів, вимірювань та

розрахунків, які створюють просторову основу для проектування, будівництва та розвитку населених пунктів або інфраструктурних об'єктів.

Геодезичне забезпечення вертикального та горизонтального планування територій виступає фундаментальною складовою інженерно-геодезичних вишукувань, що безпосередньо впливає на надійність, довговічність та безпеку експлуатації об'єктів капітального будівництва та інфраструктури.

– пояснювальні ескізи та зарисовки.

Під горизонтальним плануванням у містобудівній та геодезичній практиці розуміють комплекс розрахунково-графічних та вишукувальних робіт, спрямованих на визначення точного просторового положення, взаємного розміщення та меж геометричних елементів проєктованих споруд, транспортних артерій та комунікаційних мереж на площині у заданій системі координат. Воно забезпечує правильну посадку будівель, раціональне використання відведених земельних ділянок та чітке дотримання червоних ліній забудови. Натомість вертикальне планування є процесом цілеспрямованої творчої та технічної перебудови природного рельєфу місцевості шляхом зрізання виступів, підсипання низин та пом'якшення ухилів для адаптації території під вимоги будівництва, забезпечення безперешкодного поверхневого водовідведення зливових та талих вод, а також створення допустимих за нормами поздовжніх і поперечних ухилів для руху транспорту і пішоходів. Теоретико-методологічною основою для виконання цих завдань є геодезична гравіметрія, вища геодезія, теорія фігури Землі, а також математична обробка результатів вимірів із застосуванням методу найменших квадратів, що дає змогу мінімізувати вплив систематичних і випадкових похибок [4, 5, 14].

Метою розмічування у будівництві є перенесення в натуру передбачених проєктом точок, ліній, площин і поверхонь. Цей процес передбачає відтворення на майданчику горизонтальних і вертикальних кутів та ліній. Щойно ці елементи зафіксовані на місцевості, коректність їхнього геометричного положення обов'язково контролюють контрольними вимірюваннями.

Розмічування об'єктів поділяють на планове та висотне, які у свою чергу складаються з головних (основних) і детальних робіт.

Суть основних робіт полягає у фіксації на майданчику головних осей споруди та її умовного будівельного нуля. Для їхнього винесення в натуру використовують пункти планово-висотної геодезичної мережі, заздалегідь створеної навколо об'єкта будівництва.

Детальні роботи спрямовані на встановлення точного просторового положення окремих елементів конструкції, які формують її геометричні обриси. Зазвичай їх виконують від уже винесених на місцевість головних осей. Цей етап включає розмічування допоміжних осей, контурних точок та ліній, що визначають точне розміщення кожної конструктивної деталі будівлі.

Для виконання розпланувальних робіт необхідно:

- генеральний план;
- будівельний генеральний план;
- робочі креслення споруди, у масштабах: 1:100 – 1:500;
- проект вертикального планування пром майданчика у масштабах 1:1000 , 1:2000;
- план геодезичної розмічувальної мережі з кресленнями реперів і марок.

Згадана документація слугує базою для геодезичної підготовки проекту, яку здійснюють трьома шляхами: аналітичним, графічним або графоаналітичним.

До *графічного підходу* вдаються у випадках, коли споруда, що зводиться, не прив'язана до вже наявної міської забудови. Тоді просторове розміщення кутів і точок об'єкта розраховують безпосередньо за топографічним планом, використовуючи масштабну лінійку, транспортир та циркуль.

Масштаб графічного документа безпосередньо впливає на похибку підготовки даних для розмічування. Цей взаємозв'язок описує математичне співвідношення:

$$\Delta = \delta \times i$$

де: δ — гранична точність графічних побудов, яка приймається рівною 0,2 мм;
 i — знаменник числового масштабу плану.

Відповідно, використання більшого масштабу забезпечує вищу точність обчислених параметрів. Окрім цього, на кінцевий результат суттєво впливає спотворення (деформація) паперової основи, на якій надруковано креслення.

Загалом, графічний метод підготовки розмічувальних показників є оптимальним, коли пріоритетом є оперативність одержання даних, а жорсткі вимоги до високої точності відсутні.

Найвищу точність забезпечує *аналітичний метод* проектування, оскільки всі необхідні координати й геометричні параметри обчислюють за допомогою суто математичних розрахунків. Значення лінійних відстаней, кутів та висотних позначок визначають аналітично — шляхом розв'язання оберненої геодезичної задачі за такими формулами

Аналітичний підхід доцільно використовувати тоді, коли на території будівництва вже розгорнуто будівельну геодезичну сітку. У цьому випадку поздовжні та поперечні габарити об'єктів прив'язують до ліній цієї сітки з такою умовою, щоб сумарна довжина відрізків уздовж осей точно дорівнювала сторонам її прямокутних або квадратних фігур.

Комбінований, або графоаналітичний метод передбачає, що одну частину вихідних проектних параметрів знімають безпосередньо з топографічного плану графічним шляхом, тоді як решту показників розраховують аналітично. Такий підхід є актуальним під час розробки генеральних планів промислових об'єктів, які модернізуються або перебувають на реконструкції. У цьому разі взаємну прив'язку наявних споруд та нових об'єктів проектують аналітично. Для цього, спираючись на пункти опорної геодезичної мережі, математично вираховують координати кутів існуючих будівель, оглядових колодязів комунікацій та точок перетину осей транспортних шляхів.

Останнім етапом геодезичної підготовки є розробка розпланувального креслення (схеми розмічування). На цьому документі обов'язково відображають:

- пункти опорної геодезичної мережі;
- головні осі та базові точки об'єктів;
- розрахункові значення лінійних і кутових величин;
- осьові габарити майбутніх будівель;

При вертикальному плануванні точність визначення висотних позначок безпосередньо впливає на баланс земляних мас, де прагнуть досягти нульового балансу — рівності об'ємів виїмки та насипу для оптимізації кошторисної вартості робіт.

Специфіка застосування методів вертикального та горизонтального планування суттєво різниться залежно від видів об'єктів будівництва та їхнього функціонального призначення. Під час інженерної підготовки промислових майданчиків геодезичне забезпечення орієнтоване на створення суворо горизонтальних або терасованих поверхонь, здатних витримувати значні статичні та динамічні навантаження від технологічного обладнання, важких верстатів та внутрішньозаводського транспорту, що вимагає щільної сітки нівелювання та детального розрахунку картограм земляних робіт. У межах житлової забудови на перший план виступає гармонійне поєднання архітектурних ансамблів із природним ландшафтом, організація внутрішньоквартальних проїздів, пішохідних зон, дитячих майданчиків, зелених насаджень та забезпечення самопливного відведення дощових вод у міську зливову каналізацію без утворення застійних зон і підтоплення підвалів. Будівництво автомобільних доріг та залізниць вимагає безперервного лінійного планування, де геодезичний контроль забезпечує винесення пікетажу, дотримання проектних радіусів вертикальних і горизонтальних кривих, а також суворий контроль нормативних поздовжніх ухилів для безпечного руху на високих швидкостях. Найвищі вимоги до точності та якості планувальних робіт висуваються під час спорудження аеродромів, де вертикальне планування

злітно-посадкових смуг, руліжних доріжок та перонів має забезпечувати ідеально рівну поверхню із чітко розрахованими мікроухилами для миттєвого відведення води, оскільки будь-яка нерівність або відхилення від геометрії критично загрожує безпеці зльоту та посадки повітряних суден. Таким чином, комплексний підхід до геодезичного забезпечення виступає гарантом точної просторової реалізації проектів будь-якої складності.

1.2 Порівняльний аналіз технологій збору просторових даних

Для безпосереднього знімання ситуації та рельєфу використовують кінематичні методи, зокрема метод позиціонування у реальному часі (RTK), який базується на отриманні диференційних поправок від базової станції або мережі перманентних станцій через канали зв'язку, що дає змогу виконавцю миттєво фіксувати просторові координати точок із точністю до кількох сантиметрів. Отримані супутникові планові координати згодом трансформують у державну чи місцеву референц-систему за допомогою математичних параметрів переходу (калібрування або локалізації), а геоїдні висоти узгоджують із квазігеоїдними моделями для переходу до ортометричних чи нормальних висот. Поряд із супутниковими технологіями для детального відображення ландшафту та інженерної ситуації застосовують методи аерофототопографічного та космічного знімання, які за останні роки зазнали суттєвої еволюції завдяки використанню безпілотних літальних апаратів (БПЛА). Фотограмметричний метод передбачає отримання серії перекриваючих знімків високої роздільної здатності, які після математичної фотограмметричної обробки та прив'язки до наземних опорних точок (опознаків) дозволяють створювати високоточні ортофотоплани, цифрові моделі рельєфу (ЦМР) та цифрові моделі місцевості (ЦММ) [2, 3, 11].

Револьюційним технологічним стрибком у методології створення топографічної основи стало застосування методів лазерного сканування, яке поділяється на повітряне (Lidar) та наземне (TLS). Наземне лазерне сканування

дозволяє з міліметровою точністю фіксувати геометрію складних інженерних споруд, фасадів будівель та елементів промислової інфраструктури шляхом формування хмари точок, кожна з яких має власні просторові координати та інтенсивність відбиття сигналу. Повітряне лазерне сканування є незамінним під час проектування лінійних об'єктів великої протяжності [12, 16], як-от магістральні трубопроводи чи автомобільні дороги, оскільки лазерний промінь здатний проникати крізь густу рослинність, фіксуючи реальну поверхню землі, що суттєво підвищує достовірність моделювання рельєфу в лісових масивах. Традиційне тахеометричне знімання сьогодні найчастіше інтегрується з вищезазначеними методами і використовується для дознімання «сліпих зон», недоступних для лазерного променя чи супутникового сигналу під мостами, в густій забудові або всередині колекторів.

Метод	Точність	Швидкість виконання	Економічна ефективність	Коротка характеристика
RTK GNSS	2–3 см (у плані), 3–5 см (по висоті)	Висока (швидке отримання координат у полі)	Висока (відносно низька вартість робіт після обладнання)	Ефективний для відкритих територій, швидке знімання точок, залежить від зв'язку з базовою станцією
БПЛА	2–10 см (залежно від GCP)	Дуже висока (великі площі за короткий час)	Середня (дрон + ПЗ + обробка)	Дас ортофотоплани та ЦМР, ефективний для великих територій, потребує наземної прив'язки
Лазерне сканування (LiDAR)	5–20 мм – 2 см	Висока (дуже щільна хмара точок за короткий час)	Низька / висока (дороге обладнання і обробка)	Найвища деталізація рельєфу, підходить для складних об'єктів та інженерних задач
Тахеометричне знімання	2–5 мм + похибка відстані	Середня (повільніше за RTK і БПЛА)	Висока (доступне обладнання)	Дуже точний метод для локальних ділянок, використовується у будівництві та розбивці

Найбільш універсальним методом для інженерно-геодезичних задач є комбіноване застосування RTK GNSS та БПЛА, що забезпечує баланс між точністю, швидкістю отримання даних та економічною доцільністю. Лазерне

сканування доцільно застосовувати для об'єктів зі складним рельєфом або високими вимогами до деталізації. Тахеометричне знімання залишається базовим методом для локальних робіт та контрольних вимірювань.

Завершальним етапом застосування будь-якого з методів є камеральна обробка отриманих польових даних, яка включає математичне зрівнювання мереж за методом найменших квадратів, оцінку точності вимірів, кодування об'єктів та побудову тривимірних цифрових моделей у середовищі геоінформаційних систем (ГІС) або систем автоматизованого проектування (САПР). Така інтегрована тривимірна основа є фундаментальним базисом для розробки генеральних планів, розрахунку об'ємів земляних робіт, трасування лінійних споруд та подальшого безпомилкового винесення проекту в натуру.

РОЗДІЛ 2

ІСНУЮЧІ МЕТОДИ ГЕОДЕЗИЧНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ПРОЕКТІВ ВЕРТИКАЛЬНОГО ПЛАНУВАННЯ

На сьогодні відомо декілька [1, 2] класичних методів визначення постійної поправки шляхом вимірювання відомої віддалі на еталонному геодезичному базисі. У першому варіанті [11] виконується вимірювання еталонного базису завдовжки 300-500 м, у другому [13] вимірюються віддалі відомої довжини в межах фазового циклу, у третьому вимірюється декілька базисів, довжини яких були виміряні іншим повіреним приладом із необхідною точністю [10]. У цих методиках постійна поправка електронного тахеометра розраховується як різниця між відомою віддаллю та виміряною за допомогою досліджуваного електронного тахеометра. Проте неподалік місця проведення високоточних інженерно-геодезичних робіт еталонного базису може не бути, а створення такого полігону за короткий термін є неможливим. Відомо, що кількість еталонних геодезичних полігонів в Україні є недостатня [17, 18].

Альтернативою цим способам можна вважати методики, які базуються на виконанні лінійно-кутових вимірювань [4]. Перевагами цих методів є висока точність отриманих результатів та можливість виконання вимірювань безпосередньо на об'єкті робіт, проте на етапі опрацювання результатів у такій мережі є складності із вибором вагових коефіцієнтів для лінійних вимірів та кутових вимірів. На нашу думку, найефективнішим та простим у реалізації є вимірювання відрізків створу у всіх комбінаціях [12, 3]. Основними перевагами цього способу є простота реалізації, відсутність потреби у додатковому обладнанні та швидкість виконання. Рекомендацій щодо опрацювання результатів такого дослідження немає.

2.1. Методи створення планово-висотної основи для проектування

Основними завданнями геодезичного забезпечення у цьому контексті є створення надійної геопросторової основи, виконання детального великомасштабного топографічного знімання поточного стану рельєфу і ситуації, точне винесення проектних рішень із креслень на натуру, а також здійснення виконавчого контролю на всіх етапах будівництва та моніторингу можливих деформацій споруд. Нормативно-правова база, що регулює зазначені процеси, формується комплексною системою законодавчих актів, державних будівельних норм та міждержавних стандартів. Вона включає профільне законодавство про регулювання містобудівної діяльності, топографо-геодезичну і картографічну діяльність, а також технічні регламенти, інструкції з топографічного знімання та галузеві нормативи, такі як ДБН (будівельні норми) та ДСТУ, які чітко регламентують склад, обсяги, послідовність виконання робіт та правила ведення виконавчої документації [6, 8].

Суворі вимоги до точності геодезичних робіт є ключовим критерієм мінімізації технологічних ризиків і залежать від стадії проектування, масштабу створюваних планів та специфіки майбутніх об'єктів. Для побудови планової та висотної геодезичної основи встановлюються граничні похибки взаємного положення пунктів, кутових та лінійних вимірів, що досягається використанням сучасних високоточних електронних тахеометрів, супутникових систем позиціонування GNSS у режимах статики та RTK, а також методів геометричного нівелювання високих класів точності. Похибки розпланувальних робіт при винесенні головних осей будівель часто обмежені міліметровими або першими сантиметровими допусками, оскільки найменші відхилення від проекту можуть призвести до порушення міцності конструкцій або неможливості монтажу збірних елементів.

Методи створення топографо-геодезичної основи для проектування є первинною та найвідповідальнішою ланкою інженерно-геодезичних вишукувань, оскільки від їхньої точності та повноти безпосередньо залежить

якість подальших архітектурно-планувальних рішень і надійність капітального будівництва. Процес формування цієї основи полягає у створенні планово-висотної геодезичної мережі згущення та виконанні великомасштабних топографічних знімачів, що трансформують фізичну поверхню Землі у цифрову або аналогову модель. Історично базовим, але й досі актуальним методом створення планової основи є класичні геодезичні побудови, до яких належать триангуляція, трилатерація та полігонометрія. Триангуляція базується на побудові систем взаємопов'язаних трикутників, у яких вимірюють усі кути та обмежену кількість базових сторін, тоді як у трилатерації вимірам підлягають безпосередньо довжини сторін за допомогою високоточних світло- та радіовіддалемірів. Найбільш поширеним методом на забудованих територіях та лінійних об'єктах є полігонометрія, що передбачає прокладання замкнутих або розімкнутих ходів, де одночасно вимірюються кути повороту електронними тахеометрами та довжини ліній, що дозволяє гнучко обходити перешкоди та закладати пункти безпосередньо поблизу майбутніх плям забудови. Висотна геодезична основа створюється переважно методом геометричного нівелювання різних класів точності за допомогою оптичних чи цифрових нівелірів, де перевищення між точками визначають по вертикальних рейках, що забезпечує міліметрову точність, необхідну для подальшого вертикального планування. В умовах складної або пересіченої місцевості, де геометричне нівелювання є неефективним через значні кути нахилу, застосовують тригонометричне нівелювання, за якого перевищення обчислюють за виміряними зенітним відстанню та похилою відстанню за допомогою тахеометрів, хоча цей метод і поступається за точністю класичному геометричному аналогу.

Сучасний етап розвитку геодезії характеризується масовим впровадженням супутникових методів позиціонування за допомогою глобальних навігаційних супутникових систем (GNSS). Супутникові спостереження виконують у кількох режимах, серед яких статичний метод є найбільш точним і застосовується для закладання базових пунктів опорної

межової чи будівельної мережі, оскільки тривале накопичення фазових вимірів дозволяє досягти субсантиметрової точності координат.

Незважаючи на високу операційність глобальних навігаційних супутникових систем (GNSS) у геодезичному виробництві, їхнє застосування супроводжується низкою дестабілізуючих факторів, серед яких визначальними є ефект багатошляховості (multipath), екранування сигналів елементами міської забудови чи природного ландшафту, а також геометричне розмивання супутникового сузір'я (PDOP), що у сукупності знижує внутрішню збіжність результатів і робить неможливим досягнення субміліметрової точності, особливо за висотною компонентою. У зв'язку з цим, безальтернативним інструментом для згущення планово-висотної основи з жорсткими геометричними допусками виступають високоточні електронні тахеометри, які реалізують класичні, математично строгі методи полігонометрії та тригонометричного нівелювання. Головна методологічна перевага тахеометрії полягає в автономності вимірювального комплексу від зовнішнього радіоелектронного середовища та здатності забезпечувати кутову точність до $0.5''-1''$ і лінійну точність порядку $1 \text{ мм} + 1.5 \text{ ppm}$.

Топографо-геодезична вивченість території будівництва

Під час збору та аналізу вихідних матеріалів на підготовчій стадії інженерно-геодезичних вишукувань з'ясувалося, що на територію майбутніх робіт є картографічні матеріали у масштабах 1:25 000, 1:10 000, 1:5 000.

Опорна планово-висотна мережа на майданчику представлена чотирма настінними марками полігонометрії 4-го класу. Їхні вихідні геодезичні координати та висотні відмітки згруповано й представлено нижче в таблиці 2.1.

Таблиця 2.1 — Вихідні геодезичні дані пунктів опорної мережі

№	Координати, м		Висота, м Н	Клас	Опис
	X	Y			
Rp1	483,384	847,169	278,550	IV	Настінний репер

Rp 2	563,659	836,762	278,940	IV	Настінний репер
Rp 3	1482,424	750,046	264,810	IV	Настінний репер
Rp 4	1545,292	762,981	262,650	IV	Настінна марка

Перехід від інструментальних переваг електронної тахеометрії до безпосереднього формування планово-висотної основи вимагає суворого підпорядкування польових вимірювальних процесів чинній нормативно-правовій базі та відомчим інструкціям, які стандартизують геометричні параметри побудови локальних геодезичних мереж. Відповідно до нормативних вимог інженерно-геодезичних вишукувань для містобудівного та промислового проектування, ключовим методом згущення планової основи виступає полігонометрія 1 розряду, проектування та прокладання ходів якої лімітується жорсткими допусками [7] (див. табл.2.2).

Таблиця 2.2 – Нормативні вимоги до полігонометрії 1 розряду

Показники	2-й розряд
Гранична довжина ходу, км: окремого між вихідною і вузловою точками між вузловими точками	4.0 3.0 2.0
Граничний периметр полігону, км	12
Довжини сторін ходу, км: найбільша найменша середня	0.50 0.08 0.20
Кількість сторін у ході, не більше	15
Відносна помилка ходу, не більше	1:5000
Середня квадратична помилка виміряного кута (за нев'язками у ходах і в полігонах), кутові секунди, не більше	10
Кутова нев'язка ходу або полігона, кутові секунди, не більше, де n - кількість кутів у ході	$20\sqrt{n}$

Середня квадратична помилка вимірювання довжини сторони, см:	
до 500 м	1
від 500 до 1000 м	-
понад 1000 м	-

Паралельно з плановим згущенням, нормативні вимоги до побудови висотної основи за допомогою електронних тахеометрів регламентують процеси тригонометричного нівелювання, яке у пересіченій місцевості або за наявності значних кутів нахилу виконує роль висотного обґрунтування топографічних зніманих. Оскільки тригонометричне нівелювання за своєю фізико-математичною суттю є більш чутливим до вертикальної рефракції атмосфери та кривизни Землі, нормативні стандарти висувають суворі технологічні обмеження для забезпечення точності, еквівалентної четвертому класу або технічному нівелюванню [6, 7].

Таблиця 2.3 – Нормативні вимоги до тригонометричного нівелювання

Показники	Тригонометричне нівелювання
Коливання значень вертикальних кутів та місця нуля, що обчислені з окремих прийомів, не повинно перевищувати	15"
Розходження між прямим і зворотним перевищенням для однієї і тієї самої сторони на кожні 100 м відстані не повинно бути більшим від, см	4
Нев'язки по висоті в ходах і замкнутих полігонах не повинні перевищувати, де n - кількість ліній у ході, S - довжина лінії в метрах, см	$f_h = 0,04S_{\text{сеп}}\sqrt{n}$
Висоти верху візирної цілі і горизонтальної осі приладу над маркою центра знака вимірюють з точністю, см	1

Завершальне математичне зрівнювання системи висотних ходів, виконане параметричним способом за методом найменших квадратів із урахуванням вагових коефіцієнтів довжин ліній, дозволяє звести граничну висотну нев'язку до нормативного показника, створюючи єдину та достовірну планово-висоту геодезичну основу для подальшого тривимірного цифрового моделювання і вертикального планування території.

Геодезичною базою для виконання інженерно-геодезичних вишукувань на лінійних об'єктах є пункти планово-висотної знімальної мережі. Її розгортають у вигляді магістральних ходів безпосередньо вздовж осі проекрованої траси. У процесі вишукувань лінійних споруд такі магістральні ходи знімальної мережі підлягають обов'язковій планово-висотній прив'язці до пунктів державної чи опорної геодезичної мережі щонайменше через кожні 30 км. Якщо державні або опорні геодезичні пункти розташовані далі ніж за 5 км від осі траси, правила дозволяють замість планової прив'язки визначати істинні азимути сторін магістрального ходу. Таку процедуру необхідно проводити з інтервалом не більше ніж 15 км. Конкретні методики фіксації дійсних азимутів та нормативні вимоги до точності кутових вимірювань обов'язково прописують у програмі вишукувань. Створення опорної геодезичної мережі слід проектувати так, щоб її пункти та реperi можна було ефективно використовувати під час подальшого геодезичного супроводу будівництва, а також у період експлуатації зведеного об'єкта.

Створення планово-висотної геодезичної основи є початковим етапом виконання геодезичних робіт на об'єкті. Для забезпечення планової координатної основи було запроектовано витягнутий хід полігонометрії 2-го розряду, вихідними пунктами для якого слугують настінні марки 1-го розряду. Своєю чергою, висотна опорна мережа розгорталася шляхом прокладання ходу тригонометричного нівелювання.

З огляду на зазначену структуру мережі, детальні технічні та геометричні параметри запроектованої планово-висотної основи зводяться до таких нормативних показників.

Розрахунок та побудова запроектованого ходу полігонометрії 2-го розряду виконується з дотриманням чинних інструкцій. Схему запоектованої мережі полігонометрією 2-го розряду (рис.2.1) наведено нижче:

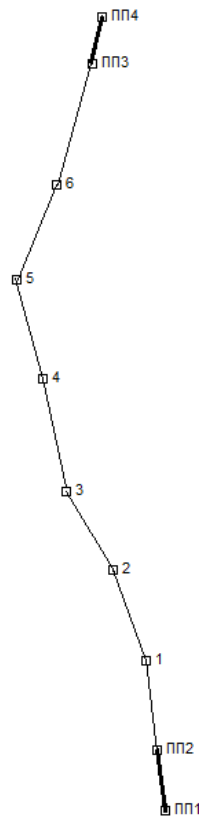


Рис.2.1 - Планова геодезична основа

Висоти для пунктів планової мережі визначаються паралельно за допомогою тригонометричного нівелювання. Схема тригонометричного нівелювання по пунктам полігонометрії 2-го розряду такий вигляд:



Рис.2.2 - Висотна геодезична основа

Для забезпечення планової координатної основи було запроєктовано витягнутий хід полігонометрії 2-го розряду. Свою прив'язку він отримує від наявних настінних пунктів полігонометрії 1-го розряду.

Загальна протяжність розпланувального ходу становить 970,596 м, де мінімальна довжина сторони дорівнює 121,778 м, а максимальна — 169,650 м. Отримані метричні параметри та конфігурація лінії повністю задовольняють чинні нормативні вимоги, що висуваються до об'єктів полігонометрії 2-го розряду.

Для оптимізації польових робіт знімальний процес заплановано реалізувати за допомогою сучасного електронного тахеометра. Це дозволяє поєднати лінійно-кутові заміри із тригонометричним нівелюванням. Таким чином, паралельно із фіксацією планового положення буде виконано визначення висотних відміток для всіх нових пунктів створюваної геодезичної основи.

Рекогностування пунктів полігонометрії

Польове обстеження геодезичних пунктів полігонометрії здійснюється із суворим дотриманням регламенту чинних інструкцій. Роль вихідної планово-висотної основи у цьому проекті виконують настінні марки, що належать до полігонометрії 4-го класу та 1-го розряду.

Для прив'язки кінцевих точок запроектованого полігонометричного ходу застосовують кутову засічку: координати з двох настінних марок зносять на тимчасові робочі центри, закріплені на обох кінцях лінії. Варто зазначити, що в межах щільної міської забудови геодезичні пункти найчастіше закладають саме у вигляді настінних знаків. Перенесення координат на такі стінові марки з робочих точок можна реалізувати лінійною чи кутовою засічками, полярним способом або методом редукування.

Полярний метод є найбільш доцільним у випадках, коли виміряти пряму відстань від тимчасового центра до стінового знака заважає активний трафік автомобілів чи пішоходів (зокрема, під час робіт на перехрестях).

У мережах полігонометрії 4-го класу кутові напрямки на настінні пункти визначали трьома круговими прийомами, виконуючи візування на спеціальні шпильки, що фіксуються в отворах марок. Натомість у ходах 1 та 2 розрядів такі виміри на стінові знаки здійснювали паралельно з фіксацією головних кутів повороту ходу.

Сама процедура кутових вимірювань на тимчасовому робочому центрі була організована так, щоб мінімізувати частоту перефокусування зорової труби тахеометра. Для цього на кожній станції дотримувалися такої черговості спостережень: спочатку візували на задню точку ходу, потім на передню, і лише після цього виконували наведення на настінні знаки.

Тимчасові робочі точки P_1 і P_2 було закладено безпосередньо навпроти двох сусідніх стінових марок. При їхньому виборі дотримувалися умови, щоб величини кутів β_1 та β_2 перебували у діапазоні від 88° до 92° , а протяжність лінійних відстаней l_1 та l_2 не була більшою за 20 метрів.

Безпосередньо на станціях 1 і 2 було виконано вимірювання лінійних відстаней l_1 і l_2 , а також відповідних їм кутових величин β_1 і β_2 . На основі цих

даних розраховано координати тимчасових робочих точок P_1 та P_2 . З метою контролю обчислень було виконано перевірку довжини лінії P_1P_2 , та її дирекційного кута $\alpha_{P_1P_2}$, який надалі слугує вихідним орієнтиром для прив'язуваного полігонометричного ходу.

Математичний алгоритм передачі координат із настінних марок на тимчасові геодезичні знаки детально реалізовано за схемою, що наведена на Рисунку 2.3, та згідно з розрахунковими формулами (2.1)–(2.14).

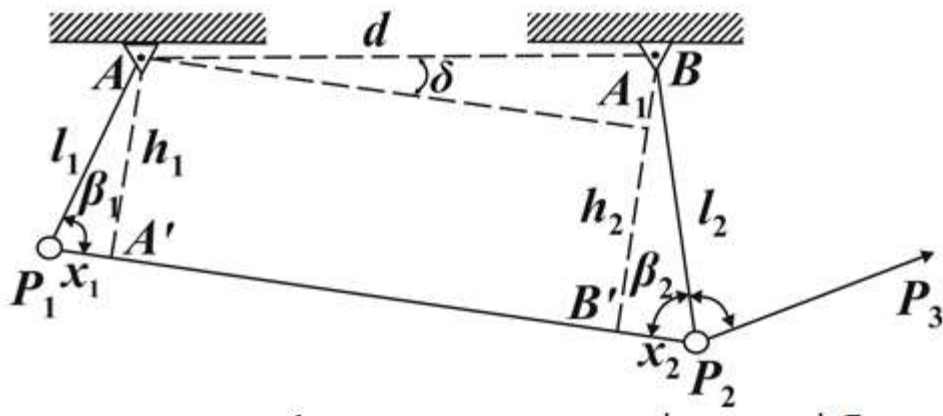


Рис.2.3 - Схема прив'язки до одинарних настінних знаків

Обчислення дирекційного кута та довжини сторони AB

$$AB = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2} \quad (2.1)$$

$$r_{AB} = \text{Arctg}((Y_B - Y_A)/(X_B - X_A)) \quad (2.2)$$

$$\alpha_{AB} = \text{ПдСх}: 180^\circ - r_{AB} \quad (2.3)$$

$$\alpha_{BA} = \alpha_{AB} \pm 180^\circ \quad (2.4)$$

Обчислення кута δ

$$h_1 = l_1 \cdot \sin \beta_1 \quad (2.5)$$

$$h_2 = l_2 \cdot \sin \beta_2 \quad (2.6)$$

$$\text{з трикутника } \triangle ABA_1, \text{ де сторона } BA_1 = h_2 - h_1 \quad (2.7)$$

$$\delta = \text{Arcsin}((h_2 - h_1)/d) \quad (2.8)$$

Обчислення дирекційних кутів сторін AP_1 з $\triangle AA'P_1$ та BP_2 з $\triangle BB'P_2$

$$\alpha_{AP_1} = \alpha_{AB} + \delta + 180^\circ - \beta_1 = \alpha_{BA} + \delta - \beta_1 \quad (2.9)$$

$$\alpha_{BP_2} = \alpha_{BA} - 180 + \delta + \beta_2 = \alpha_{AB} + \delta + \beta_2 \quad (2.10)$$

Обчислення координат точок P_1 і P_2 з $\triangle AA'P_1$ і $\triangle BB'P_2$

$$X_{P_1} = X_A + l_1 \cdot \cos(\alpha_{AP_1}) \quad (2.11)$$

$$Y_{P_1} = Y_A + l_1 \cdot \sin(\alpha_{AP_1}) \quad (2.12)$$

$$X_{P_2} = X_B + l_2 \cdot \cos(\alpha_{BP_2}) \quad (2.13)$$

$$Y_{P_2} = Y_B + l_2 \cdot \sin(\alpha_{BP_2}) \quad (2.14)$$

У плановому відношенні закладені пункти охоплюють територію з габаритами орієнтовно 150 на 260 метрів, що цілком збігається з реальними межами ділянки приблизно чотири гектари. Така геометрія просторового розміщення точок забезпечує щільність знімального обґрунтування на рівні 5–6 пунктів на один гектар. Відповідно до чинних методичних рекомендацій, цієї щільності цілком достатньо для виконання надійного геопросторового орієнтування (прив'язки) матеріалів повітряного аерофотознімання [1]. Прямі відстані між суміжними геодезичними центрами коливаються в діапазоні від 20 до 50 метрів, завдяки чому з'являється можливість оперативно здійснювати взаємний контроль точності виконаних супутникових вимірювань.

Сформована опорна планово-висотна мережа слугує надійною координатною базою для виконання подальших геодезичних робіт, пов'язаних із калькуляцією обсягів об'ємів земляних робіт. Геометрична конфігурація, загальна чисельність та просторове розміщення закладених пунктів повністю задовольняють технологічні умови комбінованого підходу. Цей підхід поєднує в собі переваги цифрової аерофотограмметрії.

Показники точності, що були досягнуті під час фіксації просторового положення геодезичних центрів, виступають надійною запорукою того, що фінальні розрахунки місткості вугільних штабелів будуть виконані з мінімальною похибкою. Отримана лінійно-кутова точність гарантує, що гранична похибка визначення об'ємів запасів не перевищить регламентовані

три відсотки (3%), що суворо відповідає критеріям чинної галузевої нормативної документації.

2.2 Використання програмного комплексу Credo Dat для урівнювання та аналізу точності закладеної планово-висотної мережі

Таким чином, чітке дотримання технології польових робіт та встановлених допусків під час закладання полігонометрії 2-го розряду створює надійне підґрунтя для подальшого проектування. Водночас, завершальним і критично важливим кроком формування топографо-геодезичної основи є камеральна обробка отриманих результатів. Вона передбачає математичну оцінку геометрії побудованої мережі та усунення невязок.

Ефективне вирішення цих завдань та детальний аналіз точності закладеної планово-висотної мережі в межах даного дослідження було виконано за допомогою сучасного програмного комплексу Credo Dat, особливості застосування якого детально розглянуто нижче.

Інформаційною базою для розрахунків у програмному комплексі CREDO DAT слугують растрові зображення картографічної основи, файли з результатами вимірювань або готовими координатами з електронних тахеометрів та GNSS-обладнання. Окрім цього, програма підтримує ручне введення даних із паперових журналів (кутів, відстаней, перевищень), координати та висотні відмітки опорних пунктів, а також графічні схеми геодезичних мереж.

До ключових функціональних можливостей CREDO DAT належать:

- пряме зчитування польових файлів із тахеометрів провідних брендів: sokkia (формати sdr2x, 3x), nikon (rdf), leica (gsi, gre, idex), trimble (m5), topcon (gts6, gts7), geodimeter (job, are), pentax (aux, dc1, csv), kolida (kts440, 550), foif (rts600, 680) та уомз (3та5, 4та5);

- завантаження результатів камеральної обробки супутникових gnss-спостережень у форматах: *.txt та *.csv (lgo), *.asc (tgo, tbc), snap-файлів (pinacle), *.tvf (topcon tools), а також звітів щодо розв'язання векторів базових ліній (spectrum survey);
- гнучкий імпорт просторових координат та лінійно-кутових параметрів із будь-яких текстових файлів завдяки інструменту створення користувацьких шаблонів;
- візуалізація картографічних растрових підкладок, експортованих із програм трансформ, arcview/arcinfo, mapinfo, photomod, або стандартних графічних зображень без геопросторової прив'язки (у розширеннях jpeg, tiff, bmp);
- конфігурування та інтеграція декількох тематичних класифікаторів, а також розпізнавання складних кодових інструкцій для автоматичного формування просторової та атрибутивної бази даних про топографічні об'єкти безпосередньо під час польових робіт.
- генерація й розгортання індивідуальних користувацьких схем (кодових бібліотек) для спрощення польового кодування місцевості.
- інформаційне наповнення та редагування таблиць з можливістю використання буфера обміну для оперативної роботи з ходами, окремими вимірами, супутниковими векторами, станціями та реперами; інструменти тимчасового виключення чи поновлення пунктів і спостережень, групування блоків даних, а також виконання інтерактивних правок безпосередньо на графічному екрані.
- автоматичний пошук, виокремлення та усунення грубих похибок у лінійно-кутових мережах, вихідній основі та ходах геометричного нівелювання за допомогою математичного апарату Ір-метрики або в інтерактивному режимі шляхом покрокового трасування.
- комплексне або роздільне математичне урівнювання планових супутникових та традиційних лінійно-кутових вимірів, а також висотних мереж

(включаючи системи й ходи тригонометричного та геометричного нівелювання). Процедура виконується параметричним способом за методом найменших квадратів для геодезичних мереж будь-яких класів, конфігурацій та комбінацій методів їхнього створення. Реалізовано функціонал для спільної математичної обробки різноточних даних та різних знімальних методик із побудовою детальної оцінки якості, що включає відображення еліпсів похибок.

[1]

- спільне або поетапне урівнювання багаторангових (багатокласових) опорних геодезичних побудов.
- математичне перетворення координатних систем, зокрема автоматичний перерахунок просторових прямокутних координат у геодезичні параметри.
- камеральна обробка тахеометрії з автоматичним моделюванням лінійних, точкових і площинних елементів ситуації, а також заповненням їхніх описових характеристик на основі інформації з польових кодів.
- попереднє проектування опорних мереж (зокрема з оцінкою впливу похибок вихідної геодезичної основи), що дозволяє підібрати найефективнішу геометрію побудови, визначити необхідний обсяг спостережень та обґрунтувати вимоги до точності приладів.
- автоматична генерація каталогів та відомостей із подальшим їхнім виведенням у встановлених нормативних формах.
- створення топографічних планів у масштабах від 1:500 до 1:5 000, а також графічних схем знімального обґрунтування з використанням стандартних або індивідуальних умовних знаків, компонованням у креслярській моделі та виведенням готових матеріалів на друк.
- експорт звітних матеріалів у популярні цифрові формати, серед яких dxf (autocad), mif/mid (mapinfo), власні формати екосистеми credo (cdx), а також у довільні текстові структури за шаблонами користувача.

- пряме завантаження координатних даних і розпланувальних параметрів через послідовний інтерфейс (порт) безпосередньо в пам'ять електронних тахеометрів.
- кінцева продукція, що формується за результатами обробки в програмі, включає:
 - готові до друку топографічні плани та планшети (масштаби 1:500 – 1:5 000) з повним зарамковим оформленням;
 - цифрові векторні моделі місцевості у форматах dxf, credo (cdx), shape-file (arcview) та mif/mid (mapinfo);
 - каталоги координат, висотних відміток, відомості польових вимірювань та аналітичні звіти з оцінки точності, збережені у стандартних або налаштованих користувачем текстових файлах.

Алгоритм функціонування програмного комплексу Credo Dat базується на наскрізному аналізі просторових даних за схемою «імпорт — попередній аналіз — урівнювання — звітність». На першому етапі здійснюється завантаження результатів польового тахеометричного ходу та налаштування параметрів проєкту (вибір систем координат, встановлення допусків). Далі система виконує попередній розрахунок геометрії мережі для пошуку випадкових та систематичних похибок. Ключовою стадією алгоритму є математичне урівнювання планової та висотної складових, що дозволяє отримати збалансовані координати пунктів та сформувати фінальні відомості оцінки точності для подальшого проєктування територій.

У цьому програмному комплексі мною було здійснено математичне урівнювання та аналіз якості побудови планової і висотної геодезичної основи. Навчальний чи виробничий процес передбачав опрацювання даних польових вимірювань, отриманих під час прокладання на місцевості ходу тригонометричного нівелювання та полігонометричного ходу 2-го розряду. На основі цих фактичних матеріалів було виконано їх повну камеральну обробку.

1. Створено новий проєкт в програмному забезпеченні Credo Dat (Рис.2.5).

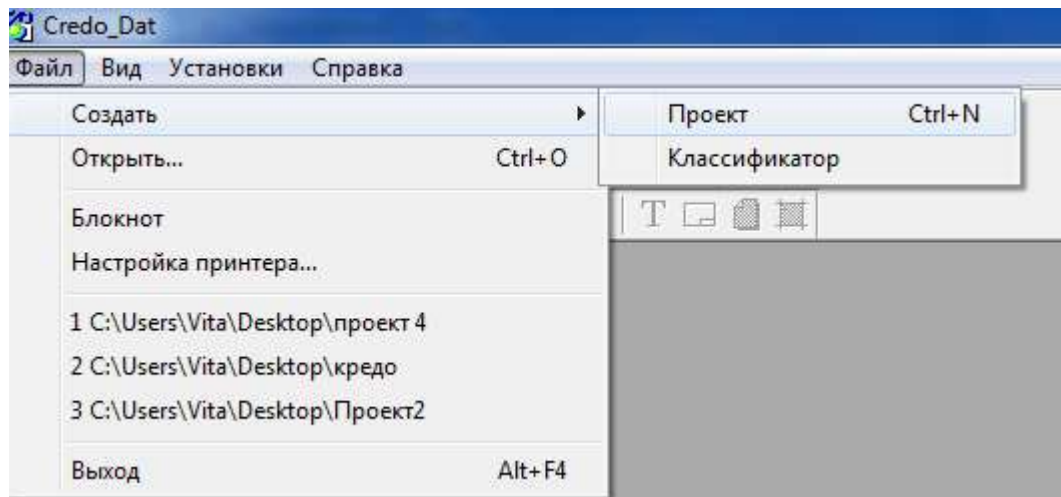


Рис.2.5 - Створення проекту

2. У вкладці «Пункти ПВО» введено координати пунктів геодезичної (Рис.2.6).

	Имя	X	Y	Тип XY	H	Тип H
☐	ПП1	483,384	847,169	Исходны	278,550	Исходны
☐	ПП2	563,659	836,762	Исходны	278,940	Исходны
☐	ПП3	1482,424	750,046	Исходны	264,810	Исходны
☐	ПП4	1545,292	762,981	Исходны	262,650	Исходны

Рис.2.6 - Вихідні пункти

3. У вкладці «Дирекційні кути» введено дирекційний кут лінії PP1-PP2 (Рис.2.7).

Пункт	Цель	Дир. угол	Класс
☐ GPS2	GPS1	172°36'46,25"	1-разряд

Рис.2.7 - Дирекційний кут

4. «Теодолітні ходи» результати вимірів (номер станції, горизонтальний кут, віддаль та клас полігонометрії) (Рис.2.8).

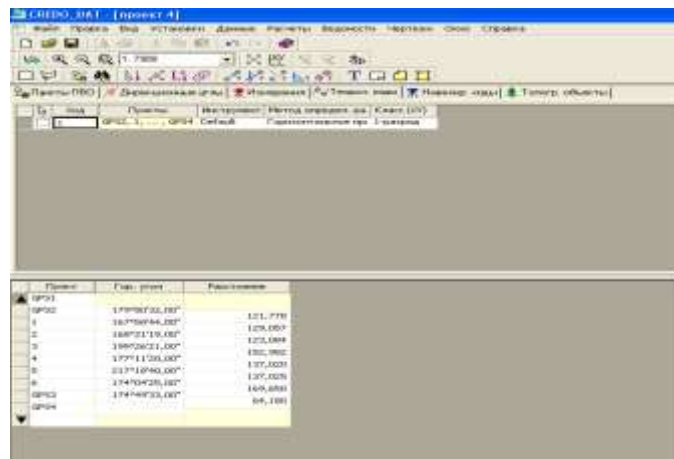


Рис.2.8 - Введення результатів вимірів

5. «Нівелірні ходи» введено дані нівелювання (Рис.2.9).

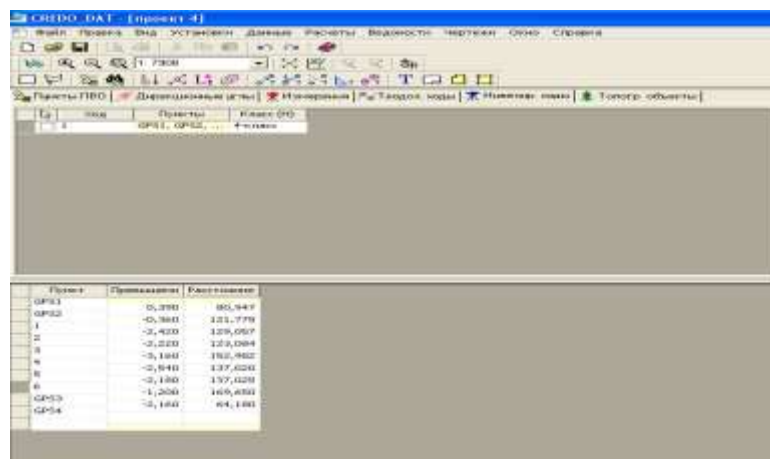


Рис.2.9 - Дані нівелювання

6. Щойно всю вихідну інформацію внесено до програми, я запускаю процедуру попередньої обробки даних. Для цього необхідно перейти до меню «Розрахунки» та вибрати однойменну команду «Розрахунок» (як показано на рис. 2.10).

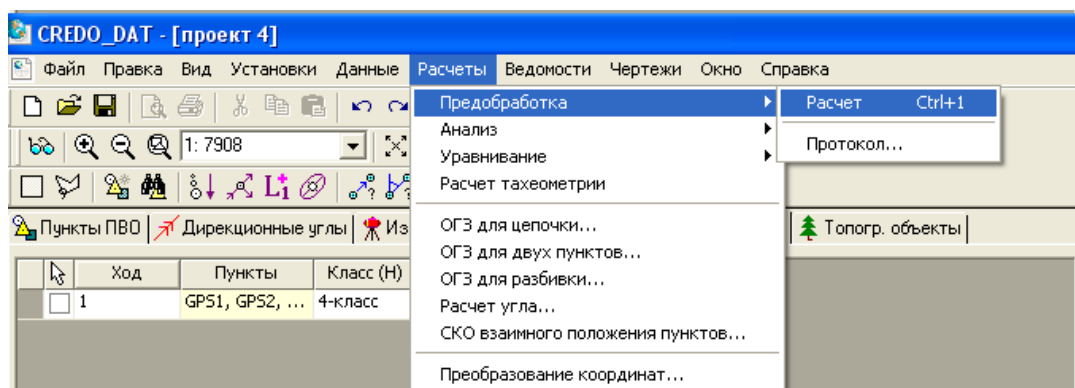


Рис.2.10 - Попереднє опрацювання результатів вимірів

7. Наступним кроком проведено тестування геодезичної мережі, скориставшись інструментом автоматичного пошуку грубих помилок. Для цього в головному меню було обрано послідовність команд «Розрахунок» – «Аналіз» – «L1-аналіз» (ілюстрація наведено на рис. 2.11).

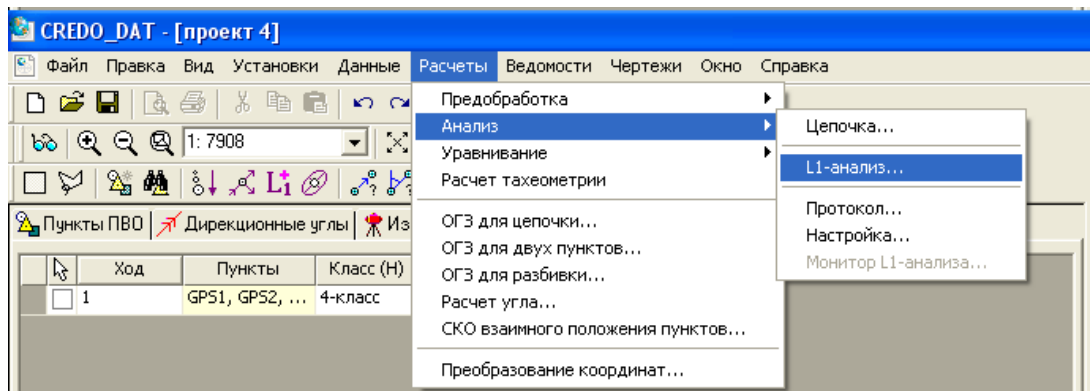


Рис.2.11 - L1-аналіз

8. Завершивши попередні підготовчі етапи, необхідно запустити процедуру строгого математичного урівнювання мережі. З цією метою я переходжу до розділу головного меню «Розрахунки», де послідовно обираю пункти «Урівнювання» – «Розрахунок» (схему дій відображено на рис. 2.12).

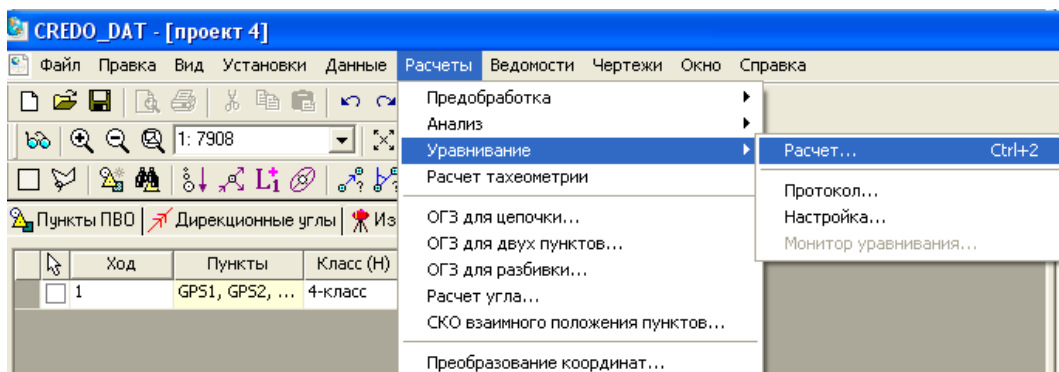


Рис.2.12 - Вирівнювання

9. У правому секторі робочого простору програми відображається графічна схема полігонометричного ходу. Вона автоматично генерується на основі тих вимірювань, які були внесені на попередніх етапах обробки (див. рис. 2.13).

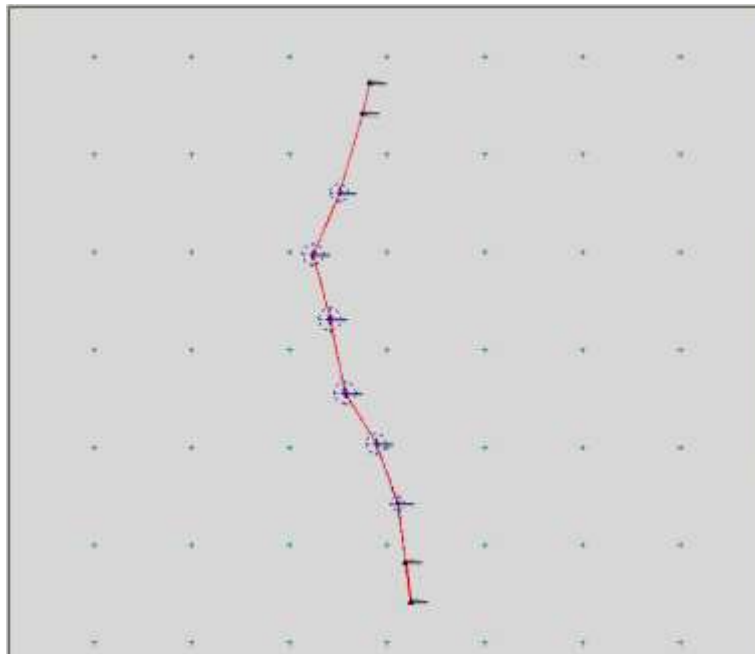


Рис.2.13 - Хід полігонометрії

10. Фінальним етапом моєї роботи є генерація звітних документів. Щоб відобразити їх на моніторі, я відкриваю головне меню «Відомості» та обираю зі списку потрібні аналітичні таблиці й каталоги (як продемонстровано на рис. 2.14).

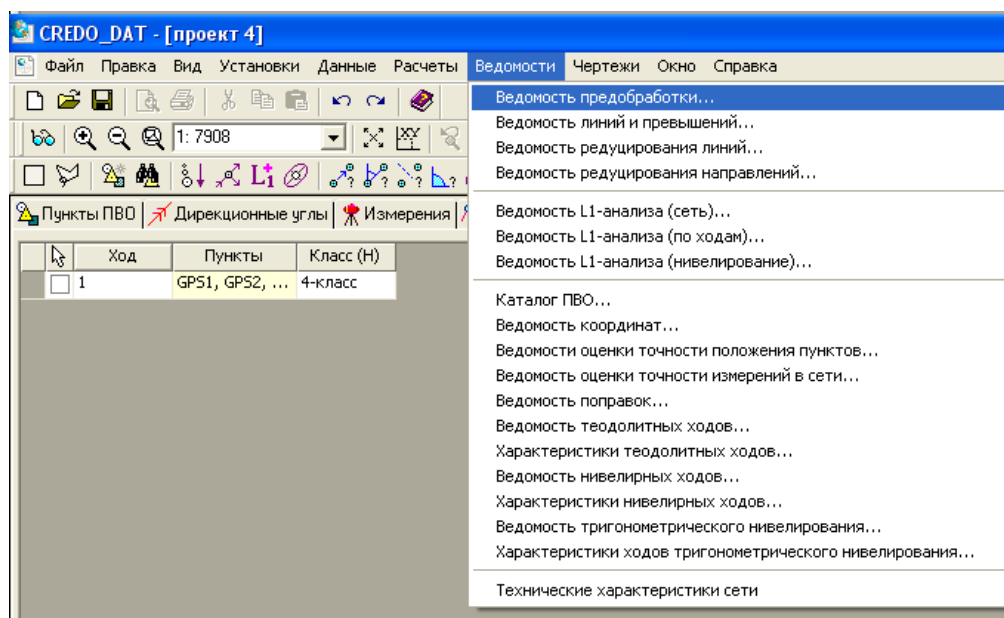


Рис.2.14 - Відомості

Усі підсумкові матеріали камеральної обробки, математичного урівнювання та всебічного аналізу якості побудови створеної планово-висотної мережі згруповані та детально представлені у ДОДАТКУ А таблиці 1–9. Ці

табличні дані містять вичерпну інформацію про отримані лінійні та кутові нев'язки, величини внесених поправок у виміряні елементи ходу, а також розраховані значення середніх квадратичних похибок (СКП) визначення координат для кожної нової точки.

На основі результатів строгого параметричного урівнювання за методом найменших квадратів було сформовано підсумковий каталог координат і висот пунктів геодезичної основи (таблиця 2.11). Цей документ є головним юридичним та технічним результатом розрахунків, оскільки містить остаточні планові значення координат X і Y та висотні відмітки H , які надалі використовуватимуться як вихідна основа для безпосереднього винесення проекту споруди в натуру.

Крім того, повний комплекс геометричних та експлуатаційних параметрів сформованої геодезичної мережі, що відображає її конфігурацію, граничні допуски та фактичні показники точності відносно чинних інструкцій, систематизовано й наведено у зведених технічних характеристиках (таблиці 11 і 12).

2.3 Аналіз ключових методів топографічного знімання територій під час розрахунку об'ємів земляних робіт

Обґрунтування вибору електронної тахеометрії як базового методу збору просторових даних та успішне математичне урівнювання планово-висотної мережі у програмному комплексі Credo Dat створюють надійну основу для вирішення прикладних інженерних завдань. У контексті вертикального планування територій одним із найбільш відповідальних етапів є точне визначення об'ємів земляних робіт (розробки ґрунту, насипів та виїмок). Економічний успіх та кошторисна вартість усього будівельного проекту безпосередньо залежать від достовірності цих розрахунків, що, своєю чергою,

визначається щільністю, точністю та конфігурацією точок топографічного знімання. Ефективність розрахунку об'ємів земляних робіт критично залежить від того, наскільки детально цифрова модель рельєфу (ЦМР) відображає фактичний мікрорельєф місцевості, укоси, бровки та тальвеги. З огляду на це, виникає необхідність проаналізувати ключові методи топографічного знімання саме крізь призму їхньої придатності для підрахунку об'ємів мас ґрунту. Далі розглянуто технологічні особливості застосування знімання за квадратною сіткою, методу поперечників (профілів), а також сучасного попикетного тахеометричного знімання, які дозволяють побудувати адекватну геометричну модель для подальшого проектування.

Сформована опорна планово-висотна мережа слугує надійною координатною базою для виконання подальших геодезичних робіт. Геометрична конфігурація, загальна чисельність та просторове розміщення закладених пунктів повністю задовольняють технологічні умови комбінованого підходу. Цей підхід поєднує в собі переваги цифрової аерофотограмметрії та наземного лазерного сканування (НЛС).

Показники точності, що були досягнуті під час фіксації просторового положення геодезичних центрів, виступають надійною запорукою того, що фінальні розрахунки місткості вугільних штабелів будуть виконані з мінімальною похибкою. Отримана лінійно-кутова точність гарантує, що гранична похибка визначення об'ємів запасів не перевищить регламентовані три відсотки (3%), що суворо відповідає критеріям чинної галузевої нормативної документації.

Технологія та етапи виконання аерознімальних робіт

Розробка польотних завдань для безпілотного літального апарату здійснювалася в автоматизованому режимі за допомогою спеціалізованого програмного комплексу Flight Tools, призначеного для побудови маршрутів та автоматичного керування польотами БПЛА. Під час проектування польотної місії ключову увагу приділяли оптимізації таких параметрів: робочій висоті польоту, лінійній роздільній здатності пікселя на місцевості (GSD), величинам

взаємного поздовжнього й поперечного перекриття кадрів, сумарній кількості знімальних галсів (маршрутів) та загальному часу перебування апарату в повітрі. Вибір цих показників обґрунтовувався технічними характеристиками встановленого на борту обладнання та чинними нормативними вимогами до точності фінальної фотограмметричної продукції [9, 10].

Щоб теоретично обґрунтувати доцільність впровадження цифрового стереофотограмметричного підходу на об'єкті, на підготовчій стадії було виконано розрахунок апіорної моделі точності просторового моделювання ділянки.

Обчислення очікуваних середніх квадратичних похибок (СКП) визначення просторових координат виконували за такими аналітичними залежностями:

$$m_x = mx_1 \left[\left(\frac{m_{x1}}{x_1} \right)^2 + \left(\frac{m_p}{f} \right)^2 + \left(\frac{x_1^2}{f \left(\frac{f}{H} \right)} m_\Delta \right)^2 + \left(\frac{x_1 y_1}{f \left(\frac{f}{H} \right)} m_\Delta \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$m_y = my_1 \left[\left(\frac{m_{y1}}{y_1} \right)^2 + \left(\frac{m_p}{f} \right)^2 + \left(\frac{y_1^2}{f \left(\frac{f}{H} \right)} m_\Delta \right)^2 + \left(\frac{x_1 y_1}{f \left(\frac{f}{H} \right)} m_\Delta \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$m_z = mz_1 \left[\left(\frac{m_{z1}}{z_1} \right)^2 + \left(\frac{m_p}{f} \right)^2 + \left(\frac{z_1^2}{f \left(\frac{f}{H} \right)} m_\Delta \right)^2 + \left(\frac{x_1 y_1}{f \left(\frac{f}{H} \right)} m_\Delta \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

У вищезазначених аналітичних залежностях використано такі умовні позначення:

m — знаменник масштабу виконання аерознімання;

f — фокусна відстань цифрової знімальної камери;

x_1, y_1 — лінійні розміри (відповідно абсциса та ордината) робочого кадру ПЗЗ-матриці (світлочутливого сенсора) камери;

$m_p = m_{x1}$ — середня квадратична похибка фіксації координат точок на самому знімку, значення якої приймається відповідно до паспортних технічних параметрів камери;

m_B — похибка базису фотографування у масштабі знімка, визначена на основі паспортних даних геодезичного та знімального обладнання.

Обчислені значення очікуваних похибок і підсумкові оціночні дані детально систематизовано та представлено нижче у таблиці 2.2.

Таблиця 2.4 – Теоретичний розрахунок (апріорна оцінка) очікуваних похибок визначення тривимірних координат точок об'єкта

Висота польоту, м	Базис, м	Масштаб	m_x , м	m_y , м	m_z , м
250	500	1:1000	0,11	0,11	0,25

Отримані розрахункові показники цілком задовольняють нормативні вимоги, що висуваються до точності картографування у масштабах 1:1 000 та 1:2 000. При цьому висота перерізу рельєфу (крок горизонталей) для зазначених масштабів приймається рівною 0,5–1 м, а для третього, дрібнішого масштабу, цей параметр становить 1 м.

Трансляція сформованого польотного завдання, що містило координати навігаційних точок, на бортовий комп'ютер БПЛА здійснювалася дистанційно за допомогою бездротових каналів зв'язку. У цьому цифровому плані було чітко прописано координати стартового майданчика та зони приземлення, черговість проходження точок галсу із прив'язкою до фіксованої висоти польоту, робочу швидкість переміщення дрону, а також алгоритм роботи затворного механізму камери на кожному знімальному пікеті.

Паралельно з масивом цифрових зображень було зафіксовано бортові файли телеметрії. Вони містили просторові координати центрів проектування кадру, а також апріорні значення кутів тангажу, крену та рискання знімків, визначені інтегрованою навігаційною системою безпілотної. Зафіксована

бортовим GNSS-модулем точність координат центрів фотографування варіювалася в межах 1–2 метрів для планового положення та 3–5 метрів для висотної складової. Такі похибки є стандартними для автономного супутникового позиціонування, що виконується без залучення базових станцій чи мереж диференціальних поправок.

Звісно, подібної точності замало для безпосереднього (прямого) геодезичного координування елементів ситуації на знімках. Проте наявність цих даних дозволяє істотно прискорити процедуру автоматичного взаємного орієнтування кадрів під час обробки у спеціалізованих фотограмметричних програмах.

Усі фактичні параметри реалізованої аерознімальної місії — включно з сумарною кількістю отриманих кадрів, робочою висотою польоту, лінійною роздільною здатністю пікселя на місцевості (GSD), величинами взаємного перекриття знімків та іншими показниками — систематизовано у зведеній таблиці 2.5

Таблиця 2.5 – Технічні та метричні характеристики реалізованого аерофотознімання

Параметр	Значення
Загальна кількість знімків	39
Кількість польотів	1
Кількість маршрутів	3
Висота знімання над рівнем зльоту	300 м
Середня висота над поверхнею землі	294 м
Роздільна здатність знімків (GSD)	4,6 см/піксель
Розмір знімка на матриці	6000 × 4000 пікселів
Розмір знімка на місцевості	276 × 184 м
Поздовжнє перекриття знімків	90 %
Поперечне перекриття знімків	60 %
Базис поздовжній	26 м
Базис поперечний	75 м
Площа покриття знімками	~4,0 га
Фокусна відстань камери	25 мм
Час виконання польоту	~8 хв

Завдяки реалізованому аерофотозніманню було сформовано суцільний і високоякісний масив цифрових зображень усього простору вугільного складу. Метричні характеристики отриманих кадрів повністю задовольняють технологічні умови, необхідні для подальших фотограмметричних обчислень та побудови точної цифрової моделі рельєфу поверхні паливних штабелів.

Оптимальний розмір пікселя на місцевості (GSD) дає змогу розраховувати на те, що середня похибка визначення висотних позначок на поверхні бортів перебуватиме в межах двох-трьох лінійних розмірів пікселя, що в абсолютному вимірі дорівнює приблизно 6–9 см. Такий рівень вертикальної точності є цілком достатнім, щоб забезпечити кінцеве обчислення об'ємів складованого вугілля з нормативною похибкою, яка не перевищує 2–3%, що суворо відповідає критеріям чинних інструкцій та нормативних документів.

З метою всебічного аналізу якості геопросторового орієнтування фотограмметричної моделі увесь масив із одинадцяти опорних пунктів було переведено у статус контрольних точок (*check points*). Розраховані за результатами обробки значення середніх квадратичних похибок (СКП) для

координат цих контрольних точок детально згруповано та представлено нижче у таблиці 2.6

Таблиця 2.6 – Аналіз якості геопросторової прив'язки до пунктів полігонометрії

Точка	Кількість знімків	RMS X, м	RMS Y, м	RMS Z, м	RMS XY, м	RMS XYZ, м
1	6	0,024	0,031	0,047	0,039	0,062
2	5	0,019	0,028	0,052	0,034	0,062
3	7	0,032	0,025	0,041	0,041	0,058
4	4	0,028	0,034	0,055	0,044	0,071
5	6	0,021	0,029	0,048	0,036	0,059
6	5	0,026	0,032	0,051	0,041	0,065
7	7	0,018	0,023	0,044	0,029	0,053
8	6	0,025	0,027	0,049	0,037	0,062
9	5	0,031	0,029	0,053	0,042	0,068
A1	6	0,022	0,026	0,046	0,034	0,057
A2	4	0,027	0,033	0,054	0,043	0,069
Середнє	5,5	0,025	0,029	0,049	0,038	0,062

Значення середньої квадратичної похибки (СКП) для планового положення опорних пунктів зафіксовано на рівні 3,8 см, тоді як для висотної складової цей показник дорівнює 4,9 см, а сумарна просторова похибка становить 6,2 см. Досягнуті показники точності повністю узгоджуються із результатами попереднього теоретичного розрахунку (апріорної оцінки), що був наведений у таблиці 2.4. Така якість геометричної побудови моделі цілком задовольняє нормативні критерії, встановлені для достовірного визначення об'ємів вугільних буртів.

Методика та особливості виконання супутникових GNSS-спостережень

Фіксація просторового положення та висотних відміток здійснювалася за допомогою супутникових GNSS-спостережень у режимі кінематики в реальному часі (RTK). Для польових робіт застосовувався двочастотний супутниковий приймач South. Інструмент приймав диференціальні поправки шляхом підключення до перманентної мережі базових станцій System NET – "Систем Солюшнс". Видалення від найближчого опорного пункту мережі до об'єкта становило приблизно 40 км. Під час вимірювань супутникове сузір'я

(GPS/ГЛОНАСС) налічувало від 12 до 18 космічних апаратів, а показник просторової геометричної похибки (PDOP) тримався на рівні менше 2,5. Час накопичення даних на кожній станції складав щонайменше 10 секунд.

Аналіз тестових (контрольних) замірів виявив максимальні лінійні відхилення до 15 мм на площині та до 20 мм за вертикальною складовою. Розрахована середня квадратична похибка (СКП) визначення горизонтальних координат склала 12 мм, тоді як для висот цей показник дорівнював 18 мм. Отримана якість результатів повністю задовольняє нормативні критерії точності, що висуваються до великомасштабного топографічного знімання у масштабі 1:500.

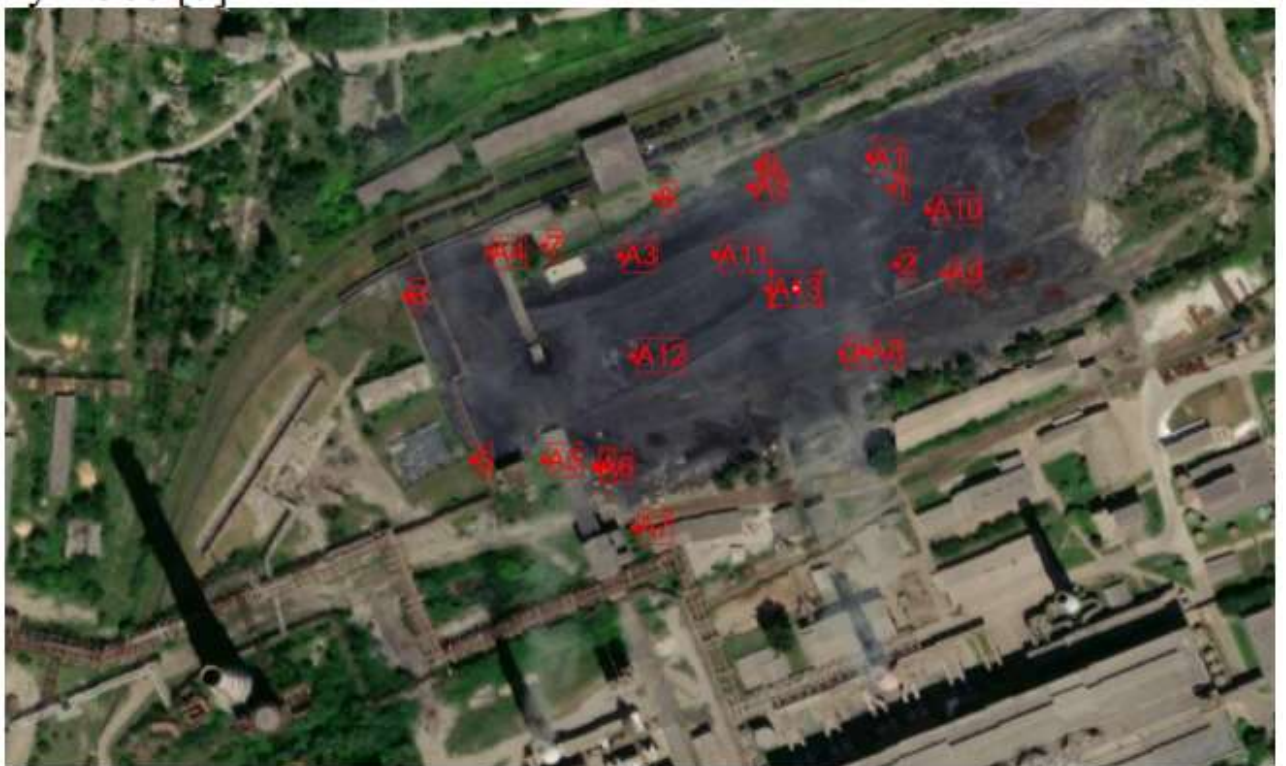


Рисунок. 2.15. Схема розміщення об'єкту досліджень

Одержані за допомогою супутникових спостережень просторові дані було розраховано у першій зоні системи координат УСК 2000, яка офіційно

використовується на території України для виконання будь-яких геодезичних робіт. Перерахунок геометричних висот у Балтійську систему висот виконано шляхом урахування значень аномалій висот геоїда (редукції квазігеоїда) для даного регіону.

Реєстр просторових даних геодезичних пунктів

За підсумками виконання супутникових замірів та подальшого математичного перерахунку (трансформування) просторових параметрів у локальну систему, було сформовано підсумковий каталог координат і висот пунктів планово-висотної знімальної мережі. Цей реєстр містить унікальну нумерацію кожної робочої точки, її плоскі прямокутні координати X і Y у першій зоні системи УСК 2000, а також абсолютні відмітки H у Балтійській системі.

Всі планові координати та висотні показники у звіті заокруглено відповідно до геодезичних вимог — з точністю до міліметра (0,001 м). Частковий перелік геодезичних даних створеної опорної мережі представлено нижче в таблиці 2.7.

Таблиця 2.6 – Каталог координат частини пунктів знімання

№	X, м	Y, м	H, м	№	X, м	Y, м	H, м
1	5556192.776	1362637.696	205.522	A3	5556159.684	1362504.813	205.801
2	5556155.257	1362641.006	205.293	A4	5556161.126	1362440.910	206.341
3	5556111.438	1362613.844	206.216	A5	5556058.850	1362468.127	206.582
4	5556057.105	1362493.024	206.009	A6	5556055.782	1362493.486	206.088
5	5556058.607	1362433.130	206.635	A7	5556026.298	1362512.649	206.607
6	5556139.788	1362400.656	206.774	A8	5556112.627	1362625.478	206.106
7	5556164.191	1362468.258	207.109	A9	5556150.614	1362664.397	205.479
8	5556187.694	1362523.298	206.959	A10	5556181.981	1362656.579	205.443
9	5556203.602	1362572.887	206.123	A11	5556159.760	1362552.242	216.531
A1	5556208.032	1362627.200	205.515	A12	5556110.401	1362511.537	217.867
A2	5556193.291	1362569.186	205.728	A13	5556143.375	1362577.770	220.416

Контроль якості та оцінка точності визначення координат пунктів розгорнутої мережі здійснювалися шляхом аналізу внутрішньої збіжності результатів РТК-спостережень, а також на основі аналізу дублюючих

(повторних) замірів на контрольних точках. Середні квадратичні похибки (СКП) для планового положення точок розраховували за класичними алгоритмами математичної обробки геодезичних вимірювань (теорії похибок) за величинами розбіжностей між основними та контрольними вимірами.

За результатами розрахунків СКП визначення абсциси X склала 11 міліметрів, а ординати Y — 13 міліметрів. Одержаний рівень точності повністю відповідає діючим інструкціям зі створення планів для великомасштабного топографічного картографування у масштабі 1:500. Нагадаємо, що згідно з цими нормативними документами гранична похибка просторового положення геодезичних пунктів на площині не повинна виходити за межі 25 міліметрів.

РОЗДІЛ 3

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ МЕТОДІВ МІНІМІЗАЦІЇ ОБ'ЄМІВ ЗЕМЛЯНИХ РОБІТ

Створення точної топографо-геодезичної основи та побудова адекватної цифрової моделі рельєфу дозволяють перейти до вирішення ключового інженерно-економічного завдання вертикального планування — оптимізації об'ємів земляних робіт. Мінімізація мас виїмок та насипів під час проектування промислових майданчиків, зокрема вугільних складів, має пряме відображення на кошторисній вартості будівництва, енерговитратах та термінах реалізації проєкту. Традиційний підхід до цієї задачі, що базується на досягненні балансу земляних мас (рівності об'ємів виїмки та насипу), не завжди гарантує мінімальний загальний об'єм переміщуваного ґрунту. З огляду на це, виникає науково-практична необхідність застосування математичних методів оптимізації для пошуку геометрично та економічно найвигіднішої проєктної площини.

Метою цього розділу є проведення порівняльного аналізу ефективності сучасних математичних підходів до мінімізації об'ємів земляних робіт на досліджуваній території. Головну увагу приділено порівнянню класичного методу найменших квадратів, який традиційно використовується для аналітичного визначення відміток нульових робіт, із новітніми методами нелінійного програмування. Реалізація оптимізаційних моделей нелінійного типу здійснюється із застосуванням спеціалізованого програмного інструментарію Solver (Пошук рішення) та цільових функцій мінімізації. Такий комплексний аналіз дозволить оцінити математичну точність кожного підходу, порівняти обчислювальну складність алгоритмів та обґрунтувати найбільш ефективний метод для практичного впровадження на об'єктах зі складним мікрорельєфом.

3.1 Аналітичне розв'язання задачі мінімізації об'ємів земляних робіт методом найменших квадратів

Для оперативного моделювання проектної поверхні та подальшого математичного аналізу зазвичай використовують регулярну сітку квадратів, яка накладається на цифрову модель рельєфу (ЦМР), отриману за результатами РТК вимірювань та аерофотознімання. На відміну від класичного будівельного майданчика, де вершини сітки закріплюють на місцевості тимчасовими знаками (кілками) з визначенням висот технічним нівелюванням, в умовах діючого будівельного майданчика щільне закріплення точок є неможливим і недоцільним. Тому робоча сітка квадратів формується камерально на основі хмари точок просторових даних, а висотні позначки її вершин екстраполюються із побудованої ЦМР. Початок локальної системи координат для проведення подальших оптимізаційних розрахунків доцільно обирати у центрі ваги сформованої сітки або в її кутовій (нульовій) точці (рис. 3.1).

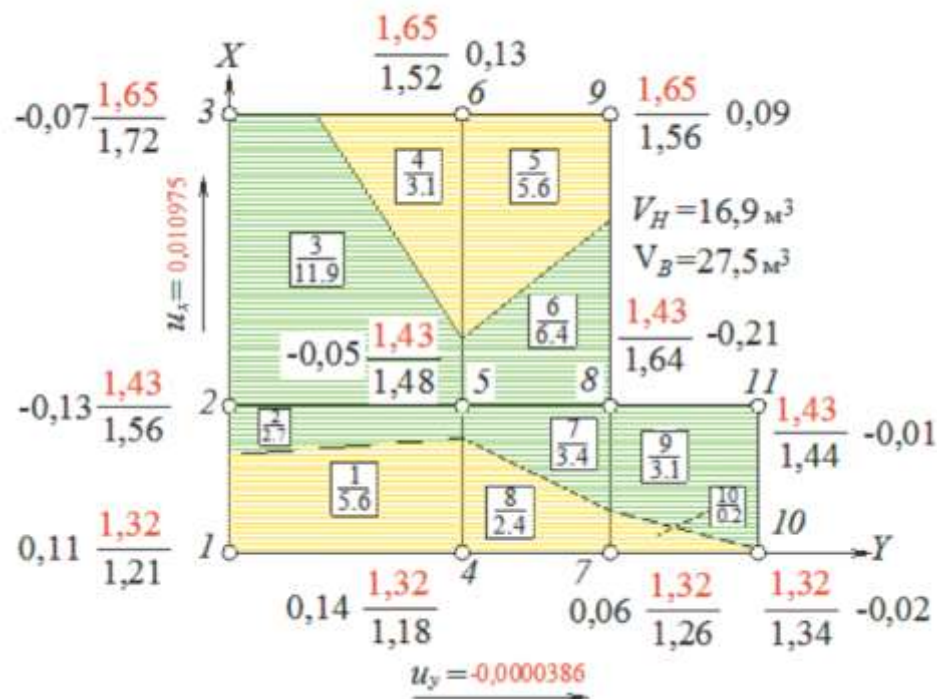


Рисунок 3.1 – Схема будівельного майданчика

Математичне обґрунтування параметрів проектної площини території вугільного складу площею 4 га розпочинається з класичних аналітичних підходів. Основним завданням цього етапу є пошук такої геометричної поверхні, яка б забезпечила мінімальні відхилення від фактичного рельєфу ділянки, що є першим кроком до оптимізації мас переміщення ґрунту чи сировини.

Для аналітичного розв'язання задачі мінімізації об'ємів земляних робіт у цьому підрозділі застосовано метод найменших квадратів (МНК). Цей метод базується на суворому критерії Гаусса, де цільова функція мінімізує суму квадратів робочих позначок у вершинах регулярної сітки квадратів. Матрична реалізація алгоритму МНК у середовищі табличного процесора дозволяє отримати точні аналітичні значення проектної позначки початку координат та проектних ухилів площини складу, які виступатимуть базовим еталоном для подальшого порівняльного аналізу.

У задачі проектування оптимальної похилої площини для заданої ділянки території вугільного складу у кожній її точці з просторовими координатами має витримуватися фундаментальна геометрична умова:

$$Z_i - H_i = r_i, \quad (3.1)$$

$$Z_i = Z_0 + X_i u_X + Y_i u_Y \quad (3.2)$$

де u_X, u_Y – ухили вздовж координатних осей майданчика; Z_0 – проектна позначка початку координат майданчика; Z_i, r_i – проектна і робоча позначки в точках з координатами X_i, Y_i, H_i ($i=1,2,\dots,n$);

Для розв'язування задач оптимального проектування штучного рельєфу складу застосовують аналітичний метод найменших квадратів (МНК) та чисельні методи нелінійного програмування. Задача вертикального планування поверхні за регулярною сіткою квадратів, сформованою на основі цифрової моделі рельєфу, зводиться до складання та розв'язання системи трьох нормальних рівнянь виду [14, 15]:

$$\begin{aligned} n Z_0 + [X] u_X + [Y] u_Y - [H] &= 0 \\ [X] Z_0 + [X^2] u_X + [XY] u_Y - [XH] &= 0 \\ [Y] Z_0 + [XY] u_X + [Y^2] u_Y - [YH] &= 0 \end{aligned} \quad (3.3)$$

де у квадратних дужках Гаусса — відповідні суми та суми добутків просторових координат точок.

Розглянемо реалізацію цієї аналітичної моделі на прикладі досліджуваної ділянки вугільного складу площею 4 га. Розрахунок геометричних параметрів проектної площини виконано за допомогою матричних функцій табличного процесора MS Excel. Для цього систему нормальних рівнянь (3.3) подано у загальному матричному вигляді:

$$\begin{aligned} 11 Z_1 + 130 u_x + 190 u_y - 15,91 &= 0 \\ 130 Z_1 + 3100 u_x + 1950 u_y - 205,2 & \\ 190 Z_1 + 1950 u_x + 5000 u_y - 271,5 &= 0 \end{aligned} \quad (3.4)$$

де у квадратних дужках Гаусса — відповідні суми та суми добутків просторових координат точок.

Розглянемо реалізацію цієї аналітичної моделі на прикладі досліджуваної ділянки вугільного складу площею 4 га. Розрахунок геометричних параметрів проектної площини виконано за допомогою матричних функцій табличного процесора MS Excel. Для цього систему нормальних рівнянь (3.3) подано у загальному матричному вигляді:

$$A * X = L \quad (3.5)$$

де A — матриця плану (коефіцієнтів при невідомих параметрах), X — вектор шуканих проектних параметрів площини складу, L — вектор фактичних висотних позначок точок рельєфу:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & X_1 & Y_1 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & X_n & Y_n \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} Z_0 \\ u_x \\ u_y \end{bmatrix} \quad L = \begin{bmatrix} H_1 \\ \cdot \\ H_n \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Класичним розв'язком системи нормальних рівнянь (3.4) за методом найменших квадратів є матричне рівняння:

$$X=(A^T A)^{-1} A^T L \quad (3.7)$$

Ураховуючи специфіку формування відвалів сировини, за необхідності задачу оптимізації можна розв'язати із застосуванням вагових коефіцієнтів. Для досягнення суворого нульового балансу земляних (вугільних) мас у математичних моделях фактичним позначкам H_i присвоюють вагу P_i . У цьому випадку вагові коефіцієнти P_i відповідають площам зон впливу (квадратів або їх частин), які припадають на кожну конкретну вершину сітки. Тоді узагальнене матричне рівняння МНК набуває вигляду:

$$X = (A^T P A)^{-1} A^T P L \quad (3.8)$$

Використовуючи функції вбудовані в Excel «=ТРАНСП» (транспонування матриці); «=МУМНОЖ» (множення матриць); «=МОБР» (обернена матриця) за формулами 3.7 та 3.8 знаходимо параметри оптимальні для балансу земляних робіт.

Попри високу математичну строгість та простоту реалізації за допомогою матричних обчислень, класичний метод найменших квадратів має суттєві обмеження при вирішенні прикладних задач вертикального планування. Основним недоліком проектування рельєфу за МНК є його «пасивна» природа: метод лише мінімізує суму квадратів відхилень r_i проектної площини від фактичного рельєфу, але жодним чином не враховує технологічні, будівельні чи експлуатаційні обмеження, що накладаються на об'єкт.

Оскільки МНК є суто аналітичним інструментом апроксимації, отримані в результаті його застосування проектні параметри (позначка Z_0) та ухили uX , uY часто вимагають штучної коректури даних через виникнення таких критичних факторів:

– Порушення технологічних допусків на ухили: Математично розраховані за МНК ухили u_X та u_Y можуть виявитися занадто крутими або, навпаки, занадто пологими. Для території вугільного складу критично важливо витримувати нормативні ухили для забезпечення стабільної роботи спецтехніки (штабелеукладачів, бульдозерів) та організації ефективного стоку дощових і талих вод. Якщо МНК видає ухил, що перевищує допустимий максимум або є меншим за мінімальний дренажний поріг, проектна поверхня стає непридатною для експлуатації.

– Відсутність суворого нульового балансу земляних мас: МНК мінімізує геометричні відстані, а не об'єми ґрунту чи сировини. На практиці це призводить до значного дисбалансу між об'ємами виїмки та насипу. Для складу площею 4 гектари навіть мінімальне відхилення у балансі мас виливається у тисячі кубічних метрів зайвого ґрунту або дефіциту сировини, що потребує значних фінансових витрат на вивезення чи закупівлю додаткового матеріалу.

– Невраховуваність фізичних бар'єрів та фіксованих точок: Під час планування території складу часто існують контрольні точки з жорстко заданими відмітками, які не можна змінювати (наприклад, рівень під'їзних залізничних колій, висота конвеєрних ліній чи технологічних будівель). МНК «усереднює» всю поверхню, через що проектна площа може пройти суттєво вище або нижче цих критичних об'єктів.

Таким чином, результати проектування за МНК майже завжди потребують подальшої емпіричної коректури. Проте будь-яке ручне виправлення ухилів чи проектної висоти автоматично руйнує математичну умову мінімуму квадратів відхилень, перетворюючи розрахунок на суб'єктивний пошук компромісу. Саме цей недолік зумовлює необхідність переходу від аналітичного МНК до методів нелінійного програмування із застосуванням інструменту Solver, де всі вищезгадані технологічні вимоги та баланс мас можна закласти безпосередньо у вигляді математичних обмежень системи.

3.2 Комп'ютерне моделювання мінімізації об'ємів земляних робіт методами нелінійного програмування в середовищі Solver

Оскільки результати аналітичного проектування за МНК часто потребують емпіричної коректури через відсутність автоматичного балансу мас та технологічних обмежень, виникає потреба у застосуванні більш гнучких цифрових інструментів. Для усунення цих обмежень та врахування специфіки діючого вугільного складу розміром 150 на 260 метрів доцільно перейти до чисельних методів оптимізації.

У цьому підрозділі досліджено комп'ютерне моделювання мінімізації об'ємів земляних робіт методами нелінійного програмування за допомогою спеціалізованої надбудови Solver. На відміну від жорсткого аналітичного підходу МНК, використання Solver дозволяє інтегрувати у загальну систему розрахунку обов'язкові граничні умови: суворий нульовий баланс насипів та виїмок, фіксовані висотні відмітки технологічних об'єктів складу, а також нормативні експлуатаційні ухили для безпечного руху залізничного та автомобільного транспорту.

При виконанні даного завдання за допомогою спеціалізованої надбудови Solver основна складність для інженера-геодезиста полягає у коректному математичному виборі цільової функції, чіткому визначенні шуканих (змінних) параметрів, а також у накладанні системи додаткових технологічних обмежень. Весь інший масив ітераційних чисельних обчислень та пошук оптимального розв'язку автоматично виконує програмний алгоритм надбудови.

Математична постановка задачі оптимізації умовного рельєфу будівельного майданчика базується на фундаментальній різниці між аналітичним та чисельним підходами. На відміну від нелінійного програмування, де критерії оптимізації можуть гнучко змінюватися, метод найменших квадратів використовують виключно для мінімізації відхилень проектної площини від фактичного рельєфу. Математично цей процес

реалізується шляхом розв'язання геометричного рівняння зв'язку (3.1) за суворо визначеною умовою цільової функції мети (критерію Гаусса) [13, 14, 15]:

$$F = \sum_{i=1}^n r_i^2 = \sum_{i=1}^n [Z_i - H_i] = \min \quad (3.8)$$

Підставивши у вираз (3.8) значення проектної висоти Z_i з рівняння (3.2), отримаємо розгорнутий вигляд цільової функції для території складу площею 4 га:

$$F = (Z_0 + X_i u_X + Y_i u_Y - H_i)^2 \rightarrow \min \quad (3.9)$$

У цій класичній моделі МНК шуканими змінними параметрами виступають три величини: проектна позначка початку координат Z_0 та два кутові коефіцієнти площини — ухили u_X та u_Y . Перевагою реалізації цієї функції в Solver порівняно з матричним методом є те, що програма дозволяє миттєво знайти ці параметри без громіздкого розрахунку обернених матриць.

Водночас, для переходу до методів нелінійного програмування та усунення головного недоліку МНК (відсутності балансу мас сировини), вираз (3.9) модернізується. В оптимізаційну процедуру Solver додається головне рівняння обмеження, яке гарантує рівність нулю суми всіх робочих позначок з урахуванням площ квадратів сітки (об'ємний баланс):

$$\sum_{i=1}^n (P_i r_i)^2 = 0 \quad (3.10)$$

Така комбінація цільової функції та обмежень дозволяє системі Solver знайти компромісне рішення, яке одночасно мінімізує об'єми земляних (або складських) робіт і забезпечує суворий нульовий баланс переміщення мас ґрунту.

3.3 Порівняльний аналіз результатів оптимізації та оцінка балансу земляних мас

Для комплексної оцінки ефективності розгляданих підходів було виконано зведене моделювання проектних поверхонь будівельного майданчика за п'ятьма різними алгоритмами.

Алгоритмам 1 класичний розв'язок системи нормальних рівнянь (3.4) методом найменших квадратів рівняння (3.7).

Метод МНК без врахування балансу земляних мас — класичний аналітичний підхід, орієнтований виключно на геометричну оптимізацію. Математичний алгоритм мінімізує суму квадратів відхилень проектної площини від фактичних позначок точок рельєфу складованого вугілля. Даний сценарій слугує базовим геометричним орієнтиром, оскільки не містить жодних додаткових інженерних обмежень щодо об'ємів насипів чи виїмок.

Алгоритмам 2 розв'язок системи нормальних рівнянь (3.4) методом найменших квадратів рівняння із застосуванням вагових коефіцієнтів (3.8).

Метод МНК з врахуванням балансу земляних мас — модифікована аналітична модель, у яку штучно впроваджено систему вагових коефіцієнтів (площ зон впливу кожної точки сітки). Критерій оптимізації адаптовано таким чином, щоб сума додатних і від'ємних робочих позначок утворювала нульовий баланс переміщення мас, усуваючи головний недолік стандартної апроксимації Гаусса.

Алгоритмам 3 розв'язок системи нормальних рівнянь (3.4) в Solver використовуючи мінімізацію цільової функції (3.10)

Моделювання в Solver з врахуванням балансу земляних мас — чисельний метод оптимізації нелінійного програмування. На відміну від аналітичного розрахунку МНК, алгоритм надбудови здійснює пошук оптимального рішення в межах заданої цільової функції мінімізації об'ємів та суворого граничного обмеження на рівність об'ємів виїмки та насипу ($\sum P_i r_i = 0$).

Алгоритмам 4 розв'язок системи нормальних рівнянь (3.4) в Solver використовуючи мінімізацію цільової функції (3.10) та додаткову умову $U_x=U_y=0$

Моделювання в Solver з врахуванням балансу мас для горизонтальної площини — спеціальний інженерний сценарій, у якому на геометрію проектної поверхні накладено жорстке технологічне обмеження рівності ухилів нулю ($U_x=U_y=0$). Система моделює формування ідеально рівного горизонтального майданчика складу, здійснюючи оптимізацію лише за рахунок вертикального зміщення проектної висоти (Z_0 для збереження балансу мас).

Алгоритмам 5 розв'язок системи нормальних рівнянь (3.4) в Solver використовуючи мінімізацію цільової функції (3.10) та додаткову умову $r_i=const$

Моделювання в Solver з врахуванням балансу мас, коли площина проходить через точку 1 — сценарій із фіксованою (опорною) технологічною точкою рельєфу. На систему накладається гранична умова, за якої проектна площина зобов'язана безпомилково перетнути першу вершину робочої сітки ($r_i=0$). Таке моделювання відтворює реальну виробничу ситуацію, коли поверхню складу необхідно адаптувати до стаціонарних капітальних споруд (транспортних стрічок, залізничних колій чи опор).

Для детального зіставлення математичних моделей та практичної оцінки запроєктованих поверхонь було проведено зведене обчислення параметрів за всіма п'ятьма сценаріями. Отримані числові значення проектних позначок, ухилів та розподілу робочих позначок у характерних точках сітки (від r_1 до r_{11}) систематизовано та наведено у таблиці 3.1.

Таблиці 3.1 - Результати вертикального планування майданчика аналітичним методом

	Алгоритм 1	Алгоритм 2	Алгоритм 3	Алгоритм 4	Алгоритм 5
$Z_0, \text{м}$	1,317	1,386	1,419	1,508	1,210

u_x	0,011	0,009	0,006	0,000	0,012
u_y	0,000	-0,001	0,000	0,000	0,006
r1	0,107	0,176	0,176	0,176	0,000
r2	-0,133	-0,086	-0,086	-0,086	-0,227
r3	-0,073	-0,070	-0,070	-0,070	-0,140
r4	0,137	0,187	0,187	0,187	0,124
r5	-0,054	-0,025	-0,025	-0,025	-0,053
r6	0,126	0,111	0,111	0,111	0,154
r7	0,056	0,094	0,094	0,094	0,107
r8	-0,214	-0,198	-0,198	-0,198	-0,150
r8	0,086	0,058	0,058	0,058	0,176
r10	-0,024	0,002	0,002	0,002	0,089
r11	-0,014	-0,010	-0,010	-0,010	0,112

Детальний аналітичний аналіз числових даних таблиці 3.1 дозволяє виявити важливі закономірності формування проектного рельєфу та оцінити інженерну придатність кожного підходу:

Аналіз базового геометричного наближення (Алгоритм 1): Застосування класичного МНК без додаткових умов демонструє найменшу проектну відмітку початку координат ($Z_0 = 1,317$ м). Проте сума отриманих робочих позначок ($\sum r_i$) суттєво відхиляється від нуля, утворюючи стійкий позитивний залишок. Це свідчить про значний математичний дисбаланс земляних (вугільних) мас — об'єм необхідного насипу значно перевищує об'єм виїмки. За такого сценарію реалізація проекту вертикального планування на площі 4 га вимагатиме значних фінансових витрат на завезення додаткового стороннього ґрунту чи переміщення надлишкових об'ємів сировини.

Збіжність аналітичного та чисельного підходів (Алгоритм 2 та 3): Модифікований метод найменших квадратів із введенням ваг (площ квадратів сітки) та оптимізаційний алгоритм нелінійного програмування Solver за умови суворого дотримання нульового балансу показали абсолютно ідентичні результати. В обох випадках проектна позначка зафіксувалася на рівні $Z_0=1,419$

м, поздовжній ухил склав $u_x = 0,006$, а поперечний ухил повністю обнулив свій вплив ($u_y = 0,000$). Ідентичність масивів робочих позначок ($r1 \ r11$) підтверджує математичну коректність роботи алгоритму Solver та доводить, що чисельні методи здатні безпомилково знаходити глобальний оптимум, еквівалентний суворому аналітичному розв'язку Гаусса.

Особливості формування горизонтального майданчика (Алгоритм 4): Примусове занулення проектних ухилів ($u_x = 0,000$; $u_y = 0,000$) для створення ідеально рівного горизонту складу змусило систему підняти площину до найвищої відмітки серед усіх варіантів ($Z_0 = 1,508$ м). Важливою інженерною особливістю є те, що значення робочих позначок у вершинах сітки залишилися тотожними сценаріям 2 та 3. Це свідчить про те, що для даної конфігурації фактичного рельєфу нахил проектної площини мінімально впливає на перерозподіл відносних робочих висот, але критично зміщує всю площину по вертикалі для компенсації об'ємів.

Вплив жорсткої фіксації опорної точки (Алгоритм 5): Введення граничної умови проходження площини точно через першу точку ($r1 = 0,000$) кардинально трансформувало геометрію моделі. Проектна висота початку координат знизилася до мінімального рівня ($Z_0 = 1,210$ м). Щоб компенсувати це просідання та утримати нульовий баланс мас, чисельний алгоритм Solver був змушений задіяти гранично високі кути нахилу площини: поздовжній ухил зріс до $u_x = 0,012$, а поперечний — до $u_y = 0,006$. Цей сценарій чітко ілюструє поведінку системи в реальних виробничих умовах, коли адаптація рельєфу під стаціонарні інженерні споруди складу призводить до різкого зростання ухилів та зміни амплітуди робочих позначок в інших частинах майданчика.

ВИСНОВКИ

У дипломній роботі виконано комплексне науково-практичне дослідження, спрямоване на вдосконалення технологій збору та математичного опрацювання просторових даних на прикладі промислового об'єкта площею 4 га. За результатами виконання завдань сформульовано такі підсумкові висновки, що повністю відповідають темі та меті дослідження:

Обґрунтовано теоретико-методологічні основи геодезичного забезпечення вертикального та горизонтального планування територій, де головним вектором оптимізації визначено досягнення максимальної геометричної відповідності проектної поверхні фактичному ландшафту за умовою обов'язкового дотримання інженерно-технологічних допусків, стабільної роботи промислової спецтехніки та організації водовідведення.

На основі порівняльного аналізу технологій збору просторових даних доведено доцільність комбінованого застосування супутникових RTK GNSS-вимірів та дистанційного аерофотознімання з БПЛА. Цей підхід дозволяє оперативно сформувати точну цифрову модель рельєфу (ЦМР) великих промислових майданчиків із похибкою прив'язки до 3–5 см, що виступає надійною інформаційною основою для подальшого проектування за критерієм мінімізації об'ємів земляних робіт.

Запроектовано топографо-геодезичну основу для планово-висотного проектування за допомогою прив'язки знімальних ходів лінійно-кутовими засічками до вихідних пунктів і настінних реперів. Встановлено, що для умов діючого складу сировини регулярна сітка квадратів має накладатися виключно камерально на отриману ЦМР, оскільки щільне фізичне закріплення точок кілками на місцевості є неможливим через специфіку експлуатації промислового об'єкта.

Проведено порівняльний аналіз п'яти інженерних сценаріїв та доведено беззаперечну перевагу комп'ютерного моделювання в середовищі Solver над аналітичним МНК під час вертикального та горизонтального планування територій за критерієм мінімізації об'ємів земляних робіт. Чисельні алгоритми

нелінійного програмування продемонстрували повну математичну збіжність із ваговим МНК, але виявилися значно гнучкішими при накладанні додаткових обмежень (обнуленні ухилів чи жорсткій фіксації площини через опорну технологічну точку). Це дозволяє автоматично мінімізувати об'єми робіт та адаптувати рельєф під фіксовані об'єкти промислової інфраструктури із гарантованим утриманням суворого нульового балансу мас.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Аудит запасів вугілля Добровірської ТЕС за знімками, отриманими з БПЛА та даними лазерного наземного сканування : магістерська кваліфікаційна робота / М. Т. Федечко ; керівник Є. О. Шило ; Національний університет «Львівська політехніка» (Геодезичне... pp. 3, 5). — Львів, 2025. — 62 с. — URL: irpni.ua (дата звернення: 17.06.2026).
2. Настанова з виконання інженерних вишукувань для будівництва. Частина 2. Інженерно-геодезичні, інженерно-метеорологічні та спеціалізовані вишукування : ДСТУ 9275.2:2024. — (Чинний від 2024-07-01). — Київ : ДП «УкрНДНЦ», 2024. — 183 с. — (Державні стандарти України).
3. Інженерні вишукування для будівництва : ДБН А.2.1-1:2014. — (Чинний від 2014-07-01). — Київ : Мінрегіон України, 2014. — 94 с. — (Державні будівельні норми України).
4. Інженерні вишукування для будівництва : ДБН А.2.1-1-2008. — (Чинний від 2008-07-01). — Київ : Мінрегіонбуд України, 2008. — 60 с. — (Державні будівельні норми України).
5. Система забезпечення точності геометричних параметрів у будівництві. Геодезичні роботи у будівництві : ДБН В.1.3-2:2010 (із Зміною № 1 від 2018 р.) (Геодезичне... р. 3). — (Чинний від 2011-09-01). — Київ : Мінрегіон України, 2018. — 70 с. — (Державні будівельні норми України).
6. Інструкція з топографічного знімання у масштабах 1:5000, 1:2000, 1:1000 та 1:500 : ГКНТА-2.04-02-98 / Головне управління геодезії, картографії та кадастру при Кабінеті Міністрів України (Геодезичне... pp. 1, 3). — Київ : Укргеодезкартографія, 1999. — 156 с.
7. Інструкція з полігонометрії та тригонометричного нівелювання : (Відомчі нормативні матеріали та інструкції з виконання лінійно-кутових вимірів). — Київ : Геовінформ, 2004. — 82 с.
8. Про затвердження Порядку топографічної зйомки у масштабах 1:5000, 1:2000, 1:1000 та 1:500 : Наказ Міністерства аграрної політики та

продовольства України від 17.04.2025 № 1675. Зареєстровано в Міністерстві юстиції України 05 червня 2025 р. за № z0868-25 (Геодезичне... р. 1). — URL: rada.gov.ua (дата звернення: 17.06.2026).

9. Про затвердження Правил виконання польотів безпілотними авіаційними комплексами : Наказ Міністерства оборони України від 08.12.2016 № 661. Зареєстровано в Міністерстві юстиції України 06.02.2017 за № 161/30047 (Геодезичне... р. 1). — URL: rada.gov.ua (дата звернення: 17.06.2026).

10. Розробка та дослідження БПЛА для аерознімання / В. Галецький, В. Глотов, В. Колесніченко, Р. Карнаушенко (Геодезичне... pp. 1, 3) // Геодезія, картографія і аерофотознімання. — 2018. — Вип. 87. — С. 27–36. — URL: lprn.ua (дата звернення: 17.06.2026).

11. Дорожинський О. Розробка методики підвищення точності визначення просторових координат точок об'єктів при аерозніманні з БПЛА / О. Дорожинський, Р. Тукай, О. Пашетник (Геодезичне... р. 1) // Геодезія, картографія і аерофотознімання. — 2020. — Вип. 92. — С. 13–25. — DOI: doi.org. — URL: lprn.ua (дата звернення: 17.06.2026).

12. Король І. Дослідження точності хмари точок методом наземного лазерного сканування / І. Король, Р. Сосса (Геодезичне... р. 1) // Геодезія, картографія і аерофотознімання. — 2019. — Вип. 90. — С. 11–20. — DOI: doi.org. — URL: lprn.ua (дата звернення: 17.06.2026).

13. Застосування БПЛА у військовій справі та аерозніманні : монографія / В. М. Глотов, М. М. Фис, В. Б. Колесніченко, А. В. Гуніна (Геодезичне... р. 1). — Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2022. — 196 с. — ISBN 978-966-941-700-8.

14. Баран П. І. Інженерна геодезія : підручник / П. І. Баран. — Київ : ПАТ «ВІПОЛ», 2012. — 618 с.

15. Боровий В. О. Високоточні інженерно-геодезичні вимірювання : монографія / В. О. Боровий, В. Й. Бурачек (Геодезичне... р. 1). — Вінниця : ТОВ «Нілан-ЛТД», 2017. — 236 с.

16. Integration between TLS and UAV photogrammetry techniques for forestry applications / I. Aicardi, P. Dabove, A. M. Lingua, M. Piras (Геодезичне... р. 1) // iForest – Biogeosciences and Forestry. — 2017. — Vol. 10(1). — P. 41–47. — DOI: doi.org.