

БАКАЛАВРСЬКА РОБОТА

БР.ПМІ-95.00.00.000.ПЗ

Група ПМІ-20-1К

Зеркевич Олександр

Сергійович

2022

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу

Інститут інженерної механіки

Кафедра: комп'ютеризованого машинобудування

Зеркевич Олександр Сергійович

(прізвище, ім'я, по батькові)

УДК 62-52

(індекс)

БАКАЛАВРСЬКА РОБОТА

Розробка навчального робота

(назва роботи)

Інженерія мехатронних систем

(назва освітньої програми)

131 – Прикладна механіка

(шифр і назва спеціальності)

О.С.Зеркевич

(підпис, ініціали та прізвище здобувача освітнього ступеня)

Керівник роботи Врюкало В.В., доцент кафедри КМВ

(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

Допущено до захисту

Завідувач кафедри

професор Панчук В. Г.

(посада) (підпис) (дата) (ініціали та прізвище)

Рецензент

(посада) (підпис) (дата) (ініціали та прізвище)

Робота містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

м. Івано-Франківськ — 2022 рік

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу

(повне найменування закладу вищої освіти)

Інститут інженерної механіки

Кафедра комп'ютеризованого машинобудування

Освітній рівень бакалавр

Спеціальність 131 – Прикладна механіка

(шифр і назва)

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри _____

« _____ » _____ 2022 року

З А В Д А Н Н Я НА БАКАЛАВРСЬКУ РОБОТУ СТУДЕНТОВІ

Зеркевичу Олександрю Сергійовичу

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи: Розробка навчального робота

керівник роботи Врюкало В.В., доцент кафедри КМВ

(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом закладу вищої освіти від "18" березня 2022 року № 137/7

2. Строки подання студентом роботи 17 червня 2022р.

3. Вихідні дані до роботи: Література з питань проектування роботів, характеристики крокових двигунів і драйверів, технічні вимоги до робота

4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити)

1. Огляд та аналіз сучасних промислових роботів. 2. Вирішення прямої задачі кінематики робота Thor. 3. Зворотна задача кінематики. 4. Моделювання рухів навчального робота .

5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень)

1. Креслення та тривимірна модель робота – 1 лист А1.

2. Кінематична схема робота – 1 лист А1.

3. Пряма та обернена кінематика робота – 1 лист А1.

4. Електронні компоненти робота Thor – 1 лист А1.

6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
	Врюкало В.В., доцент кафедри КМВ	10.03.2022	10.03.2022

7. Дата видачі

завдання 10.03.2022

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів магістерської роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітки
1	Аналіз літературних джерел	30.04.2022	
2	Проектування робота	31.05.2022	
3	Оформлення пояснювальної записки та графічної частини	17.06.2022	

Студент Зеркевич О.С.
(підпис) (прізвище та ініціали)

Керівник роботи Врюкало В.В.
(підпис) (прізвище та ініціали)

“ 10 ” 03 2022 р.

Реферат

Бакалаврська кваліфікаційна робота на тему: Розробка навчального робота. Дана робота складається з 41 аркуша. До неї входять 9 рисунки, 1 таблиця. Для виконання роботи було використано 11 бібліографічних найменувань.

Об'єкт дослідження – робототехніка.

Предмет дослідження – антропоморфний робот Thor.

Мета роботи – Провести аналіз та огляд сучасних промислових роботів. Проектування антропоморфного робота-маніпулятора Thor'a. Розрахунок кінематики робота.

Основним завданням роботи є проектування навчального робота-маніпулятора, розрахунок прямої та зворотної задач кінематики робота, його моделювання.

Відповідно до поставленої задачі в теоретичній частині бакалаврської роботи були проаналізовані сучасні промислові роботи, описана класифікація промислових роботів та їх компоненти. Приведено опис конструкції антропоморфного робота Thor'a. В другому розділі було описано подання Денавіта-Хартенберга для прямої задачі кінематики, та виконано її розв'язок. В третьому розділі на основі прямої задачі кінематики виконано розв'язок зворотної задачі кінематики маніпулятора методом декомпозиції. Розв'язок системи рівнянь отримано аналітичним методом за допомогою математичного програмного пакету MATLAB. В четвертому розділі виконано візуалізацію переміщення маніпулятора в середовищі MATLAB.

Ключові слова: робототехніка, антропоморфний робот Thor, пряма задача кінематики, зворотна задача кінематики.

Студент Зеркевич О.С.

Summary

Bachelor's thesis on the topic: Development of training robot. This work consists of 41 sheets. It includes 9 figures, 1 table. 11 bibliographic titles were used to make this work.

The object of study - robotics.

The subject of research – anthropomorphic robot manipulator Thor.

The purpose of the work – Analyze and review modern industrial robots. Design of Thor's anthropomorphic robot manipulator. Calculation of robot kinematics.

The main task of the work is to design a training robot-manipulator, calculation of direct and inverse problems of robot kinematics, its modeling.

In accordance with the task in the theoretical part of the bachelor's thesis were analyzed modern industrial works, described the classification of industrial robots and their components. A description of the construction of Thor's anthropomorphic robot is given. The second section describes Denavit-Hartenberg's notation of the forward kinematics and solves it. In the third section, on the basis of the forward kinematics, the inverse kinematics of the manipulator is solved by the decomposition method. The solution of the system of equations is obtained by the analytical method using the mathematical software package MATLAB. The fourth section visualizes the movement of the manipulator in the MATLAB environment.

Keywords: robotics, anthropomorphic robot manipulator Thor, forward kinematics, inverse kinematics.

Student Zerkevych O.S.

Зміст

Вступ.....	5
1. ТЕОРЕТИЧНА ЧАСТИНА	6
1.1 Промислові роботи	6
1.1.1 Основні поняття промислового робота	6
1.1.2 Класифікація промислових робіт	7
1.1.3 Компоненти промислового робота	14
1.2 Антропоморфний робот Thor	17
2. ПРЯМА ЗАДАЧА КІНЕМАТИКИ.....	20
2.1 Кінематика Денавіта-Хартенберга	20
2.2 Рівняння кінематики маніпулятора	24
3. ЗВОРОТНЯ ЗАДАЧА КІНЕМАТИКИ	31
4. МОДЕЛЮВАННЯ РУХІВ РОБОТА THOR'А	37
Висновки.....	39
Список використаних джерел.....	40

					БР.ПМІ-95.00.00.000 ПЗ						
Зм.	Арк.	№ Докум.	Підпис	Дата	Пояснювальна записка			Літ.	Арк.	Аркушів	
Розроб.		Зеркевич О.С.								4	
Перевір.		Врюкало В.В.									
Затверд.											
								ІФНТУНГ ПМІ-20-			

ВСТУП

Роботизація та автоматизація є одними з найбільш інноваційних трендів у світі, а в найближчому майбутньому і в Україні. З кожним днем все більше робіт входить в повсякденне життя людей, починаючи з роботів-пилососів й закінчуючи високотехнологічними людиноподібними роботами з штучним інтелектом. Лідерами з використання роботів у світі наразі стали виробники авто, представники харчової промисловості, електрообладнання та ГМК-сектор – на них припадає понад 60% усіх застосовуваних у промвиробництві роботів. В Україні галузями, що лідирують по роботизації, відзначається металургія, харчопром, а також логістика і агросфера. Прикладом комплексної автоматизації у важкій промисловості України можна вважати завод «ІнтерпайпСталь» – перший металургійний завод, побудований в незалежній Україні «з нуля». В ньому автоматизовано майже все: спеціальне ПЗ моніторить стан обладнання, а виробничими процесами управляє система MES.

Промислова автоматизація — це оптимізація виробничих процесів у системі автоматизації, тобто безпосереднє використання технологій у конкретних процесах із застосуванням підвищення продуктивності та автономності, для покращення умов праці та спрощення певних операцій. З автоматизацією виробничого процесу зменшується втручання людини у виконанні небезпечних завдань, а отже окрім підвищення продуктивності роботи, збільшується її безпека.

					БР.ПМІ-95.00.00.000 ПЗ	<i>Арк.</i>
<i>Зм.</i>	<i>Арк.</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Підпис</i>	<i>Дата</i>		5

1. ТЕОРЕТИЧНА ЧАСТИНА

1.1 Промислові роботи

1.1.1 Основні поняття промислового робота

В промисловості роботи використовуються для того, щоб зробити виробничий процес більш швидким, точним та ефективним.

Промисловий робот може бути визначений як маніпулятор, який можна запрограмувати та перепрограмувати, забезпечуючи його роботу по трьох чи більше осях, що дає справжню промислову автоматизацію.

Зазвичай промисловий робот відрізняється від роботів, призначених для інших цілей, тим, що він має форму руки людини (роботизованої руки), яка рухається, імітуючи його рухи; він зазвичай використовується для ризикованих чи надзвичайно стомлюючих завдань. [10]

Існує 3 основні категорії промислових роботів:

- роботи для зварювання та фарбування, в основному використовуються в автомобільній промисловості;
- роботи-складальні, широко використовуються в промисловості;
- мобільні та автономні роботи, які часто використовуються для інспекцій у чутливих областях, коли втручання людини становить ризик. [3]

Сучасний промисловий робот – універсальний, оснащений комп'ютером маніпулятор, що складається з декількох твердих ланок, послідовно з'єднаних обертальними або поступальними з'єднаннями.

Системи і комплекси, автоматизовані за допомогою роботів, називають роботизованими. Роботизовані системи і комплекси, у яких роботи виконують основні функції, називають робототехнічними.

Роботи, окрім промисловості, знаходять застосування в інших областях: транспорті (безпілотна авіація, місяцеходи), у сільському господарстві, в охороні здоров'я (протезування, мікрохірургія), у сфері обслуговування (побутові машини, рятувальні роботи, торговельні автомати), космос, підводні апарати тощо.

					БР.ПМІ-95.00.00.000 ПЗ	Арк.
Зм.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		6

Робот називається послідовним маніпулятором або маніпулятором з відкритим контуром, якщо його кінематична структура не утворює циклічний ланцюг. Його називають паралельним маніпулятором або маніпулятором закритого циклу, якщо його структура утворює циклічний ланцюг. Робот є гібридним маніпулятором, якщо його структура складається як з відкритих, так і із замкнених циклів. Механічну систему роботи ми можемо розглядати як сукупність твердих тіл, з'єднаних між собою деякими з'єднаннями. З'єднання можуть бути або поворотними (R), або поступальними (P), тому що будь-який інший тип з'єднання може бути змодельований як комбінація цих двох простих з'єднань.

1.1.2 Класифікація промислових роботів

Існує багато способів, якими можуть бути класифіковані промислові роботи.

Асоціація французької робототехніки (Association of Francaise de Robotique (AFR)) виділяє чотири основні класи роботів:

- телеманіпулятори або маніпулятори з ручним керуванням. Ними керує дистанційно та «в режимі реального часу» людина-оператор. Це дистанційне керування здійснюється за допомогою механічних, гідравлічних, або частіше електричних сигналів. Ці маніпулятори використовуються при ковці, ливарні, шліфуванні, зняття задирок тощо, але завжди вимагають присутності та втручання оператора.

- Автоматичні маніпулятори із заданими циклами. Їх рухи обмежені упорами та кулачками, що регулюються вручну. Ці маніпулятори керуються за допомогою релейної або пневматичної логіки (при фіксованій послідовності), або за допомогою програмованих контролерів та мікропроцесорних карт (при змінній послідовності).

- Програмовані роботи. Їх безперервні рухи в просторі програмуються шляхом навчання, або за допомогою мови символів на комп'ютерах, або на САД-станціях. Вони забезпечують складні маніпуляції, зварювання, механічну обробку, різання, фарбування та розпилення, тощо.

					БР.ПМІ-95.00.00.000 ПЗ	Арк.
Зм.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		7

- «Розумні» роботи. Ці роботи оснащені давачами (наприклад, штучним зором або системою стеження), вони можуть аналізувати зміни свого середовища або траєкторії їх руху, та реагувати відповідним чином. Ці машини дістали назву роботів «другого покоління» та починають набувати широкого поширення в промисловості. Роботи «третього покоління» з навичками міркування завдяки штучного інтелекту зараз є предметом інтенсивних досліджень.

Окрім офіційних класифікацій, роботів можна класифікувати за різними критеріями, такими як ступінь універсальності, за видом технологічних операцій, за конструкцією та способом керування, геометрією, а також за такими параметрами, як швидкість та точність руху.

За ступенем універсальності роботи поділяються на:

- універсальні (для виконання різних операцій разом з різними видами устаткування);
- спеціалізовані (виконує одну операцію з декількох можливих з різним устаткуванням);
- спеціальні (виконує конкретну операцію з одним типом устаткування).

За видом технологічних операцій роботи поділяються на:

- здійснюючі основні технологічні операції;
- виконуючі допоміжні технологічні операції по обслуговуванню технологічного устаткування (засобу автоматизації).

За показниками, що визначають їх конструкцію:

- тип приводів робота (електричний, гідравлічний, пневматичний);
- вантажопідйомність:
 - 1) надлегкі (до 1 кг);
 - 2) легкі (від 1 до 10 кг);
 - 3) середні (10 – 200 кг);
 - 4) важкі (200 – 1000 кг);
 - 5) надважкі (понад 1000 кг).

					БР.ПМІ-95.00.00.000 ПЗ	Арк.
Зм.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		8

- кількість маніпуляторів (від 1 до 4 рук);
- тип і параметри робочої зони маніпуляторів (зони робочого простору, які може дістати маніпулятор при нерухливій підставі);
- робоча зона маніпулятора – це простір, у якому перебуває його робочий орган при всіх можливих положеннях ланок маніпуляторів. Форма робочої зони визначається, по-перше, типом системи координат (прямокутна, циліндрична, сферична, кутова (ангулярна) і різні їх комбінації), по-друге, вона залежить від числа ступенів рухливості маніпулятора (від 1 до 6);
- рухливість робота визначається наявністю або відсутністю в нього обладнання пересування (рухливий або стаціонарний). Рухливі мають будь-які типи обладнань переміщення: колісні, гусеничні, що крокують, повітряні, ракетні, тощо;
- по способу розміщення стаціонарні й рухливі роботи бувають напольними, підвісними (переміщаються по монорейці), що вбудовуються в інше устаткування (у верстат або інше);
- по виконанню робота – залежить від призначення (нормальне, пилозахисне, теплозахисне, вибухобезпечне, з захистом від вологи, тощо)

По способу керування промислові роботи поділяються на:

- із програмним керуванням;
- з адаптивним керуванням;
- з інтелектуальним керуванням.

Керування по окремих ступенях рухливості може бути безперервним (контурним) і дискретним (позиційним).

Найпростіший варіант дискретного керування є циклове, по якому кількість крапок позиціонування по кожному ступеню рухливості мінімальне, тобто обмежується двома – початковою та кінцевою.

По швидкості рухів:

- мала швидкодія (до 0,5 м/с);
- середне-лінійні швидкості (від 0,5 до 1 м/с);

					БР.ПМІ-95.00.00.000 ПЗ	Арк.
Зм.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		9

- високе (понад 1 м/с).

По точності рухів:

- мала точність (від 1 мм і вище);
- середня (від 0,1 до 1 мм);
- висока (менше 0,1 мм).

Параметрами, що визначають технічний рівень роботів є:

- надійність;
- число одночасно працюючих ступенів рухливості;
- час програмування;
- питома вантажопідйомність (віднесена до маси робота);
- вихідна потужність маніпулятора (добуток вантажопідйомності на швидкість переміщення), віднесена до потужності його приводів;
- відносні оцінки габаритних параметрів.

Ці параметри служать критеріями якості, призначені для їхньої оптимізації при проектуванні й порівняльній оцінці роботів .

Більшість промислових маніпуляторів мають шість ступенів вільності. Маніпулятори з відкритим контуром можна класифікувати на основі їх перших трьох з'єднань, починаючи від базового з'єднання. З двох типів з'єднань створюються математично різні конфігурації маніпуляторів, просто тому, що кожне з'єднання може бути Р або R, а осі двох суміжних з'єднань можуть бути паралельними (\parallel), ортогональними (\perp), або перпендикулярними (\perp). Дві осі ортогональних з'єднань перетинаються під прямим кутом, однак дві осі перпендикулярних з'єднань розташовані під прямим кутом відносно їх загальної нормалі. Дві осі перпендикулярних з'єднань стають паралельними, якщо одна вісь повертається на 90° навколо спільної нормальної. Дві осі перпендикулярних з'єднань стають ортогональними, якщо довжина їх спільної нормалі дорівнює нулю.

З 72 можливих маніпуляторів важливими є: $R \parallel R \parallel P$ (SCARA), $R \perp R \perp R$ (шарнірний), $R \perp R \perp P$ (сферичний), $R \parallel R \perp P$ (циліндричний) та $P \perp P \perp P$ (декартовий).

					БР.ПМІ-95.00.00.000 ПЗ	Арк.
						10
Зм.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

1. R || R || P Робот SCARA (Selective Compliant Articulated Robot of Assembly), показаний на рис. 1.1, є популярним маніпулятором, який, як випливає з назви, зроблений для операцій зі складання.

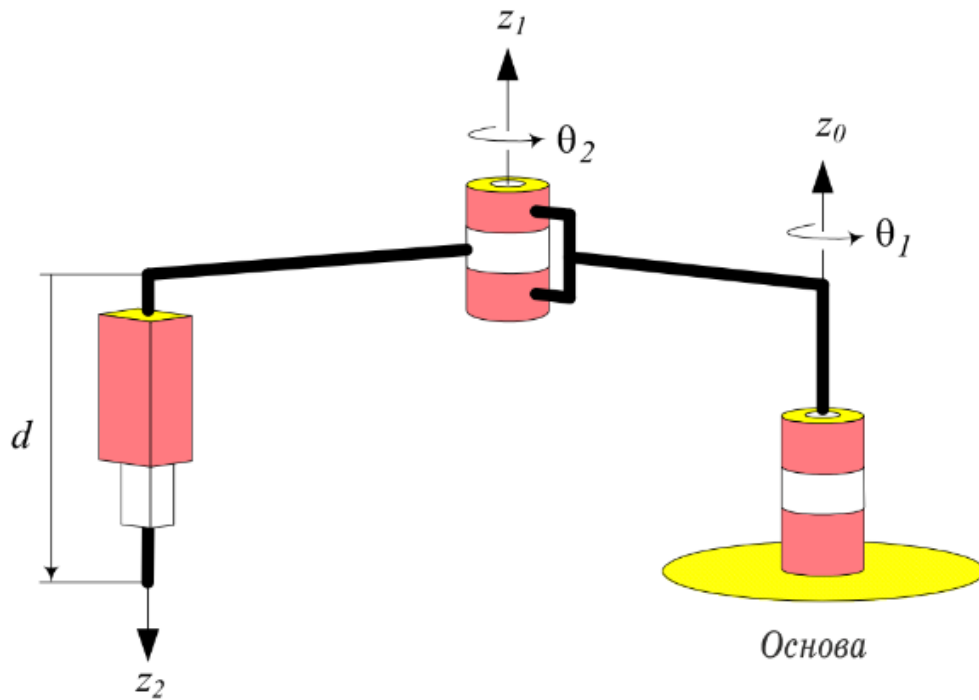


Рисунок 1.1 - R || R || P маніпулятор

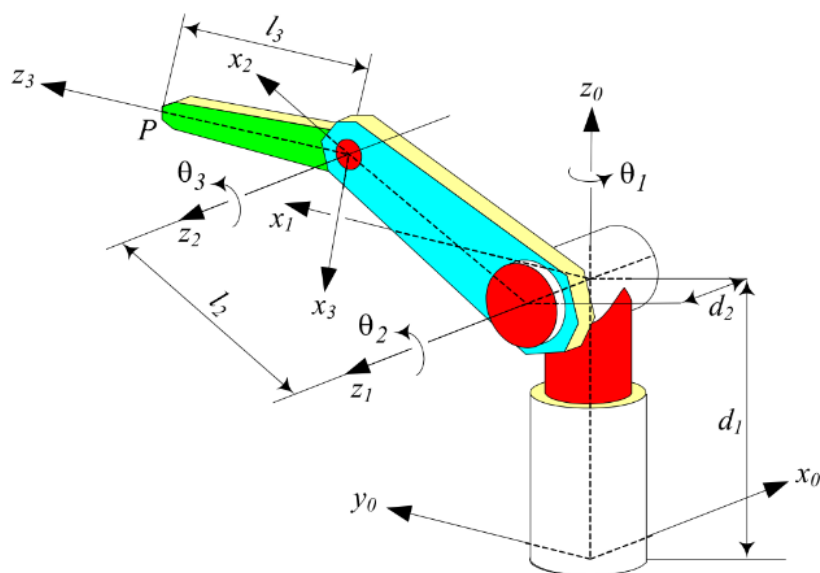


Рисунок 1.2 – Структура і термінологія ліктьового R | R^perp R маніпулятора

2. $R \perp R \perp R$. Конфігурація $R \perp R \perp R$, яка приведена на рис. 1.2 називається ліктьовим, поворотним, шарнірним, або антропоморфним. Це конфігурація, яку використовують 25% всіх промислових роботів.

3. $R \perp R \perp P$. Сферична конфігурація – це відповідна конфігурація для невеликих роботів. Майже 15% промислових роботів, наприклад, Стенфордська рука, виготовлені за такою конфігурацією. Конфігурація $R \perp R \perp P$ зображена на рисунку 1.3

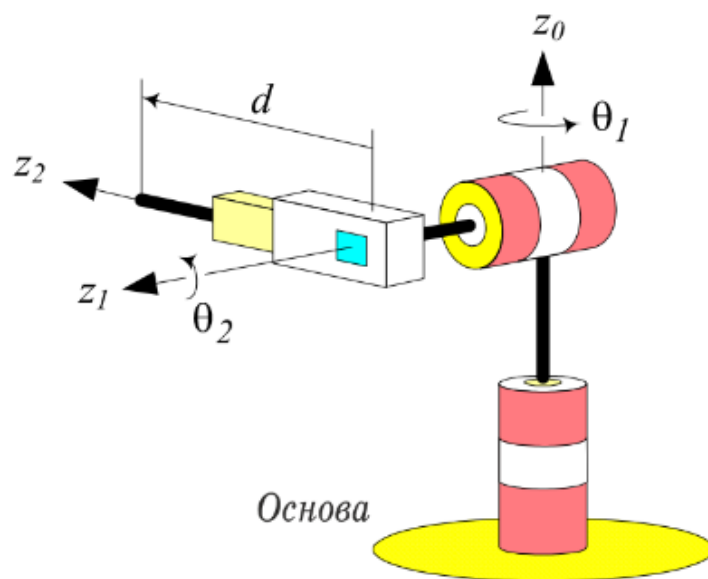


Рисунок 1.3 – Сферична конфігурація $R \perp R \perp P$ маніпулятора

Замінивши третій шарнір шарнірного маніпулятора призматичним з'єднанням, ми отримуємо сферичний маніпулятор. Термін сферичний маніпулятор походить від того, що положення кінцевого ефектора відносно базової системи координат визначається сферичними координатами.

4. $R \parallel R \perp P$ Циліндрична конфігурація придатна для роботів середньої важкопідйомності. Майже 45% промислових роботів виготовлені саме такого типу. Конфігурація $R \parallel R \perp P$ показана на рисунку 1.4. Перший шарнір циліндричного маніпулятора є обертовим і виробляє обертання біля основи, а другий та третій з'єднання – призматичні.

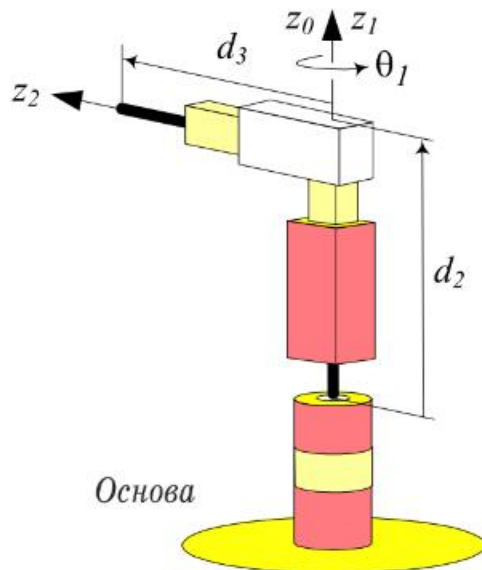


Рисунок 1.4 – Конфігурація R||R|P маніпулятора

5. Декартова конфігурація P|P|P є характерною конфігурацією, яка придатна для великих роботів та роботів великої вантажопідйомності. Майже 15% промислових роботів виготовлені з конфігурацією P|P|P. Конфігурація P|P|P показана на рисунку 1.5.

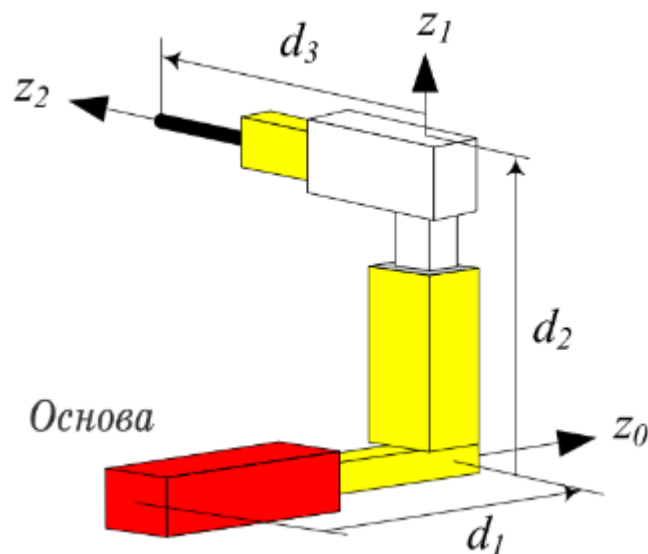


Рисунок 1.5 – Декартова конфігурація P|P|P маніпулятора

Для декартового маніпулятора змінні з'єднань є декартовими координатами кінцевого ефектора відносно основи. Кінематичний опис цього маніпулятора є найпростішим з усіх маніпуляторів. Декартові маніпулятори корисні для застосування при палетизації і у виді козлових роботів для переміщення вантажів.

За призначеністю промислові роботи, незалежно від розміру, можна класифікувати на складальні та не складальні роботи. Однак у промисловості їх класифікують за категорією застосування – завантаження машин, перевантаження і транспортування, зварювання, фарбування, складання, контроль, відбір проб, виробництво, біомедичні, допоміжні, дистанційно керовані мобільні і телероботи.

За конструктивними характеристиками більшість промислових роботів антропоморфні, тобто вони мають «плече», «лікоть», і «зап'ястя». Тому, як правило, вони мають шість ступенів вільності, необхідних для розміщення предмета в будь-якому положенні та орієнтації.

Більшість комерційних серійних маніпуляторів мають лише поворотні з'єднання. У порівнянні з поступальними з'єднаннями, поворотні з'єднання коштують дешевше і забезпечують більшу робочу область при тому ж об'ємі роботи. Серійні роботи дуже важкі, порівняно з максимальним навантаженням, яке вони можуть переміщати не втрачаючи своєї точності.

Їх корисне співвідношення навантаження та ваги менше 1/10. Роботи такі важкі, тому що ланки повинні бути міцними, щоб забезпечити робочу жорсткість. Простота прямої і зворотної кінематики положення та швидкості завжди була одним з головних критеріїв проектування промислових маніпуляторів. Отже, всі вони мають особливу кінематичну структуру.

1.1.3 Компоненти промислового робота

Маніпулятор робота кінематично складається з ланок і з'єднань між ними, які утворюють кінематичний ланцюг. Однак робот, як система, складається з маніпулятора, зап'ястя, кінцевого ефектора, приводів, давачів, контролерів, процесорів та програмного забезпечення.

Робот складається з окремих твердих тіл, які мають назву рука, або ланка. Ланки робота можуть здійснювати відносний рух відносно інших ланок. З кінематичної точки зору, два або більше елементів з'єднаних разом так, що між ними не може відбуватись відносного руху, вважаються єдиною ланкою.

					БР.ПМІ-95.00.00.000 ПЗ	Арк.
Зм.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		14

Дві ланки контактують між собою через з'єднання, в якому забезпечується їх відносне переміщення за однією координатою. З'єднання, як правило, бувають шарнірні (поворотні) або призматичні (лінійні). На рис. 1.6 зображено поворотне та призматичне з'єднання. Поворотне з'єднання (R) дозволяє відносне обертання між двома ланками. Призматичне з'єднання (P), дозволяє лінійний відносний рух між двома ланками.

Відносне обертання ланок з'єднаних поворотним з'єднанням відбувається навколо лінії, яка називається віссю з'єднання. Аналогічно переміщення двох ланок з'єднаних призматичним з'єднанням відбувається вздовж лінії, що також називається віссю з'єднання. Значення одиничної координати, що описує відносне положення двох з'єднаних ланок у з'єднанні, називається координатою з'єднання або змінною з'єднання. Це кут для поворотного з'єднання і відстань для призматичного з'єднання.

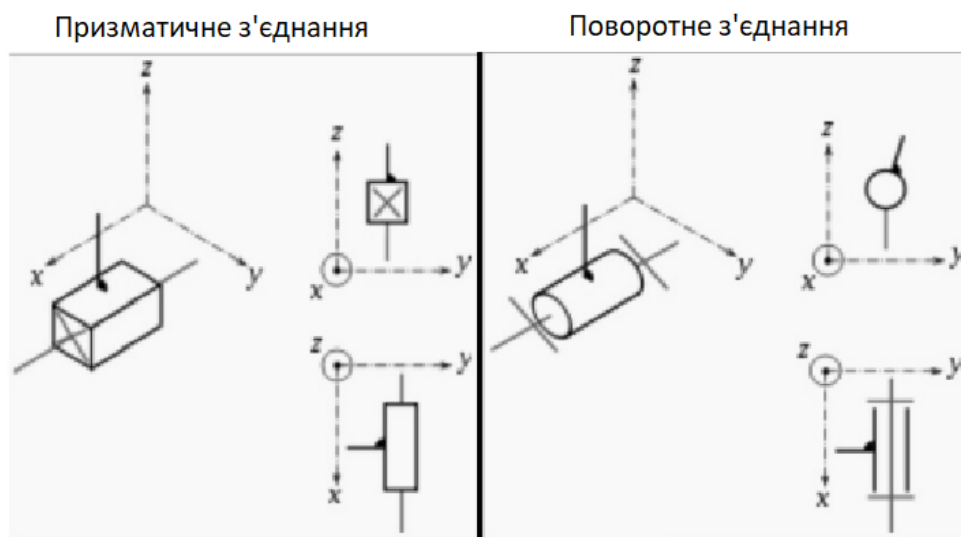


Рисунок 1.6 – Поворотне та призматичне з'єднання

Координатою активного з'єднання керує привод. Пасивне з'єднання не має жодних приводів і його координата є функцією координат активних з'єднань і геометрії оснащення робота. Пасивні з'єднання також називають інактивними або вільними з'єднаннями. Активні з'єднання в більшості випадків призматичні чи

поворотні, проте пасивні з'єднання можуть бути будь-якими з нижніх кінематичних пар, що забезпечують контакт з поверхнею. Таких з'єднань є шість: поворотні, призматичні, циліндричні, гвинтові, сферичні та планарні.

Кількість з'єднань маніпулятора вказує на його ступінь вільності. В загальному маніпулятор має щонайменше шість ступенів вільності: три для позиціонування та три для орієнтації. Маніпулятор, що має більше шести ступенів вільності, називається кінематично надлишковим.

З'єднання в кінематичному ланцюзі робота між передпліччям і кінцевим ефектором називається зап'ястям. На рисунку 1.7 зображено схематичну ілюстрацію сферичного зап'ястя. Перевага сферичного зап'ястя полягає в тому, що воно спрощує кінематичний аналіз, дозволяючи змінювати позиціонування та орієнтацію кінцевого ефектора.

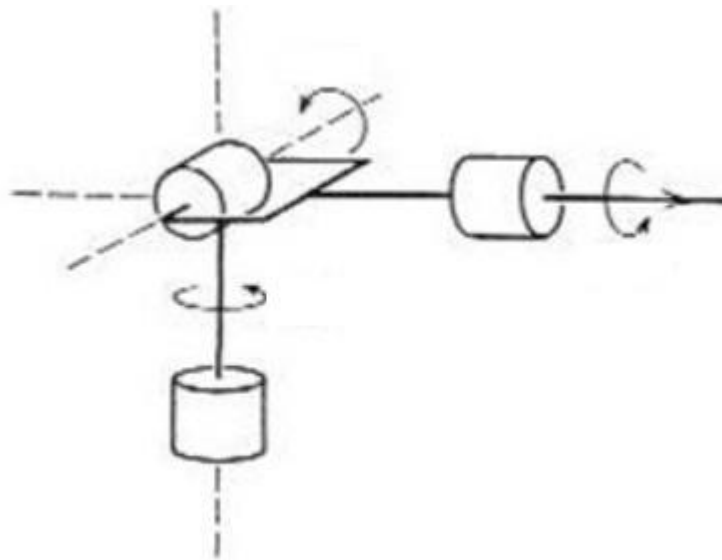


Рисунок 1.7 – Зображення сферичного зап'ястя

Кінцевий ефектор – це частина останньої ланки, яка забезпечує виконання необхідної роботи маніпулятора. Прикладом кінцевого ефектора є захват, який здатний виконувати роботу відкривання та закривання. Механізми руки і зап'ястя робота використовуються в загальному для позиціонування кінцевого ефектора, або будь-якого інструменту, який виконує роботу.

Отже, в цілому робот складається з маніпулятора, зап'ястя та інструменту, що виконує роботу.

Приводи в роботі виконують функцію "м'язів", що змінюють його конфігурацію. Вони забезпечують силовий вплив на структуру робота проти дії зовнішніх сил, які можуть змінити розташування руки робота. Приводи можуть бути електричного, гідравлічного, або пневматичного типу.

Для збору інформації про стан робота використовуються датчики. Вони сповіщають блок керування про положення, швидкість та прискорення, силу робота, за рахунок чого відбувається його конфігурація.

Окрім збирання та обробки інформації та планування дій структури робота, блок керування також виконує функцію комунікації робота з його середовищем. Блок керування включає в себе процесор та програмне забезпечення.

1.2 Антропоморфний робот Thor

Об'єктом дослідження навчального проєкту було вибрано робота-маніпулятора з відкритим вихідним кодом Thor. Антропоморфний робот Thor має 6 ступенів вільності і може бути виготовлений повністю за допомогою 3D друку. Проєкт виготовлення роботизованої руки Thor був розпочатий у 2015 році під назвою «Дизайн та впровадження 3D-друкованої роботизованої руки з відкритим вихідним кодом та шістьма ступенями вільності», та продовжує розвиватись до тепер.

					БР.ПМІ-95.00.00.000 ПЗ	Арк.
Зм.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		17

Основною метою проекту була розробка робота, якого можна було б використовувати в університетах та школах для навчання робототехніки. В зв'язку з цим антропоморфний робот Thor, за рахунок своєї ціни та доступності, має переваги в використанні його для навчальних цілей. На сьогоднішній день побудовано близько 24 варіантів роботів Thor'а щонайменше в 12 різних країн світу.



Рисунок 1.8– Антропоморфний робот Thor

Файли робота-маніпулятора Thor є в вільному доступі для всіх бажаючих на платформі Github, найбільшому вебсервісу для хостингу IT-проектів та їх спільної розробки. Також робот Thor має свій власний сайт за посиланням <http://thor.angel-lm.com/> на якому розміщено специфікацію деталей, комплектуючих і матеріалів необхідних для виготовлення роботизованої руки, файли деталей в форматі STL для можливості модифікації існуючої конструкції в середовищі SolidWorks, а також рекомендації з складання робота.

Робот-маніпулятор Thor використовує звичну для всіх роботів, що зараз існують на ринку, конфігурацію «yaw-roll-roll-yaw-roll-yaw».

У вертикальному положенні Thor має висоту близько 625 мм і може піднімати предмети вагою до 750 грам.

До механічної конструкції маніпулятора входить

					БР.ПМІ-95.00.00.000 ПЗ	Арк.
Зм.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		18

Для того, щоб мати хорошу точність ходів без надмірного підвищення ціни, використовуються крокові двигуни для забезпечення переміщень.

Для другого і третього з'єднання використовується приводи з механічною редукцією для збільшення крутного моменту на виході. Для двох останніх з'єднань встановлені менші крокові двигуни з метою зменшення їх ваги.

В якості основної плати керування використовується Arduino Mega і драйвери крокових двигунів Pololu A4988.

Для передачі третього, п'ятого та шостого шарнірів використовуються GT2 шківи та GT2 ремені.

Для встановлення вихідного положення для перших п'яти артикуляцій використовуються оптоізолятори. Використання оптоізоляторів замість механічного упору дозволяє роботу обертатися більш ніж на 360 градусів без зіткнення давачем.

В конструкції передбачені оптоелектронні давачі для встановлення початкового положення робота.

					БР.ПМІ-95.00.00.000 ПЗ	<i>Арк.</i>
<i>Зм.</i>	<i>Арк.</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Підпис</i>	<i>Дата</i>		19

2. ПРЯМА ЗАДАЧА КІНЕМАТИКИ

Для систематичного та узагальненого підходу до опису і представлення розташування ланок маніпулятора в заданій абсолютній системі координат застосовують матричну і векторну алгебру. Маючи змінні з'єднань робота, ми можемо визначити положення та орієнтацію кожної ланки робота для заданого набору геометричних характеристик робота. Додаючи до кожної ланки координатну систему можна визначити її конфігурацію в сусідніх системах за допомогою методу переміщення твердого тіла. Такий аналіз називається прямою кінематикою.

2.1 Кінематика Денавіта-Хартенберга

Для опису обертальних та поступальних зв'язків між ланками Денавіт і Хартенберг (ДХ) запропонували матричний метод послідовної побудови систем координат, що пов'язані з кожною ланкою кінематичного ланцюга. Цей метод полягає в створенні матриці перетворення розмірністю 4×4 , що описує положення системи координат кожної ланки відносно системи координат попередньої ланки. Це дає змогу послідовно перетворити координати схвата маніпулятора з системи відліку, пов'язаної з останньою ланкою, в базову систему відліку, що є інерціальною системою координат для певної динамічної системи.

Системи координат формуються за такими наступними правилами:

- 1) Вісь z_i співпадає з віссю i -го з'єднання. Всі з'єднання представлені віссю z . Визначення завжди починається з осей z_i . Позитивний напрямок осі z_i є довільним. Для призматичного з'єднання можна вибрати будь-яку вісь, паралельну напрямку переміщення.
- 2) Вісь x_i задається вздовж спільної нормалі між осями z_{i-1} та z_i і направлена від осі z_{i-1} до осі z_i . В загальному, осі z можуть бути косими лініями, проте завжди є одна лінія взаємно перпендикулярна будь-яким двом косим лініям, яка називається спільною нормаллю. Спільна нормаль має

					БР.ПМІ-95.00.00.000 ПЗ	Арк.
						20
Зм.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

найменшу відстань між двома косими лініями. Коли дві осі z паралельні, існує нескінченна кількість спільних нормалей, в такому випадку вибирається спільна нормаль, яка є колінеарною із спільною нормаллю попередніх з'єднань. Якщо дві осі перетинаються, то між ними немає спільної нормалі і в такому випадку призначається вісь x_i перпендикулярно до площини, утвореної двома осями z у напрямку $z_{i-1} * z_i$.

3) Вісь y_i визначається правилом правої руки, $y_i = z_i * x_i$

Система координат ДХ описується чотирма параметрами: $r_i, \alpha_i, d_i, \theta_i$.

Довжина ланки r_i – відстань між осями z_{i-1} та z_i вздовж осі x_i . R_i – кінематична довжина ланки (i).

Кут скручування α_i – кут, на який необхідно повернути вісь z_{i-1} навколо осі x_i , щоб вона стала паралельною осі z_i .

Відстань з'єднання d_i – це відстань між осями x_{i-1} та x_i вздовж осі z_{i-1} . Відстань з'єднання також називається зміщенням з'єднання.

Кут з'єднання θ_i – кут, на який необхідно повернути вісь x_{i-1} навколо осі z_{i-1} , щоб вона стала паралельною осі x_i .

Параметри θ_i і d_i визначають відносне положення двох суміжних ланок, які контактують у з'єднанні i , тому мають назву параметрів з'єднання. Для поворотного з'єднання у з'єднанні i значення d_i є постійним, а θ_i являється єдиною змінною. Для призматичного з'єднання значення θ_i є постійним, а d_i являється єдиною змінною.

Параметри r_i та α_i визначають відносні положення з'єднань i та $i+1$ на двох кінцях ланки (i), тому називаються параметрами ланки. Скручування ланки α_i задає кут повороту осі z_{i-1} навколо x_i , щоб стати паралельною до осі z_i . Інший параметр ланки, r_i , вказує на переміщення вздовж осі x_i до співпадання осі z_{i-1} з віссю z_i . Параметри ланки r_i та α_i визначають гвинтовий рух, оскільки α_i задає обертання навколо осі x_i і r_i задає поступальний рух вздовж осі x_i .

					БР.ПМІ-95.00.00.000 ПЗ	Арк.
						21
Зм.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

Для робота, який має шість ступенів вільності, потрібно шість матриць перетворення ДХ, по одній для кожної ланки, для перетворення кінцевих координат у базові координати.

Формування систем координат ланок до кожної ланки маніпулятора здійснюється за таким алгоритмом:

- 1) Формування базової системи координат. Сформувати праву ортонормовану систему координат (x_0, y_0, z_0) , пов'язану з основою, вісь z_0 направлена вздовж осі 1-го з'єднання до «плеча» маніпулятора. Осі x_0 і y_0 вибираються довільно за умови їх перпендикулярності осі z_0 .
- 2) Створення циклу. Для всіх i ($i = 1, 2, \dots, n-1$) виконати кроки 3-6.
- 3) Формування осей з'єднань. Вісь z_i направити вздовж осі руху $i+1$ -го з'єднання.
- 4) Формування початку i -ї системи координат. Початок i -ї системи координат розташувати на перетині осей z_i і z_{i-1} , або на перетині загальної нормалі до осей z_i і z_{i-1} з віссю z_i .
- 5) Формування осі x_i . Одиничний вектор x_i вибирається таким чином: $x_i = \pm(z_{i-1} * z_i) / \|z_{i-1} * z_i\|$ або вздовж загального перпендикуляра до осей z_i і z_{i-1} , якщо вони паралельні.
- 6) Формування осі y_i . Провести $y_i = +(z_i * x_i) / \|z_i * x_i\|$, отримавши тим самим правосторонню систему координат.
- 7) Формування системи координат схвата. Зазвичай, n -е з'єднання є обертальним. Вісь z_n формується, направивши її вздовж осі z_{n-1} та від робота. Вибирається вісь x_n так, щоб вона була перпендикулярна осям z_{n-1} та z_n .
- 8) Визначення параметрів ланок і з'єднань. Для всіх i ($i = 1, 2, \dots, n$) виконати кроки 9-12.
- 9) Визначення d_i . Відстань d_i – від початку $(i - 1)$ -ї системи координат до перетину осі z_{i-1} з віссю x_i і початком i -ї системи координат, відлічуваної уздовж осі z_{i-1} , якщо i -е з'єднання поступальне, то d_i – приєднана змінна.

					БР.ПМІ-95.00.00.000 ПЗ	Арк.
Зм.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		22

- 10) Визначення r_i – відстані між перетином осі z_{i-1} з віссю x_i і початком i -ї системи координат, відлічуваної уздовж осі x_i .
- 11) Визначення θ_i – кута повороту осі x_{i-1} навколо осі z_{i-1} , щоб вона стала співнаправлена з віссю x_i , якщо i -е з'єднання поступальне, то θ_i – приєднана змінна.
- 12) Визначення α_i – кута повороту осі z_{i-1} навколо осі x_i , щоб вона стала співнаправлена з віссю z_i .

Після виконання цього алгоритму для всіх ланок можна розробити однорідні матриці перетворення, що об'єднують i -у і $(i-1)$ -у у системи координат.

На основі правил Денавіта-Хартенберга матриця перетворення ${}^{i-1}T_i$ для перетворення системи координат B_i в B_{i-1} представлена як добуток чотирьох основних перетворень з використанням параметрів ланки (i) та з'єднання i

$${}^{i-1}T_i = D_{z_{i-1},d_i} R_{z_{i-1},\theta_i} D_{x_{i-1},r_i} R_{x_{i-1},\alpha_i} =$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \cos \alpha_i & \sin \theta_i \sin \alpha_i & r_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \cos \alpha_i & -\cos \theta_i \sin \alpha_i & r_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$R_{i-1,\alpha_i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i & 0 \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$D_{x_{i-1},r_i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & r_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$R_{z_{i-1},\theta_i} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$D_{z_{i-1}, d_i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Отже рівняння перетворення із системи координат $B_i(x_i, y_i, z_i)$ до попередньої системи координат $B_{i-1}(x_{i-1}, y_{i-1}, z_{i-1})$ має вигляд

$$\begin{bmatrix} x_{i-1} \\ y_{i-1} \\ z_{i-1} \\ 1 \end{bmatrix} {}^{i-1}T_i \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \\ 1 \end{bmatrix},$$

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \cos \alpha_i & \sin \theta_i \sin \alpha_i & r_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \cos \alpha_i & -\cos \theta_i \sin \alpha_i & r_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Обернена матриця однорідного перетворення рівна

$${}^{i-1}T_{i-1} = {}^{i-1}T_i^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & \sin \theta_i & 0 & -r_i \\ -\sin \theta_i \cos \alpha_i & \cos \theta_i \cos \alpha_i & \sin \alpha_i & -d_i \sin \alpha_i \\ \sin \theta_i \sin \alpha_i & -\cos \theta_i \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & -d_i \cos \alpha_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Використовуючи матрицю ${}^{i-1}T_{i-1}$, можна зв'язати однорідні координати p_i точки p щодо i -ї системи координат з односторонніми координатами цієї точки відносно $(i-1)$ -ї системи відліку, зв'язаної з $(i-1)$ -ю ланкою. Цей зв'язок задається рівністю: $p_{i-1} = {}^{i-1}A_i p_i$, де $p_{i-1} = (x_{i-1}, y_{i-1}, z_{i-1})^T$ і $p_i = (x_i, y_i, z_i)^T$.

2.2 Рівняння кінематики маніпулятора

За допомогою кінематичної схеми (рис. 2.1) визначаємо параметри за методикою Денавіта-Хартенберга і записуємо їх у таблицю 2.1.

					БР.ПМІ-95.00.00.000 ПЗ	Арк.
						24
Зм.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

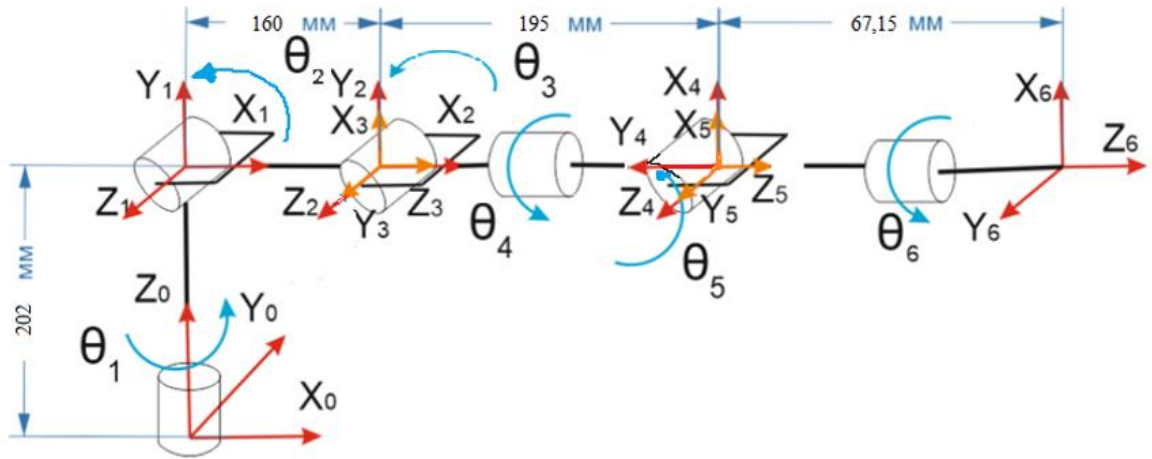


Рисунок 2.1 – Кінематична схема робота Thor

Номер ланки i	θ_i , град.	D_i , мм	α_i , град.	R_i , мм
1	θ_1	202	90°	0
2	θ_2	0	0	160
3	θ_3+90°	0	90°	0
4	θ_4	0	-90°	195
5	θ_5	0	90°	0
61	θ_6	0	0	67,15

Таблиця 2.1 – Геометричні параметри ланок робота Thor

Для шестиланкового маніпулятора Thor було визначено шість матриць ${}^{i-1}A_i$, що відповідають координатам показаним на рисунку 2.1. Матриці представлені нижче:

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \cos \alpha_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i & r_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & r_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$${}^0A_1 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \alpha_1 \cos \theta_1 & \sin \alpha_1 \sin \theta_1 & 0 \\ \sin \theta_1 & \cos \alpha_1 \cos \theta_1 & -\cos \alpha_1 \sin \theta_1 & 0 \\ 0 & \sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 & 202 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$${}^1A_2 = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 \cos \alpha_2 & \sin \alpha_2 \sin \theta_2 & 160 \cos \theta_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \alpha_2 \cos \theta_2 & -\cos \alpha_2 \sin \theta_2 & 160 \sin \theta_2 \\ 0 & \sin \alpha_2 & \cos \alpha_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$${}^2A_3 = \begin{bmatrix} \cos \theta_3 & -\sin \theta_3 \cos \alpha_3 & \sin \alpha_3 \sin \theta_3 & 0 \\ \sin \theta_3 & \cos \alpha_3 \cos \theta_3 & -\cos \alpha_3 \sin \theta_3 & 0 \\ 0 & \sin \alpha_3 & \cos \alpha_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$${}^3A_4 = \begin{bmatrix} \cos \theta_4 & -\sin \theta_4 \cos \alpha_4 & \sin \alpha_4 \sin \theta_4 & 195 \cos \theta_4 \\ \sin \theta_4 & \cos \alpha_4 \cos \theta_4 & -\cos \alpha_4 \sin \theta_4 & 195 \sin \theta_4 \\ 0 & \sin \alpha_4 & \cos \alpha_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$${}^4A_5 = \begin{bmatrix} \cos \theta_5 & -\sin \theta_5 \cos \alpha_5 & \sin \alpha_5 \sin \theta_5 & 0 \\ \sin \theta_5 & \cos \alpha_5 \cos \theta_5 & -\cos \alpha_5 \sin \theta_5 & 0 \\ 0 & \sin \alpha_5 & \cos \alpha_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$${}^5A_6 = \begin{bmatrix} \cos \theta_6 & -\sin \theta_6 \cos \alpha_6 & \sin \alpha_6 \sin \theta_6 & 67,15 \cos \theta_6 \\ \sin \theta_6 & \cos \alpha_6 \cos \theta_6 & -\cos \alpha_6 \sin \theta_6 & 67,15 \sin \theta_6 \\ 0 & \sin \alpha_6 & \cos \alpha_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Для перевірки правильності побудови однорідних матриць перетворень використовується математичний програмний пакет MATLAB

Довжини ланок маніпулятора були прийняті умовно рівними одиниці і виконано розрахунок матриць ${}^{i-1}A_i$ в початковому положенні при $\theta_i = 0$.

```
>> clear;
>> N = 6;
>> T = [0 0 0 0 0 0];
>> a1 = (90/180)*pi;
>> a2 = 0;
>> a3 = (90/180)*pi;
>> a4 = -(90/180)*pi;
>> a5 = (90/180)*pi;
>> a6 = 0;
>> r = [0 1 0 1 0 1];
>> d = [1,0,0,0,0,0];
>> for i=1:N
    T(i)=(T(i)/180)*pi;
end
```

```

>> A01=[ cos(T(1)) -sin(T(1))*cos(a1) sin(T(1))*sin(a1) 0;
        sin(T(1)) cos(a1)*cos(T(1)) -cos(a1)*sin(T(1)) 0;
        0          sin(a1)          cos(a1)      d(1);
        0          0          0          1]

>> A12=[ cos(T(2)) -sin(T(2))*cos(a2) sin(a2)*sin(T(2)) r(2)*cos(T(2));
        sin(T(2)) cos(a2)*cos(T(2)) -cos(a2)*sin(T(2)) r(2)*sin(T(2));
        0          sin(a2)          cos(a2)      0;
        0          0          0          1]

>> A23=[ cos(T(3)) -sin(T(3))*cos(a3) sin(a3)*sin(T(3)) 0;
        sin(T(3)) cos(a3)*cos(T(3)) -cos(a3)*sin(T(3)) 0;
        0          sin(a3)          cos(a3)      0;
        0          0          0          1]

>> A34=[ cos(T(4)) -sin(T(4))*cos(a4) sin(a4)*sin(T(4)) r(4)*cos(T(4));
        sin(T(4)) cos(a4)*cos(T(4)) -cos(a4)*sin(T(4)) r(4)*sin(T(4));
        0          sin(a4)          cos(a4)      0;
        0          0          0          1]

>> A45=[ cos(T(5)) -sin(T(5))*cos(a5) sin(a5)*sin(T(5)) 0;
        sin(T(5)) cos(a5)*cos(T(5)) -cos(a5)*sin(T(5)) 0;
        0          sin(a5)          cos(a5)      0;
        0          0          0          1]

>> A56=[ cos(T(6)) -sin(T(6))*cos(a6) sin(a6)*sin(T(6)) r(6)*cos(T(6));
        sin(T(6)) cos(a6)*cos(T(6)) -cos(a6)*sin(T(6)) r(6)*sin(T(6));
        0          sin(a6)          cos(a6)      0;
        0          0          0          1]

>> A01*A12*A23*A34*A45*A56

```

Результат виконання програми:

					БР.ПМІ-95.00.00.000 ПЗ	Арк.
Зм.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		27

A01 =

1.0000	0	0	0
0	0.0000	0	0
0	1.0000	0.0000	1.0000
0	0	0	1.0000

A12 =

1	0	0	1
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1

A23 =

1.0000	0	0	0
0	0.0000	0	0
0	1.0000	0.0000	0
0	0	0	1.0000

A34 =

1.0000	0	0	1.0000
0	0.0000	0	0
0	-1.0000	0.0000	0
0	0	0	1.0000

A45 =

1.0000	0	0	0
0	0.0000	0	0
0	1.0000	0.0000	0
0	0	0	1.0000

A56 =

1	0	0	1
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1

ans =

1.0000	0	0	3.0000
0	0.0000	0	0
0	0.0000	0.0000	1.0000
0	0	0	1.0000

Підставивши в програму фактичні значення довжин ланок отримаємо:

A01 =

1.0000	0	0	0
0	0.0000	0	0
0	1.0000	0.0000	202.0000
0	0	0	1.0000

A12 =

1	0	0	160
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1

A23 =

1.0000	0	0	0
0	0.0000	0	0
0	1.0000	0.0000	0
0	0	0	1.0000

A34 =

1.0000	0	0	195.0000
0	0.0000	0	0
0	-1.0000	0.0000	0
0	0	0	1.0000

A45 =

1.0000	0	0	0
0	0.0000	0	0
0	1.0000	0.0000	0
0	0	0	1.0000

A56 =

1.0000	0	0	67.1500
0	1.0000	0	0
0	0	1.0000	0
0	0	0	1.0000

ans =

1.0000	0	0	422.1500
0	0.0000	0	0
0	0.0000	0.0000	202.0000
0	0	0	1.0000

Зм.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата

БР.ПМІ-95.00.00.000 ПЗ

Арк.

30

3 ЗВОРОТНА ЗАДАЧА КІНЕМАТИКИ

Математичний процес, що використовується для обчислення значень кутів повороту з'єднань, які необхідні для розміщення кінцевого ефектора робота в певному положенні та орієнтації називається зворотною кінематикою.

Математично зворотна кінематика шукає елементи вектора q коли перетворення задані функцією змінних з'єднань $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$.

$${}^0T_n = {}^0T_1(q_1) {}^1T_2(q_2) {}^2T_3(q_3) {}^3T_4(q_4) \dots {}^{n-1}T_n(q_n)$$

Результатом прямої кінематики робота є матриця 4x4

$${}^0T_6 = {}^0T_1 {}^1T_2 {}^2T_3 {}^3T_4 {}^4T_5 {}^5T_6 = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & r_{24} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & r_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ в якій 12 елементів є}$$

тригонометричними функціями шести невідомих приєднаних змінних. Проте, через те що верхня ліва 3x3 підматриця є матрицею обертання, лише три елементи з них є незалежними. Це пояснюється умовою ортогональності. Отже, лише шість з 12 рівнянь є незалежними.

Пряма задача кінематики антропоморфного робота Thor'a зображеного на рисунку 1.3 була розв'язана в попередньому розділі в результаті чого було визначено загальну матрицю перетворення для кінцевого ефектора, яка базується на основі матриць трансформації зап'ястя та руки. Робот Thor має шість ступенів вільності, тому формула має вигляд:

$${}^0T_6 = T_{\text{руки}} T_{\text{зап'ястя}} = {}^0T_3 {}^3T_6$$

При цьому матриці перетворення для кожного із з'єднань і інструменту

$${}^0T_1 = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & 0 & \sin\theta_1 & 0 \\ \sin\theta_1 & 0 & -\cos\theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 202 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$${}^1T_2 = \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0 & 160\cos\theta_2 \\ \sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 & 160\sin\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$${}^2T_3 = \begin{bmatrix} -\sin\theta_3 & 0 & \cos\theta_3 & 0 \\ \cos\theta_3 & 0 & \sin\theta_3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$${}^3T_4 = \begin{bmatrix} \cos\theta_4 & -\sin\theta_4 & 0 & 195\cos\theta_4 \\ \sin\theta_4 & \cos\theta_4 & 0 & 195\sin\theta_4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$${}^4T_5 = \begin{bmatrix} \cos\theta_5 & 0 & \sin\theta_5 & 0 \\ \sin\theta_5 & 0 & -\cos\theta_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$${}^5T_6 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 67.15\cos\theta_6 \\ 0 & 1 & 0 & 67.15\sin\theta_6 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

і загальна матриця перетворення для інструменту в базових координатах

$${}^0T_6 = {}^0T_1 {}^1T_2 {}^2T_3 {}^3T_4 {}^4T_5 {}^5T_6 = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & t_{14} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} & t_{24} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} & t_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

де

$${}^0T_3 = \begin{bmatrix} -c\theta_1 s(\theta_2 + \theta_3) & s\theta_1 & c\theta_1 & 160 * c\theta_1 c\theta_2 \\ -s\theta_1 s(\theta_2 + \theta_3) & -c\theta_1 & s\theta_1 c(\theta_2 + \theta_3) & 160 * s\theta_1 c\theta_2 \\ c(\theta_2 + \theta_3) & 0 & s(\theta_2 + \theta_3) & 160 * s\theta_2 + 202 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$${}^3T_6 = \begin{bmatrix} c\theta_4 c\theta_5 & -s\theta_4 & c\theta_4 s\theta_5 & 195 * c\theta_4 c\theta_5 \\ s\theta_4 c\theta_5 & c\theta_4 & s\theta_4 s\theta_5 & 195 * s\theta_4 c\theta_5 \\ -s\theta_5 & 0 & c\theta_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$s\theta_i = \cos(\theta_i)$, $s\theta_i = \sin(\theta_i)$, $c(\theta_i + \theta_j) = \cos(\theta_i + \theta_j)$, $s(\theta_i + \theta_j) = \sin(\theta_i + \theta_j)$

і

$$t_{11} = -c\theta_1 s(\theta_2 + \theta_3) c\theta_4 c\theta_5 + s\theta_1 s\theta_4 c\theta_5 - c\theta_1 c(\theta_2 + \theta_3) s\theta_5;$$

$$t_{21} = -s\theta_1 s(\theta_2 + \theta_3) c\theta_4 c\theta_5 - c\theta_1 s\theta_4 c\theta_5 - s\theta_1 c(\theta_2 + \theta_3) s\theta_5;$$

$$\begin{aligned}
t_{31} &= c(\theta_2 + \theta_3)c_{\theta_4}c_{\theta_5} - s(\theta_2 + \theta_3)s_{\theta_5}; \\
t_{12} &= c\theta_1s(\theta_2 + \theta_3)s_{\theta_4} + s\theta_1c_{\theta_4}; \\
t_{22} &= s\theta_1s(\theta_2 + \theta_3)s_{\theta_4} - c\theta_1c_{\theta_4}; \\
t_{32} &= -c(\theta_2 + \theta_3)s_{\theta_4}; \\
t_{13} &= -c\theta_1s(\theta_2 + \theta_3)c_{\theta_4}s_{\theta_5} + s\theta_1s_{\theta_4}s_{\theta_5} + c\theta_1c(\theta_2 + \theta_3)c_{\theta_5}; \\
t_{23} &= -s\theta_1s(\theta_2 + \theta_3)c_{\theta_4}s_{\theta_5} - c\theta_1s_{\theta_4}s_{\theta_5} + s\theta_1c(\theta_2 + \theta_3)c_{\theta_5}; \\
t_{33} &= c(\theta_2 + \theta_3)c_{\theta_4}s_{\theta_5} + s(\theta_2 + \theta_3)c_{\theta_5}; \\
t_{14} &= -67.15c\theta_1s(\theta_2 + \theta_3)c_{\theta_4}s_{\theta_5} + 67.15s\theta_1s_{\theta_4}s_{\theta_5} \\
&\quad + c\theta_1c(\theta_2 + \theta_3)(160 + 67.15c_{\theta_5}) + 195c\theta_1c_{\theta_2}; \\
t_{24} &= -67.15c\theta_1s(\theta_2 + \theta_3)c_{\theta_4}s_{\theta_5} - 67.15c\theta_1s_{\theta_4}s_{\theta_5} \\
&\quad + s\theta_1c(\theta_2 + \theta_3)(160 + 67.15c_{\theta_5}) + 195s\theta_1c_{\theta_2}; \\
t_{34} &= 67.15c(\theta_2 + \theta_3)c_{\theta_4}s_{\theta_5} + 202 + s(\theta_2 + \theta_3)(195 + 67.15c_{\theta_5}) + 195s_{\theta_2}
\end{aligned}$$

Розв'язання задачі оберненої кінематики починається з вектора положення зап'ястя d , який рівний $[t_{14} \ t_{24} \ t_{34}]^T$ із 0T_6 для $d_6 = 0$

$$d = \begin{bmatrix} 160c\theta_1c(\theta_2 + \theta_3) + 195c\theta_1c_{\theta_2} \\ 160s\theta_1c(\theta_2 + \theta_3) + 195s\theta_1c_{\theta_2} \\ 202 + 195s(\theta_2 + \theta_3) + 195s_{\theta_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_x \\ d_y \\ d_z \end{bmatrix}.$$

Тоді розв'язок оберненої задачі кінематики є розв'язком системи рівнянь

$$\begin{cases} 160c\theta_1c(\theta_2 + \theta_3) + 195c\theta_1c_{\theta_2} = d_x; \\ 160s\theta_1c(\theta_2 + \theta_3) + 195s\theta_1c_{\theta_2} = d_y; \\ 202 + 195s(\theta_2 + \theta_3) + 195s_{\theta_2} = d_z. \end{cases}$$

З перших двох рівнянь маємо:

$$\begin{cases} 160c(\theta_2 + \theta_3) + 195c_{\theta_2} = \frac{d_x}{c\theta_1}; \\ 160s(\theta_2 + \theta_3) + 195s_{\theta_2} = \frac{d_y}{s\theta_1}; \end{cases}$$

звідки

$$\frac{d_x}{c\theta_1} = \frac{d_y}{s\theta_1}, \quad \tan \theta_1 = \frac{d_y}{d_x}$$

та

$$\sin\left(\operatorname{arctg}\left(\frac{d_y}{d_x}\right)\right) \rightarrow \frac{d_y}{d_x \sqrt{\frac{d_y^2}{d_x^2} + 1}} \Rightarrow \sin(\theta_1) = \frac{d_y}{\sqrt{d_x^2 + d_y^2}}.$$

Звідки

$$\frac{d_x}{\cos(\theta_1)} = \frac{d_y}{\sin(\theta_1)} = \sqrt{d_x^2 + d_y^2}.$$

Тоді система рівнянь набуває вигляду

$$\begin{cases} 160 \cos(\theta_2 + \theta_3) + 195 \cos \theta_2 = \sqrt{d_x^2 + d_y^2} \\ 160 \sin(\theta_2 + \theta_3) + 195 \sin \theta_2 = d_z - 202 \end{cases}$$

Після ряду перетворень

$$\begin{cases} 160 \cos(\theta_2 + \theta_3) = \sqrt{d_x^2 + d_y^2} - 195 \cos \theta_2 \\ 160 \sin(\theta_2 + \theta_3) = d_z - 202 - 195 \sin \theta_2 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 160^2 \cos^2(\theta_2 + \theta_3) = \left(\sqrt{d_x^2 + d_y^2} - 195 \cos \theta_2\right)^2 \\ 160^2 \sin^2(\theta_2 + \theta_3) = (d_z - 202 - 195 \sin \theta_2)^2 \end{cases}$$

При додаванні обох рівнянь

$$160^2 = \left(\sqrt{d_x^2 + d_y^2} - 195 \cos \theta_2\right)^2 + (d_z - 202 - 195 \sin \theta_2)^2,$$

звідки

$$\begin{aligned} 2 * 195 \sqrt{d_x^2 + d_y^2} \cos \theta_2 + 2 * 195 (d_z - 202) \sin \theta_2 \\ = d_x^2 + d_y^2 + (d_z - 202)^2 + 195^2 - 202^2 \end{aligned}$$

Отримано рівняння виду $a \cos \theta_2 + b \sin \theta_2 = c$, де $a = 2 * 195 \sqrt{d_x^2 + d_y^2}$, $b = 2 * 195 (d_z - 202)$, $c = d_x^2 + d_y^2 + (d_z - 202)^2 + 195^2 - 202^2$.

Для розв'язку рівняння вводяться дві змінні

$$a = r \sin \nu,$$

$$b = r \cos \gamma,$$

де

$$r = \sqrt{a^2 + b^2},$$

$$\gamma = \operatorname{atan2}(a, b).$$

Після підстановки змінних одержуємо

$$\sin(\gamma + \theta_2) = \frac{c}{r},$$

$$\cos(\gamma + \theta_2) = \pm \sqrt{1 - \frac{c^2}{r^2}}.$$

Тоді

$$\gamma + \theta_2 = \operatorname{atan2}\left(\frac{c}{r}, \pm \sqrt{1 - \frac{c^2}{r^2}}\right),$$

звідки остаточний розв'язок буде

$$\theta_2 = \operatorname{atan2}\left(\frac{c}{r}, \pm \sqrt{1 - \frac{c^2}{r^2}}\right) - \operatorname{atan2}(a, b),$$

або

$$\theta_2 = \operatorname{atan2}\left(\frac{c}{r}, \frac{\pm \sqrt{1 - c^2}}{r}\right) - \operatorname{atan2}(a, b).$$

Сума квадратів двох рівнянь системи рівна

$$160^2 + 195^2 + 2 * 160 * 195 \cos(\theta_2 + \theta_3 - \theta_2) = d_x^2 + d_y^2 + (d_z - 202)^2$$

звідки

$$\cos \theta_3 = \frac{d_x^2 + d_y^2 + (d_z - 202)^2 + 195^2 - 202^2}{2 * 160 * 195}$$

і приймається

$$\cos \theta_3 = \operatorname{atan2}\left(\pm \sqrt{1 - \cos^2 \theta_3}, \cos \theta_3\right).$$

Створюємо функцію InvTest1() в середовищі MATLAB для перевірки отриманих залежностей

```
function InvTest1(dx, dy, dz)
Teta(1)=atan2(dy,dx);
z = dz-202;
r2 = dx^2+dy^2;
Teta(1) = atan2(dy,dx);
a = 2*195*sqrt(r2);
b = 2*195*z;
c = r2+z^2+195^2-160^2;
c2 = c^2;
R2 = a^2+b^2;
R = sqrt(a^2+b^2);
Teta(2) = atan2(c/R,-sqrt(1-(c2/R2)))-atan2(a,b)
F = (r2+z^2-160^2-195^2)/(2*195*160);
Teta(3) = atan2(-sqrt(1-F^2),F);
X = ['dx = ',num2str(dx),' , dy= ', num2str(dy),' , dz = ', num2str(dz)];
disp(X);
X = ['Teta = ', num2str(Teta)];
disp(X);
```

Протестувавши функцію для різних визначень положення були отримані результати

```
>> InvTest1(355, 0, 202)
dx = 355, dy= 0, dz = 202
Teta = 0  0  0

>> InvTest1(0, 0, 355+202)
dx = 0, dy= 0, dz = 557
Teta = 0      1.5708      0

>> InvTest1(0, 355, 202)
dx = 0, dy= 355, dz = 202
Teta = 1.5708      0      0
```

Ці значення описують реальне положення маніпулятора. Задаючи деяке довільне положення отримуємо

```
>> InvTest1(250, 0, 200)
dx = 250, dy= 0, dz = 200
Teta = 0      0.68634      -1.5888
```

4 МОДЕЛЮВАННЯ РУХІВ РОБОТА THOR'А

Моделювання займає важливе в робототехніці місце і є широко розповсюджене. Першим кроком в побудові повноцінної моделі робота-маніпулятора Thor є розробка програми в середовищі MATLAB.

Основна задача цієї програми полягає в перевірці отриманих в попередніх розділах математичних залежностей та візуалізації роботи цього робота.

Реалізація програми наступна

```
format short
clear
close all
N = 3;
%r = [0 160 0 0 0 0];
r = [0 160 0 195 0 67.15];
%d = [202 0 0 0 67.15]
d = [202 0 0 0 0 0];
Alfa = [90 0 90 -90 90 0];
Teta0 = [0 0 90 0 0 0];
XPath = 150:5:300;
NPath = size(XPath);
YPath = (1:NPath(2)) ≈ 0;
ZPath = (1:NPath(2)) ≈ 200;
fcf = figure(1);
for j=1:NPath(2)
    Teta = Teta0;
    xc = XPath(j);
    yc = YPath(j);
    zc = ZPath(j);
    Teta(1:3) = Inv2(xc,yc,zc);
    Teta0 = [0 0 -90 0 0 90];
    Teta = Teta + Teta0;
    Alfa ≈ [90 0 90 -90 90 0]
    r ≈ [0 160 0 195 0 67.15]
    d = [202 0 0 0 0 0];
for i=1:N+1
    Teta(i) = (Teta(i)/180)*pi;
    Alfa(i) = (Alfa(i)/180)*pi;
    H(:, :, i) = ...
        [cos(Teta(i)) -sin(Teta(i))*cos(Alfa(i))...
         sin(Teta(i))*sin(Alfa(i))
         r(i)*cos(Teta(i));
         sin(Teta(i)) cos(Teta(i))*cos(Alfa(i))...
         -cos(Teta(i))*sin(Alfa(i))
         .....
         .....
```

					БР.ПМІ-95.00.00.000 ПЗ	Арк.
Зм.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		37

```

    r(i)*sin(Teta(i));
    0      sin(Alfa(i)) cos(Alfa(i)) d(i);  0 0 0 1];
end
H0(:,:,1) = H(:,:,1);
for i = 2:4
    H0(:,:,i) = H0(:,:,i-1)*H(:,:,i);
end
X = [0,H0(1,4,1),H0(1,4,2),H0(1,4,4)];
Y = [0,H0(2,4,1),H0(2,4,2),H0(2,4,4)];
Z = [0,H0(3,4,1),H0(3,4,2),H0(3,4,4)];
plot3 (X,Y,Z, '-ok', 'LineWidth',2);
grid on;
LimAxis = [-100,450,-100,200,0,450];
axis(LimAxis);
%LimAxis = axis();

hold on
plot3 ([H0(1,4,4),LimAxis(2)], [H0(2,4,4),H0(2,4,4)], [H0(3,4,4),H0(3,4,4)]);
plot3 ([H0(1,4,4),H0(1,4,4)], [H0(2,4,4),LimAxis(4)], [H0(3,4,4),H0(3,4,4)]);
plot3 ([H0(1,4,4),H0(1,4,4)], [H0(2,4,4),H0(2,4,4)], [H0(3,4,4),0]);
hold off
pause(0.01)
end

```

Цей фрагмент програмного коду візуалізує переміщення кінцевої точки маніпулятора із початкової точки з координатами (150; 0 ; 200) в кінцеву точку з координатами (300; 0; 200) вздовж осі X.

Алгоритм програми полягає в виконанні циклу:

- визначення координат кінцевої точки для заданого положення;
- розв'язок зворотної задачі кінематики для заданого положення і визначення приєднаних координат $\theta_1, \theta_2, \theta_3$;
- розв'язок прямої задачі кінематики для координат $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ і визначення просторових координат ланок;
- зміна поточного положення і перехід до наступного циклу;

Висновки

В процесі виконання бакалаврської роботи було виконано аналіз сучасних промислових роботів. Описано механічну конструкцію антропоморфного робота-маніпулятора Thor.

На основі геометричних параметрів ланок та кінематичної схеми робота Thor' розв'язана пряма задача кінематика.

На основі прямої задачі кінематики розв'язана методом декомпозиції зворотна задача кінематики. Розв'язок отримано аналітичним методом за допомогою математичного програмного пакету MATLAB.

В середовищі MATLAB виконано моделювання переміщення маніпулятора в просторі.

Отримані результати можуть бути використані в навчальному процесі.

					БР.ПМІ-95.00.00.000 ПЗ	<i>Арк.</i>
<i>Зм.</i>	<i>Арк.</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Підпис</i>	<i>Дата</i>		39

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Thor. An Open Source 3D Printable 6DOF Robotic Arm -Електронний ресурс. Режим доступу: <http://thor.angel-lm.com/>
2. Thor. OpenSource 3D printable Robotic Arm – Електронний ресурс. Режим доступу: <https://hackaday.io/project/12989-thor>
3. Jazar N. Reza. Theory of Applied Robotics: Kinematics, Dynamics, and Control. —New York: Springer Science+Business Media, LLC. — 2007. — 688 p. — Електронний ресурс. Режим доступу: https://eleccompengineering.files.wordpress.com/2015/03/reza_n-jazar_theory_of_applied_robotics.pdf
4. Murray M. Richard, Li Zexiang, Sastry S. Shankar. A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation. — CRC Press, 1994. 474 p. — Електронний ресурс. Режим доступу: <https://www.cds.caltech.edu/~murray/books/MLS/pdf/mls94-complete.pdf>
5. William J. Palm III. Introduction to MATLAB for Engineers. — McGraw-Hill, 2011. — 577 p. — Електронний ресурс. Режим доступу: <http://www.cse.cuhk.edu.hk/~cslui/CSCI1050/book.pdf>
6. Moe Thu Zar, Wai Phyo Ei. Point to Point Trajectory Control of 3R Planar Robot Arm / International Journal of Science, Engineering and Technology Research (IJSETR) — November 2017, Volume 6, Issue 11, ISSN: 2278 - 7798. — 1435-1441 p. — Електронний ресурс. Режим доступу: <http://ijsetr.org/wp-content/uploads/2017/11/IJSETR-VOL-6-ISSUE-11-1435-1441.pdf>
7. Abu Qassem Mohammed, Abuhadrous I.M., Elaydi H.. Modeling and Simulation of 5 DOF educational robot arm / 2nd International Conference on Advanced Computer Control (ICACC 2010) (27-29 March 2010). — IEEE, 2010. — Volume 5. — DOI: 10.1109/ICACC.2010.5487136 . — Електронний ресурс. Режим доступу: https://www.researchgate.net/publication/224146402_Modeling_and_Simulation_of_5_DOF_educational_robot_arm

					БР.ПМІ-95.00.00.000 ПЗ	Арк.
Зм.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		40

8. Guillaume Laurent et Nicolas Chaillet. Robotique industrielle. Université de Bourgogne Franche-Comté – UFC – ENSMM – 2017. — Электронный ресурс. Режим доступа: <https://fliphtml5.com/wnjbg/gzne/basic/51-88>

9. Clothier Kurt E., Shang Ying. A Geometric Approach for Robotic Arm Kinematics with Hardware Design, Electrical Design, and Implementation / Journal of Robotics — Hindawi Publishing Corporation, 2010. Volume 2010, Article ID 984823, 10 pages. doi:10.1155/2010/984823. — Электронный ресурс. Режим доступа: https://www.researchgate.net/publication/47697116_A_Geometric_Approach_for_Robotic_Arm_Kinematics_with_Hardware_Design_Electrical_Design_and_Implementation/fulltext/0ffc83a70cf255165fc9326d/A-Geometric-Approachfor-Robotic-Arm-Kinematics-with-Hardware-Design-Electrical-Design-andImplementation.pdf

10. Frankovskýa P., Hroncováa D., Delyováa I., Hudákb P. Inverse and forward dynamic analysis of two link manipulator. / Procedia Engineering — Published by Elsevier Ltd. Selection, 2012. — №48. — P. 158 – 163. — Электронный ресурс. Режим доступа: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877705812045638>

11. Staubli Fast Moving Technology. Le Guide de la Robotique. Robotics / Experts in Man and Machine / Edition 2020 — Электронный ресурс. Режим доступа: <https://www.montblancindustries.com/wp-content/uploads/2020/04/guide-de-la-robotique-staubli-robotics-2020.pdf>

					БР.ПМІ-95.00.00.000 ПЗ	Арк.
Зм.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		41

Однорідні матриці перетворень для задачі прямої кінематики

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \cos \alpha_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i & r_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & r_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$${}^0A_1 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \alpha_1 \cos \theta_1 & \sin \alpha_1 \sin \theta_1 & 0 \\ \sin \theta_1 & \cos \alpha_1 \cos \theta_1 & -\cos \alpha_1 \sin \theta_1 & 0 \\ 0 & \sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 & 202 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$${}^1A_2 = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 \cos \alpha_2 & \sin \alpha_2 \sin \theta_2 & 160 \cos \theta_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \alpha_2 \cos \theta_2 & -\cos \alpha_2 \sin \theta_2 & 160 \sin \theta_2 \\ 0 & \sin \alpha_2 & \cos \alpha_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$${}^2A_3 = \begin{bmatrix} \cos \theta_3 & -\sin \theta_3 \cos \alpha_3 & \sin \alpha_3 \sin \theta_3 & 0 \\ \sin \theta_3 & \cos \alpha_3 \cos \theta_3 & -\cos \alpha_3 \sin \theta_3 & 0 \\ 0 & \sin \alpha_3 & \cos \alpha_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$${}^3A_4 = \begin{bmatrix} \cos \theta_4 & -\sin \theta_4 \cos \alpha_4 & \sin \alpha_4 \sin \theta_4 & 195 \cos \theta_4 \\ \sin \theta_4 & \cos \alpha_4 \cos \theta_4 & -\cos \alpha_4 \sin \theta_4 & 195 \sin \theta_4 \\ 0 & \sin \alpha_4 & \cos \alpha_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$${}^4A_5 = \begin{bmatrix} \cos \theta_5 & -\sin \theta_5 \cos \alpha_5 & \sin \alpha_5 \sin \theta_5 & 0 \\ \sin \theta_5 & \cos \alpha_5 \cos \theta_5 & -\cos \alpha_5 \sin \theta_5 & 0 \\ 0 & \sin \alpha_5 & \cos \alpha_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$${}^5A_6 = \begin{bmatrix} \cos \theta_6 & -\sin \theta_6 \cos \alpha_6 & \sin \alpha_6 \sin \theta_6 & 67,15 \cos \theta_6 \\ \sin \theta_6 & \cos \alpha_6 \cos \theta_6 & -\cos \alpha_6 \sin \theta_6 & 67,15 \sin \theta_6 \\ 0 & \sin \alpha_6 & \cos \alpha_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

Функція InvTest1 в середовищі MATLAB для перевірки залежностей задачі оберненої кінематики

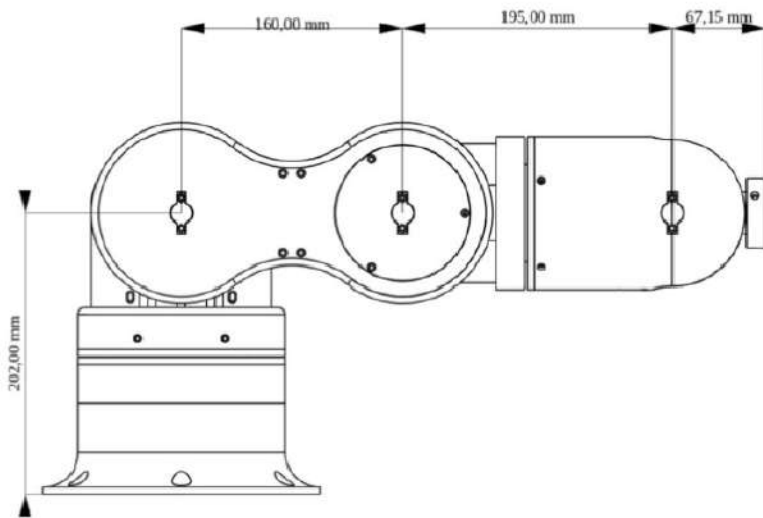
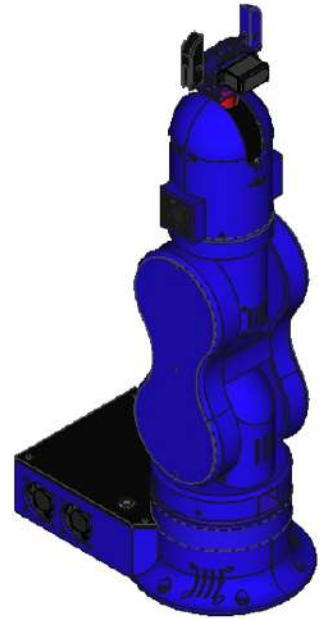
```
function InvTest1(dx, dy, dz)
Teta(1)=atan2(dy,dx);
z = dz-202;
r2 = dx^2+dy^2;
Teta(1) = atan2(dy,dx);
a = 2*195*sqrt(r2);
b = 2*195*z;
c = r2+z^2+195^2-160^2;
c2 = c^2;
R2 = a^2+b^2;
R = sqrt(a^2+b^2);
Teta(2) = atan2(c/R, -sqrt(1-(c2/R2)))-atan2(a,b);
F = (r2+z^2-160^2-195^2)/(2*195*160);
Teta(3) = atan2(-sqrt(1-F^2),F);
X = ['dx = ',num2str(dx),' ', 'dy = ', num2str(dy),' ', 'dz = ', num2str(dz)];
disp(X);
X = ['Teta = ', num2str(Teta)];
disp(X);
```

Результати тестової перевірки - значення, що описують положення маніпулятора

```
>> InvTest1(355, 0, 202) >> InvTest1(0, 0, 355+202)
dx = 355, dy= 0, dz = 202 dx = 0, dy= 0, dz = 557
Teta = 0 0 0 Teta = 0 1.5708 0
```

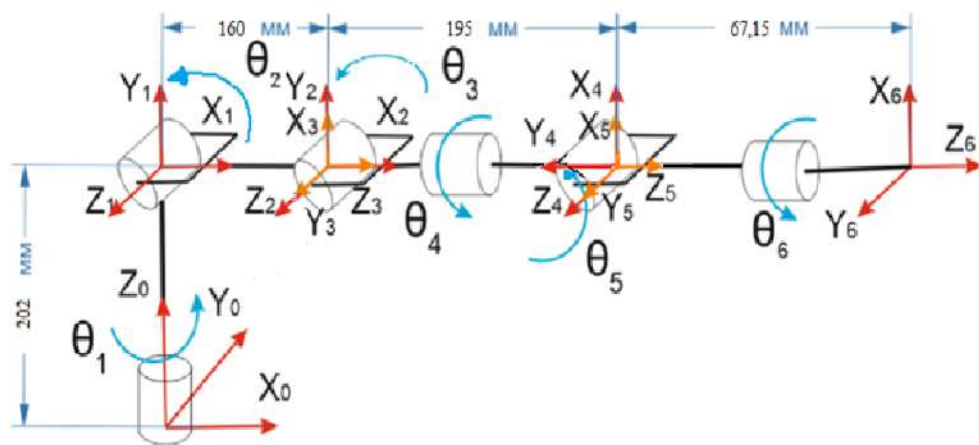
```
>> InvTest1(0, 355, 202)
dx = 0, dy= 355, dz = 202
Teta = 1.5708 0 0
```

БР ЛМД-95.00.000.00			
№ п/п	Назва	Статус	Дата
1	Принят та оброблена звітність робота	1	11
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			

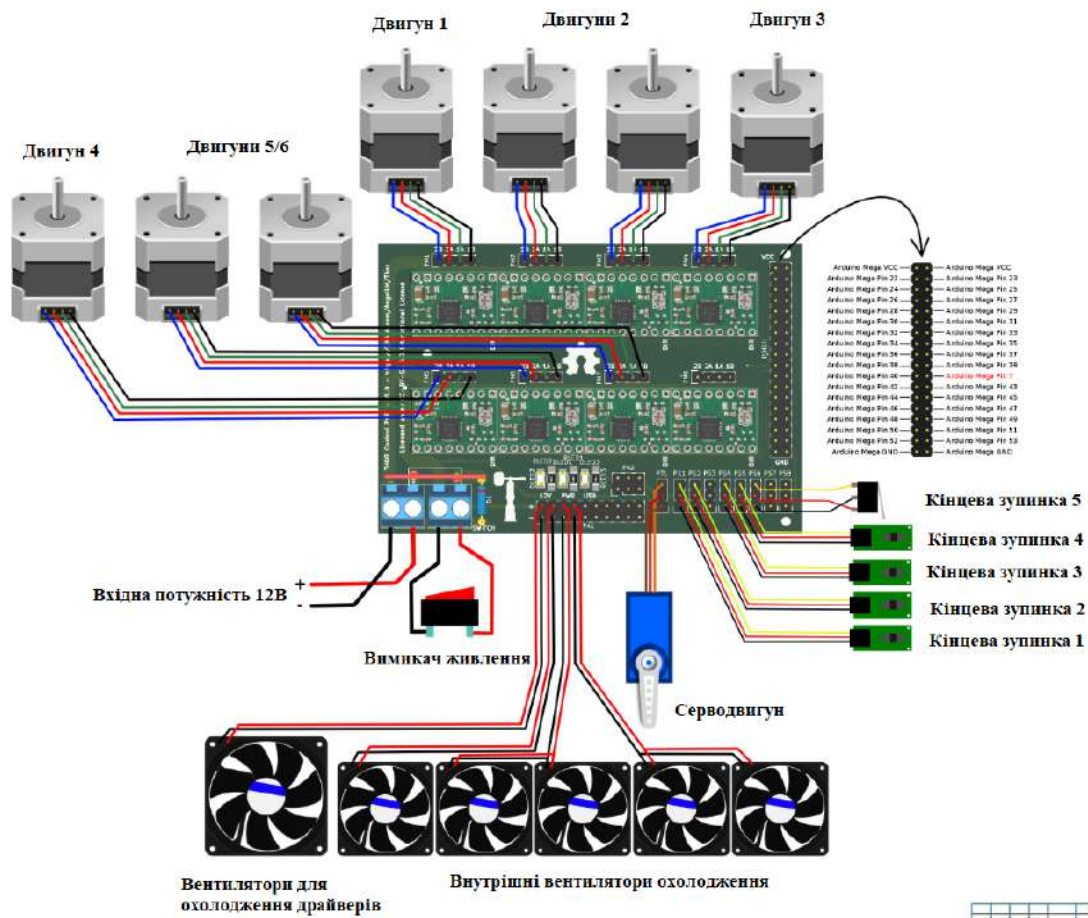


БР ПМД-95.00.000.00				Колонт	Масштаб	Обозначені
Стан	Деталь	Стан	Деталь	Креслення та розроблення	1	11
Склад	Матеріал	Склад	Матеріал	Зробити		
Склад	Матеріал	Склад	Матеріал	198-111-Ж		
Склад	Матеріал	Склад	Матеріал	Формат	A1	

КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ПРОЕКТУВАННЯ
 198-111-Ж



				БР ПМ-95.00.000.00	
Исполнитель	Проверенный	Сдано в печать	Лист	Кол-во	Объем
С.И.И.	М.И.И.	10.01.2018	1	1	1
				Кинематическая схема робота	
				Датум: 10.01.2018	
				198-11-Ж	
				Формат: А4	



				БР ПМД-95.00.000.00		
Код	Назва	Єд. вим.	Кільк.	Вартість	Сума	
1	Електронні компоненти роботи		1	151		
2	Усього					
				151,00		
				151,00		
				151,00		
				151,00		

КОМП'ЮТЕРНИЙ ЦЕНТР "ІНТЕЛ" - це спеціалізований підрозділ "Інтел" ПАТ "Інтел" з метою надання послуг з обслуговування комп'ютерної техніки та програмного забезпечення.