

БАКАЛАВРСЬКА РОБОТА

БР.АКП -52.00.00.000 ПЗ

група АКП -21-1

Назарій Гук

2025 рік

Міністерство освіти і науки України
Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу
Інститут інформаційних технологій
Кафедра автоматизації та комп'ютерно-інтегрованих технологій

Гук Назарій Ігорович

(прізвище, ім'я, по батькові)

УДК 681.518
(індекс)

БАКАЛАВРСЬКА РОБОТА

Дослідження впливу похибок на ефективність автоматичного

(назва роботи)

керування динамічними об'єктами

Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології

(назва освітньої програми)

151 - Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології

(шифр і назва спеціальності)

Робота містить результати власних досліджень, використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

Нормоконтроль

к.т.н. О.В.Кучмистенко
(науковий ступінь, підпис) (дата) (ініціали та прізвище)
вчене звання)

Рецензент

к.т.н., доцент
(науковий ступінь, підпис) (дата) (ініціали та прізвище)
вчене звання)

Здобувач освітнього ступеня

АКП-21-1 Н. І. Гук
(шифр групи) (підпис) (дата) (ініціали та прізвище)

Науковий керівник

к.т.н., доцент Г. Г. Зварич
(науковий ступінь, підпис) (дата) (ініціали та прізвище)
вчене звання)

Допущено до захисту Завідуючий кафедри

к.т.н., доцент А. І. Лагойда
(науковий ступінь, підпис) (дата) (ініціали та прізвище)
вчене звання)

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу

(повне найменування закладу вищої освіти)

Факультет автоматизації та енергетики

Кафедра автоматизації та комп'ютерно-інтегрованих технологій

Освітній рівень перший (бакалаврський)

Спеціальність 151 - Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології

(шифр і назва)

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри АКІТ

А.І. Лагойда.

« » 20 року

**З А В Д А Н Н Я
НА БАКАЛАВРСЬКУ РОБОТУ СТУДЕНТОВІ**

Гуку Назарію Ігоровичу

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи **Дослідження впливу похибок на ефективність автоматичного керування динамічними об'єктами.**

керівник роботи Зварич Галина Григорівна, асистент

(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом закладу вищої освіти від «07» травня 2025 року № 52/8

2. Строк подання студентом роботи 13.06.2025

3. Вихідні дані до роботи: матеріали переддипломої практики, технічна література, інтернет-ресурс.

4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити) Вступ. 1. Сучасний стан проблеми визначення похибок систем Автоматичного керування. 2. Дослідження стійкості й точності системи автоматичного керування заданої структури. 3. Визначення усталеної похибки при впливі на САК задаючої дії та збурюючого впливу. 4. Висновки. 5. Список використаної літератури.

5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень)

1. БР.АКП-52.00.00.001 – Графіки дослідження похибки усталеного режиму

2. БР.АКП-52.00.00.002 — Графіки областей стійкості заданої САК.

3. БР.АКП-52.00.00.003 — Графіки перехідного процесу в системах без дії зовнішнього

збурюючого впливу. 4. БР.АКП-52.00.00.004 — Графіки перехідного процесу в системах з

зовнішнім збурюючим впливом. 5. БР.АКП- 11.00.00.005 — Графік перехідного процесу

при стрибкоподібному одиничному ЗВ і збурення у вигляді “білого шуму”

6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв

7. Дата видачі завдання 06.11.2024

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів бакалаврської роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітка
1	Сучасний стан проблеми визначення похибок систем автоматичних керування (САК)	13.05.2025	
2	Дослідження стійкості й точності системи автоматичного керування заданої структури	20.05.2025	
3	Визначення усталеної похибки при впливі на САК задаючої дії та збурюючого впливу	30.05.2025	
4	Висновки і список використаної літератури	05.06.2025	
5	Оформлення бакалаврської роботи	07.06.2025	

Студент _____
(підпис)

Н. І. Гук _____
(ініціали та прізвище)

Керівник роботи _____
(підпис)

Г. Г. Зварич _____
(ініціали та прізвище)

РЕФЕРАТ

Бакалаврська робота містить: 49 сторінки, 31 рисуноків, 3 таблиця, 5 джерел.

Тема: «Дослідження впливу похибок на ефективність автоматичного керування динамічними об'єктами».

Мета роботи полягає в ґрунтовному дослідженні заданого класу систем і виявлення можливостей забезпечення великої точності системи, не погіршуючи при цьому її стійкість. Також необхідно дослідити вплив коефіцієнта передачі САК на точність і стійкість системи і розглянути методи нечіткої ідентифікації для заданих систем.

Об'єкти дослідження: установки роторного буріння свердловин глибиною 3000-3500 м.

Предмет дослідження: стійкість, точність системи автоматичного керування заданого класу.

Результати роботи. Досліджено вплив коефіцієнтів передачі системи і кожної ланки зокрема на стійкість і точність автоматичних систем. Проаналізовано САК з астатизмом першого порядку та визначено усталену похибку при впливі на САК жадаючої дії і збурюю чого впливу.

У результаті дослідження була отримана функціональна структура САК, яка забезпечує велику точність системи не погіршуючи, а навпаки покращуючи при цьому стійкість.

Ключові слова: система автоматичного керування, стійкість, точність, коефіцієнт передачі, передавальна функція.

ANNOTATION

Bachelor's thesis contains: 50 pages, 31 figures, 3 tables, 5 sources.

Topic: "Study of the influence of errors on the efficiency of automatic control of dynamic objects".

The purpose of the work is to thoroughly study a given class of systems and identify opportunities for ensuring high accuracy of the system without impairing its stability. It is also necessary to study the influence of the transmission coefficient of the automatic control system on the accuracy and stability of the system and consider methods of fuzzy identification for given systems.

Objects of research: rotary drilling rigs for wells with a depth of 3000-3500 m.

Subject of research: stability, accuracy of the automatic control system of a given class.

Results of bachelor's thesis. The influence of the transmission coefficients of the system and each link in particular on the stability and accuracy of automatic systems is studied. The automatic control system with first-order astaticism is analyzed and the steady-state error is determined when the automatic control system is affected by the desired action and disturbing influence.

As a result of the research, a functional structure of the SAC was obtained, which provides high accuracy of the system without deteriorating, but on the contrary, improving stability.

Keywords: automatic control system, stability, accuracy, transmission ratio, transfer function.

ЗМІСТ

	стор.
ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ	7
ВСТУП	8
1 СУЧАСНИЙ СТАН ПРОБЛЕМИ ВИЗНАЧЕННЯ ПОХИБОК СИСТЕМ АВТОМАТИЧНИХ КЕРУВАННЯ (САК)	9
1.1 Методика визначення похибок систем автоматичного керування. ...	9
1.2 Похибки усталеного режиму лінійних систем автоматичного керування.....	12
1.3 Коефіцієнти помилок в системах автоматичного керування з астатизмом	17
1.4 Похибки усталеного режиму в статичних системах при різних впливах.	18
Формування завдання на бакалаврську роботу.....	20
2 ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ Й ТОЧНОСТІ СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ ЗАДАНОЇ СТРУКТУРИ	21
2.1 Дослідження стійкості САК.	21
2.2 Визначення статичної точності системи автоматичного керування	29
2.3 Аналіз системи автоматичного керування з астатизмом першого порядку.	33
Висновки до другого розділу	39

Змн.	Лист	№ докум.	Підп.	Дата	БР.АКП – 52.00.00.000 ПЗ			
Розроб.		Гук Н. І.			Дослідження впливу похибок на ефективність автоматичного керування динамічними об'єктами	Літ.	Арк.	Акрушів
Перевір.		Зварич Г.Г.					5	58
Реценз.						ІФНТУНГ		
Н. Контр.		Кучмистенко О.В.				АКП-21-1К		
Затверд.		Лагойда А. І.						

**3 ВИЗНАЧЕННЯ УСТАЛЕНОЇ ПОХИБКИ ПРИ ВПЛИВІ НА
САК ЗАДАЮЧОЇ ДІЇ ТА ЗБУРЮЮЧОГО ВПЛИВУ.....40**

3.1 Моделювання статичної системи автоматичного керування в
програмному пакеті Matcad.....43

Висновок до третього розділу46

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ47

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ48

БІБЛІОГРАФІЧНА ДОВІДКА49

ДОДАТКИ

					БР.АКП – 52.00.00.000 ПЗ	Арк.
						6
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ

АК – алгоритм керування

ЗВ – задаючий вплив

ЗЗ – зворотний зв'язок

ЗС – замкнута система

КВ – керуючий вплив

ОК – об'єкт керування

ПК – передавальний коефіцієнт

ПУР – похибка усталеного режиму

ФП – функція передачі

РС – розімкнута система

САК – система автоматичного керування

					БР.АКП– 52.00.00.000 ПЗ	Арк.
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		7

ВСТУП

Одним із найважливіших характеристик якості систем і пристроїв, що використовуються в різних галузях техніки є стійкість і точність. Це пояснюється тим, що автоматичні системи є замкненими системами, в яких вихідна величина через основний зворотній зв'язок подається на вхід системи, де порівнюється з заданим впливом. Система, що нормально функціонує, бажає зменшити різницю між значеннями задаючого впливу і керуючої величини. Але інколи виходить так, що ця різниця буде не зменшуватись, а зростати з плином часу, тобто система буде нестійкою. Характерно, що нестійкою може бути система, яка складається тільки зі стійких елементів, як це часто буває на практиці [2÷5].

Постійне і точне спостереження за задаючими і збурюючими впливами, повне знання властивостей об'єкта дозволили б сформувати керуючі впливи, які забезпечували б абсолютну відповідність вихідних координат об'єкта заданому значенню. Однак у реальних системах у процесі їхнього функціонування дійсний закон зміни керованих величин неминуче відрізняється від заданого (необхідного) закону внаслідок того, що повна інформація про об'єкт і впливи відсутня.

Також відомо, що стійкість, як і точність САК залежить від коефіцієнта передачі системи, а зокрема і кожної ланки. Проте ці залежності є обернено пропорційними. Якщо точність при збільшенні коефіцієнта збільшується, то стійкість навпаки зменшується. Коефіцієнти передачі всіх ланок крім регулятора є сталими, змінюється тільки коефіцієнт передачі регулятора. Таким чином виникає потреба оптимального підбору цього коефіцієнта. Та при розрахунках коефіцієнт передачі регулятора може вийти як малим, так і великим. Виникає проблема забезпечення достатньої стійкості і точності системи при будь-якому коефіцієнті передачі регулятора.

Вірогідність отриманих результатів зумовлена правильністю виконання експериментів у програмному пакеті Matlab і підтверджується їх збіжністю з результатами теоретичного аналізу.

					БР. АКП – 52.00.00.000 ПЗ	Арк.
						8
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

1 СУЧАСНИЙ СТАН ПРОБЛЕМИ ВИЗНАЧЕННЯ ПОХИБОК СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ

1.1 Методика визначення похибок систем автоматичного керування

При керуванні ОК на систему крім задаючого впливу (ЗВ), який несе в собі інформацію, необхідну для процесу керування, поступає вплив, який не містить корисної інформації і називається збурюючим впливом (збуренням) або перешкодою $f(t)$. Перешкоди порушують необхідний функціональний зв'язок між задаючим впливом і дійсним значенням вихідної координати. Вони можуть в значній мірі спотворити корисну інформацію і навіть зробити систему непрацездатною [2,3,4,5].

Якщо технічна система при наявності перешкод, що надходять від зовнішнього середовища, сама не може виконувати заданий алгоритм перетворення, то необхідно подавати на неї спеціально організовані впливи ззовні, що у сукупності з власними діями технічної системи приводили б до виконання цього алгоритму. Для характеристики організованих впливів вводять поняття алгоритму керування. Сукупність приписів, що визначають характер впливів ззовні на керований об'єкт з метою виконання ним заданого алгоритму перетворення, називають [2] алгоритмом керування.

Сформовані на основі алгоритму керування (АК), задаючих і збурюючих впливів сигнали призначені для впливу керуючого пристрою на ОК, називають [3] керуючими впливами.

Постійне і точне спостереження за задаючими і збурюючими впливами, повне знання властивостей об'єкта дозволили б сформувати керуючий вплив (КВ), які забезпечували б абсолютну відповідність вихідних координат об'єкта заданому значенню. Однак у реальних системах у процесі їхнього функціонування дійсний закон зміни керованих величин неминуче відрізняється

					БР.АКП –52.00.00.000 ПЗ	Арк.
						9
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

від заданого (необхідного) закону внаслідок того, що повна інформація про об'єкт і впливи відсутня.

Різницю між заданим і дійсним законами зміни керованої величини (рис.1.1) називають [2-4] похибкою керування. На рис.1.1 зображена структурна схема визначення похибки керування $z(t)$.

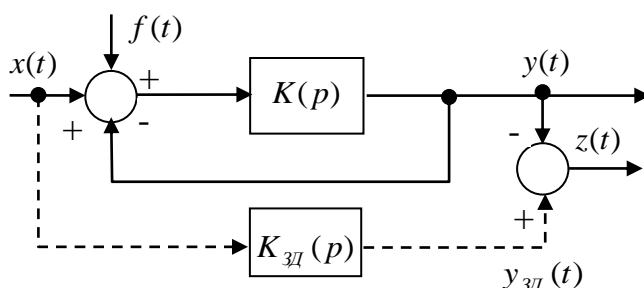


Рисунок 1.1 – Структурна схема визначення похибки керування

Якщо позначити через $z(t)$ помилку керування, через $y(t)$ і $y_{зд}(t)$ відповідно дійсне і задане значення керованої величини, то

$$z(t) = y_{зд}(t) - y(t). \quad (1.1)$$

Задачею системи автоматичного керування є зміна $y(t)$ відповідно до заданого значення з визначеною точністю (з визначеною помилкою).

У загальному випадку від САК потрібно найбільш точне відтворення ЗВ, відповідно до алгоритму перетворення і найбільш ефективно придушення діючих на неї перешкод.

Збурюючі впливи (ЗВ) можуть мати різний характер. В одних випадках вони заздалегідь відомі і можуть описуватися визначеними функціями часу (наприклад, керуючий сигнал, що подається на керований літальний апарат для виконання заданого маневру), в других вони заздалегідь невідомі через відсутність визначеної закономірності їхньої зміни в часі і тому не можуть бути описані визначеними функціями часу.

Перешкоди, як правило, носять випадковий характер. Вони можуть бути зовнішніми і внутрішніми [4].

					БР.АКП –52.00.00.000 ПЗ	Арк.
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		10

Часто перешкоди невіддільні від корисного сигналу, якщо вони породжуються тими ж фізичними явищами, що і корисний сигнал. Усунути їхній вплив на роботу САК дуже важко.

Перешкоди накладаються на корисні сигнали. Тому вихідні координати будь-якої системи практично завжди являють собою випадкові функції часу, тобто такі функції, значення яких у кожен даний момент часу є випадковими величинами. Отже, помилки керування також є випадковими функціями часу.

Про якість керування доцільно судити не безпосередньо по величині помилок, а по деякій залежній від помилок функції, обумовленої конкретними вимогами до СК. Функцію помилок, що характеризує якість керування, називають [1] функцією втрат (функцією ризику), а її значення— втратами (ризиком) керування.

Втрати керування визначаються не тільки помилками, але і рядом інших параметрів, що характеризують якість керування.

Функцію втрат можна розглядати як деяку функцію (функціонал) дійсного значення сигналу y і його заданого (необхідного) значення $y_{\text{ПР}}$, тобто $r(y_{\text{ПР}}, y)$. При безпомилковому функціонуванні $r(y_{\text{ПР}}, y) = 0$. З ростом помилки збільшуються і втрати. Внаслідок дії перешкод втрати керування являють собою випадковий процес. Тому про якість керування судять по величині середніх втрат

$$\overline{r(y_{\text{ПР}}, y)} = M[r(y_{\text{ПР}}, y)]. \quad (1.2)$$

Оскільки дійсне значення вихідної величини залежить від властивостей системи, то і втрати керування залежать від цих властивостей, які наприклад, для лінійної системи характеризуються її ПФ $w_0(p)$.

Очевидно, можна так підібрати $w_0(p)$, щоб забезпечити мінімум середніх втрат:

$$M[r(y_{\text{ПР}}, y)] = \min. \quad (1.3)$$

Критерій мінімуму середніх втрат є досить загальним статистичним критерієм. Використовуючи його, можна оцінювати якість динамічної системи.

					БР.АКП –52.00.00.000 ПЗ	Арк.
						11
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

1.2 Похибки усталеного режиму лінійних систем автоматичного керування

Після завершення перехідних процесів у системі виникає усталений режим керування (змушений рух) [5]. Зміна вихідної величини $y(t)$ в усталеному режимі при заданій структурі і параметрах системи керування визначається тільки задаючим впливом $x(t)$. При цьому в процесі керування виникає усталена похибка

$$z_{уст} = \lim_{t \rightarrow \infty} z(t). \quad (1.4)$$

У загальному випадку при впливі на систему задаючого сигналу і збурення помилка системи:

$$Z(p) = K_{zx}(p)X(p) - \sum_{i=1}^k f_i(p)K_{yfi}(p), \quad (1.5)$$

$$K_{zx}(p) = K_{пп}(p) - K_{yx}(p); \quad (1.6)$$

де $K_{zx}(p)$ - передавальна функція помилки по задаючому впливу;

$K_{yfi}(p)$ - передавальна функція системи по f_i -му збурюючому впливу.

Складова помилки, викликана дією i -го збурення, визначається ПФ

$$K_{zfi}(p) = K_{пп}(p) - K_{yfi}(p) = -K_{yfi}(p). \quad (1.7)$$

ПФ помилки по задаючому (1.6) і збурюючому (1.7) впливам дозволяють оцінити вплив параметрів системи на точність керування і, зокрема, на величину усталених помилок.

Безпосереднє обчислення помилки по виразу (1.5) вимагає великої праці навіть при дуже простих ПФ системи і законах зміни впливів у часі. Для цього, при обчисленні ПУР необхідно перейти від зображення $Z(p)$ до оригіналу, врахувавши початкові умови при включенні системи, і відняти з отриманого виразу складову вільного руху.

Обчислення оригіналу $z(t)$ вимагає попереднього визначення полюсів ПФ замкнутої СК (коренів характеристичного рівняння замкнутої системи). Тому що

					БР.АКП –52.00.00.000 ПЗ	Арк.
						12
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

для систем, описуваних рівняннями вище третього порядку, полюси не виражаються в радикалах, то при обчисленні помилки зазначеним методом практично зникає можливість дослідження впливу параметрів системи на величину помилки керування і вибору цих параметрів найбільш раціональним методом. Ця обставина визначила необхідність розробки наближених інженерних методів розрахунку помилок лінійних САК.

Один з методів заснований на тому, що багато впливів можна вважати [2] функціями часу і представляти у виді ряду Тейлора.

Впливи, область істотних амплітуд спектра яких менше діапазону частот відтворених системою керування, називаються повільно змінні. Важливою особливістю повільно змінних сигналів є те, що за час «пам'яті» системи (обумовленої часом, починаючи з якого його імпульсна перехідна функція стає менше якогось наперед заданого малого числа) вони практично не встигають змінитися, чи з достатнім ступенем точності апроксимуються лише декількома членами ряду Тейлора. Наприклад, повільно змінний ЗВ можна записати у вигляді:

$$x(t) = x(0) + x'(0)t + \frac{1}{2}x''(0)t^2 + \frac{1}{6}x'''(0)t^3 + \dots \quad (1.8)$$

Це дозволяє істотно спростити методика розрахунку ПУР.

Для такого розрахунку необхідно мати інформацію про закони зміни задаючого і збурюючого впливів. У ряді випадків ця інформація є доступна, тому що впливи являють собою цілком визначені функції часу.

Іноді для наближених розрахунків оцінки точності керування при деяких випадкових впливах можна [3] розглядати не випадкові, а детерміновані впливи, що відповідають найбільш ймовірним чи найбільш важким режимам роботи системи.

З огляду на сказане, будемо вважати, що впливи на систему є детерміновані повільно змінні.

При цих умовах знайдемо вираз для обчислення усталеної помилки одноконтурної САК з одиничним від'ємним зворотнім зв'язком (33),

					БР.АКП –52.00.00.000 ПЗ	Арк.
						13
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

припускаючи, що на неї діє тільки зворотній зв'язок (ЗВ), а збурення відсутнє [$f_i(p)=0$].

Такий розгляд заснований на можливості представлення будь-якої одномірної САК у виді одноконтурної системи з одиничним ЗЗ і послідовно з'єднаної з нею ланки з функцією передачі (ФП) $K_{pp}(p)$. В подальшому матиметься на увазі відтворююча система, для якої $K_{pp}(p)=1$. У цьому випадку

$$Z(p) = X(p)K_{zx}(p). \quad (1.9)$$

ПФ помилки для відтворюючої системи визначається виразом

$$K_{zx}(p) = 1 - K_{yx}(p) = \frac{Q(p)}{D(p)} = \frac{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0}{c_n p^n + c_{n-1} p^{n-1} + \dots + c_1 p + c_0}. \quad (1.10)$$

Для обчислення усталених помилок ФП помилки (діленням чисельника на знаменник) доцільно представити у виді ряду

$$K_{zx}(p) = D_0 + D_1 p + D_2 p^2 + D_3 p^3 + \dots \quad (1.11)$$

Підставляючи в (1.9) замість $K_{zx}(p)$ його значення з формули (1.11), знайдемо вираз ряду помилки:

$$Z(p) = D_0 X(p) + D_1 p X(p) + D_2 p^2 X(p) + D_3 p^3 X(p) + \dots \quad (1.12)$$

Переходячи від зображень до оригіналів, одержимо

$$z(t) = D_0 x(t) + D_1 \frac{d}{dt} x(t) + D_2 \frac{d^2}{dt^2} x(t) + D_3 \frac{d^3}{dt^3} x(t) + \dots \quad (1.13)$$

Звідси видно, що усталена помилка залежить від задаючого впливу $x(t)$ і його похідних, а також від коефіцієнтів помилки D_i , що характеризують властивості системи.

Якщо сигнал повільно змінний, то при визначенні помилки можна враховувати лише декілька членів цього ряду, тому що вищі похідні повільно змінного сигналу надто малі.

Необхідно наголосити на тому, що ряд (1.12) сходиться лише при досить малих p і в області оригіналів відповідає великим значенням часу. Це свідчить про те, що вираз (1.13) справедливий лише після завершення перехідних процесів у

						Арк.
					БР.АКП –52.00.00.000 ПЗ	14
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

САК і дає можливість розрахунку тільки усталених помилок процесу спостереження.

Усталена помилка керування, обумовлена постійним впливом $x(t) = x_0 1(t)$, де $x_0 = const$, у відповідності до (1.13) дорівнює $x_0 D_0 = z_{уст}$ або на підставі теореми про граничне значення з врахуванням того, що $X(p) = \frac{x_0}{p}$, визначається виразом:

$$z_{уст} = \lim_{t \rightarrow \infty} z(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p K_{zx}(p) \frac{x_0}{p} = x_0 K_{zx}(0). \quad (1.14)$$

тобто визначається добутком ФП помилки при $p=0$ і постійного впливу x_0 .

Системи, у яких передавальна функція помилки при $p=0$ не перетворюється в нуль, називаються статичними. Їм властива помилка керування навіть при постійному впливі на вході [3].

Якщо ФП помилки системи має вигляд

$$K_{zx}(p) = p^\nu K'_{zx}(p), \quad (1.15)$$

де $K'_{zx}(0) \neq 0$, то таку систему називають [5] астатичною ν -го порядку астатизму.

У залежності від кількості диференціюючих ланок ФП помилки в системі відсутні ті або інші коефіцієнти помилки. Коефіцієнт помилки показує зв'язок між відповідними складовими помилки і похідної ЗВ.

Значення коефіцієнтів помилок різні для систем з різними порядками астатизму.

Для статичної системи $\nu = 0$ одержуємо наступні співвідношення:

$$a_0 = D_0 c_0; \quad D_0 = \frac{a_0}{c_0};$$

$$a_1 = D_0 c_1 + D_1 c_0; \quad D_1 = \frac{1}{c_1} (a_1 - D_0 c_1);$$

$$a_2 = D_0 c_2 + D_1 c_1 + D_2 c_0; \quad D_2 = \frac{1}{c_0} (a_2 - c_1 D_1 - c_2 D_0). \quad (1.16)$$

і т.д.

					БР.АКП –52.00.00.000 ПЗ	Арк.
						15
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

На підставі цих співвідношень можна скласти рекурентну формулу для визначення будь-якого коефіцієнта помилки D_k системи, що виражається через коефіцієнти її ФП:

$$D_k = \frac{1}{c_0} \left[a_k - \sum_{i=1}^{k-\nu} c_i D_{k-i} \right]. \quad (1.17)$$

Коефіцієнт c_0 , що входить у формулу (1.18), для статичних систем

$$c_0 = 1 + k,$$

а для астатичних

$$c_0 = b_0 = k_\nu.$$

Усі коефіцієнти помилок зменшуються в міру збільшення коефіцієнта перетворення, що приводить до зменшення помилки сталого режиму. Однак, треба враховувати, що збільшення коефіцієнта перетворення може привести до втрати стійкості процесу керування [3].

У результаті підбору коефіцієнтів a_i і c_i можна зменшити або взагалі усунути ті чи інші складові помилки. Але вибір цих коефіцієнтів не є довільним, а зв'язаний з умовами стійкості системи.

Результуюча помилка статичної системи містить усі складові помилки. В окремому випадку, при постійній величині вхідного сигналу $x(t) = x_0$ усталена помилка називається статичною помилкою

$$z_{уст} = D_0 x_0 = x_0 \frac{1}{1+k}. \quad (1.18)$$

Як видно з виразу (1.18), у статичній системі усталене значення вихідної величини менше постійного значення на вході, тобто завжди є статична помилка, яка називається [6] статизмом системи. Статизм пропорційний вхідному сигналу x_0 і тим менший, чим більший коефіцієнт перетворення k .

Для системи ν -го порядку астатизму $D_k = 0$, де $k=0,1,2,\dots,\nu-1$, помилка має складові, починаючи лише з ν -го члена. Такі системи відпрацьовують без

									Арк.
									16
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата	БР.АКП –52.00.00.000 ПЗ				

усталеної помилки будь-які сигнали $x(t) = \sum_{i=0}^{\nu-1} x_i t^i$, які представляють собою постійні чи поліноми щодо часу не вище $\nu-1$ порядку.

У загальному випадку підвищення порядку астатизму системи зв'язано зі зменшенням усталеної динамічної помилки. Однак при підвищенні порядку астатизму додаванням інтегруючих ланок ПФ $K(p)$ погіршуються умови стійкості системи, їх забезпечення викликає необхідність зміни параметрів системи, а значить і коефіцієнтів рівняння, що у свою чергу може привести до деякого збільшення коефіцієнтів помилки.

Підвищення порядку астатизму — не єдиний метод зменшення ПУР. Відповідним вибором параметрів системи завжди можна домогтися того, щоб коефіцієнти помилок при визначеній похідній задаючого впливу були достатньо малі.

Визначення усталених помилок від збурюючих впливів $f(t)$ роблять аналогічно розглянутому. Коефіцієнти помилок знаходять при цьому на підставі розкладання в степеневий ряд ФП по збуренню $K_{yf}(p)$.

1.3 Коефіцієнти помилок в системах автоматичного керування з астатизмом

Функція передачі розімкнутої системи з астатизмом першого [4,5] порядку приймає вигляд

$$W(p) = \frac{K(1 + b_1 p + b_2 p^2 + \dots + b_m p^m)}{p(1 + a_1 p + a_2 p^2 + \dots + a_n p^n)}, \quad (1.19)$$

тоді функція передачі похибки буде

$$Z(p) = G(p) \cdot \frac{(1 + a_1 p + a_2 p^2 + \dots + a_n p^n) p}{K + (1 + Kb_1) p + (a_1 + Kb_2) p^2 + \dots + a_n p^n}. \quad (1.20)$$

Із виразу (1.21) можна дістати ряд

$$Z(p) = D_1 \frac{pG(p)}{1!} + \frac{D_2 p^2 G(p)}{2!} + \frac{D_3 p^3 G(p)}{3!} + \dots + \frac{D_{n-1} p^{n-1} G(p)}{(n-1)!}. \quad (1.21)$$

					БР.АКП –52.00.00.000 ПЗ	Арк.
						17
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

Користуючись методом ділення визначаємо коефіцієнти похибок

$$\frac{1}{K} p + \left(\frac{a_1 - b_1}{K} - \frac{1}{K^2} \right) p^2 + \left(\frac{1}{K} + \frac{2(b_1 - a_1)}{K^2} + \frac{a_2 - b_2}{K} + \frac{b_1(b_1 - a_1)}{K} \right) p^3 + \dots \quad (1.22)$$

Ряд (1.22) буде збіжним при $|p| \rightarrow 0$. Приміняючи до ряду (1.22) зворотне перетворення Лапласа і враховуючи вираз (1.23) знаходимо похибку усталеного режиму:

$$z(t) = D_1 \frac{d}{dt} x(t) + \frac{D_2}{2!} \frac{d^2}{dt^2} x(t) + \frac{D_3}{3!} \frac{d^3}{dt^3} x(t) + \dots, \quad (1.23)$$

де

$$D_0 = 0; D_1 = \frac{1}{K}; \frac{D_2}{2} = \frac{a_1 - b_1}{K} - \frac{1}{K^2}; \frac{D_3}{3} = \frac{1}{K^3} + \frac{2(b_1 - a_1)}{K^2} + \frac{a_2 - b_2}{K} + \frac{b_1(b_1 - a_1)}{K}; \dots \quad (1.24)$$

1.4 Похибки усталеного режиму в статичних системах при різних впливах

Передавальна функція розімкнутого контура: $W(p) = \frac{k}{Tp + 1}$.

$$W(p) = K_{yz}(p) = \frac{P(p)}{Q(p)}. \quad (1.25)$$

Знаходимо функцію передачі помилки

$$K_{zx}(p) = \frac{Q(p)}{D(p)} = \frac{Q(p)}{P(p) + Q(p)}, \quad (1.26)$$

де $P(p) = k; Q(p) = Tp + 1$.

Тоді

$$K_{zx}(p) = \frac{Tp + 1}{k + TP + 1}. \quad (1.27)$$

Запишемо вираз для обчислення похибки усталеного режиму у будь-який момент часу:

$$z(t) = D_0 x(t) + D_1 \frac{d}{dt} x(t) + D_2 \frac{d^2}{dt^2} x(t) + D_3 \frac{d^3}{dt^3} x(t) + \dots \quad (1.28)$$

					БР.АКП –52.00.00.000 ПЗ	Арк.
						18
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

З функції передачі розімкнутого контура бачимо, що система є статичною, тому розрахунок коефіцієнтів помилок проводимо за наступними формулами:

$$D_0 = \frac{a_0}{c_0} = \frac{1}{1+k}, \quad (1.29)$$

$$D_1 = \frac{1}{c_0} (a_1 - D_0 c_1) = \frac{1}{1+k} \left(T - \frac{1}{1+k} T \right) = \frac{T}{1+k} \left(1 - \frac{1}{1+k} \right) = \frac{kT}{(1+k)^2}. \quad (1.307)$$

Тоді враховуючи (1.36) і (1.37) запишемо ПУР:

$$z(t) = D_0 x(t) + D_1 \frac{d}{dt} x(t) = \frac{1}{1+k} x(t) + \frac{kT}{(1+k)^2} \cdot \frac{d}{dt} x(t), \quad (1.31)$$

де $x(t)$ - задаючий вплив.

Розглянемо похибку усталеного режиму при різних ЗВ. При оцінці точності системи використовують [7] такі закони керування, як лінійний, степеневий, експоненціальний та синусоїдний закон.

1. Лінійний закон: $x(t) = k_0 t$; $\frac{d}{dt} x(t) = k_0$.

Тоді похибка буде

$$z(t) = \frac{1}{1+k} k_0 t + \frac{kT}{(1+k)^2} \cdot k_0. \quad (1.32)$$

2. Степеневий закон: $x(t) = t^n$; $\frac{d}{dt} x(t) = n t^{n-1}$.

Тоді похибка буде

$$z(t) = \frac{1}{1+k} t^n + \frac{kT}{(1+k)^2} \cdot n t^{n-1}. \quad (1.30)$$

3. Експоненціальний закон: $x(t) = e^{-\alpha t}$; $\frac{d}{dt} x(t) = -\alpha e^{-\alpha t}$.

Тоді похибка буде

$$z(t) = \frac{1}{1+k} e^{-\alpha t} - \frac{kT}{(1+k)^2} \cdot \alpha e^{-\alpha t} = \frac{e^{-\alpha t}}{1+k} \left(1 - \frac{kT\alpha}{1+k} \right). \quad (1.31)$$

4. Синусоїдальний закон: $x(t) = \sin \omega t$; $\frac{d}{dt} x(t) = \omega \cos \omega t$.

					БР.АКП –52.00.00.000 ПЗ	Арк.
						19
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

Тоді похибка буде

$$z(t) = \frac{1}{1+k} \sin \omega t + \frac{kT}{(1+k)^2} \cdot \omega \cos \omega t. \quad (1.32)$$

Формування завдання на бакалаврську роботу

Отож, проаналізувавши сучасний стан проблеми визначення похибок систем автоматичного керування, можна сформулювати завдання на бакалаврську роботу:

- підібрати коефіцієнти функції передачі розімкнутого контура;
- дослідження стійкості і точності САК заданої структури;
- змодельовати статичну систему автоматичного керування в програмному пакеті Matcad.

					БР.АКП –52.00.00.000 ПЗ	Арк.
						20
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

2 ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ І ТОЧНОСТІ СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ ЗАДАНОЇ СТРУКТУРИ

2.1 Дослідження стійкості системи авт оматичного керування

В ряді випадків оцінити стійкість автоматичної системи можна за її структурою. Це значно скорочує час, так як немає необхідності складати характеристичне рівняння.

Якщо система має таку структуру, що в ній неможливо забезпечити стійкість ні при якому значенні параметрів її елементів, то така система називається структурно-нестійкою [2,3].

В загальному випадку САК має таку властивість, що при збільшенні ПК покращується її точність, але погіршується її стійкість [3]. Це викликано тим, що в кожній автоматичній системі існує така ланка, корені характеристичного рівняння якої, при збільшенні ПК, рухаються до уявної осі. Проте, існує клас систем, які називають абсолютно стійкими, тобто це автоматичні системи, які при будь-якому значенні ПК не переходять межу стійкості. Це означає, що характеристичне рівняння такої системи немає коренів які рухаються в напрямку уявної осі.

Розглянемо і дослідимо на стійкість задану на рис.2.1 САК при різних значеннях k_1 і T_1 . У табл.2.1 задані передавальні функції, а в табл.2.2 значення цих коефіцієнтів.

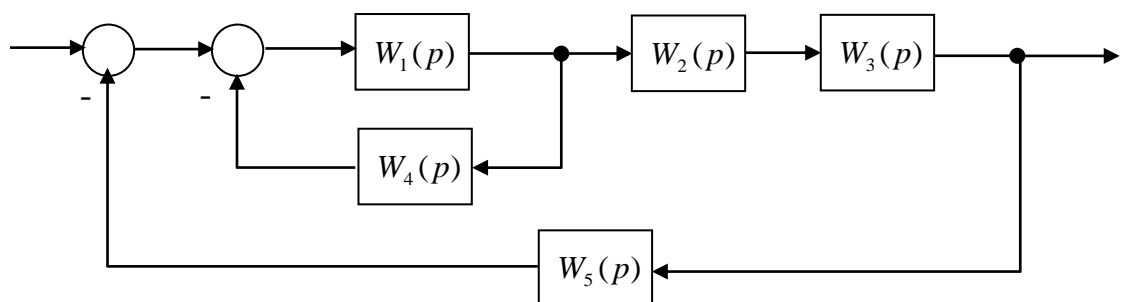


Рисунок 2.1 – Алгоритмічна структура структурно-стійкої САК

Таблиця 2.1 – Функції передачі ланок системи керування.

$W_1(p)$	$W_2(p)$	$W_3(p)$	$W_4(p)$	$W_5(p)$
$\frac{k_1}{T_1 p + 1}$	$\frac{k_2}{T_2 p + 1}$	$\frac{1}{T_3 p + 1}$	$k_4 \frac{T_4' p + 1}{T_4 p + 1}$	$\frac{k_5}{T_5 p + 1}$

Таблиця 2.2 – Числові параметри функцій передачі ланок системи керування.

Параметри ланок										
k_1	T_1	k_2	T_2	k_3	T_3	k_4	T_4	T_4'	k_5	T_5
101.5	1.27	0.178	0.8	33.5	0.22	0.029	0.003	0.08	0.0125	0.09

Знаходимо функцію передачі замкнутої системи автоматичного керування (рис.2.1) [3]:

$$\begin{aligned}
 W_{\text{заг}}(p) &= \frac{\frac{W_1(p)}{1 + W_1(p) \cdot W_4(p)} W_2(p) \cdot W_3(p)}{1 + \frac{W_1(p)}{1 + W_1(p) \cdot W_4(p)} W_2(p) \cdot W_3(p) \cdot W_5(p)} = \\
 &= \frac{\frac{W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot W_3(p)}{1 + W_1(p) \cdot W_4(p)}}{1 + \frac{W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot W_3(p) \cdot W_5(p)}{1 + W_1(p) \cdot W_4(p)}} = \\
 &= \frac{W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot W_3(p)}{1 + W_1(p) \cdot W_4(p) + W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot W_3(p) \cdot W_5(p)}.
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Підставимо в (2.1) символічні значення функцій $W_1(p) - W_5(p)$ з табл.2.1:

$$W_{\text{заг}}(p) = \frac{\frac{k_1}{T_1 p + 1} \cdot \frac{k_2}{T_2 p + 1} \cdot \frac{k_3}{T_3 p + 1}}{1 + \frac{k_1}{T_1 p + 1} \cdot \frac{k_4 (T_4' p + 1)}{T_4 p + 1} + \frac{k_1}{T_1 p + 1} \cdot \frac{k_2}{T_2 p + 1} \cdot \frac{k_3}{T_3 p + 1} \cdot \frac{k_5}{T_5 p + 1}} =$$

$$\begin{aligned}
& \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot k_3}{(T_1 p + 1) \cdot (T_2 p + 1) \cdot (T_3 p + 1)} \\
= & \frac{(T_1 p + 1) \cdot (T_2 p + 1) \cdot (T_3 p + 1)(T_4 p + 1)(T_5 p + 1) + k_1 k_4 (T_4' p + 1) \cdot (T_2 p + 1) \cdot (T_3 p + 1)(T_5 p + 1) + k_1 k_2 k_3 k_5 (T_4 p + 1)}{(T_1 p + 1) \cdot (T_2 p + 1) \cdot (T_3 p + 1)(T_4 p + 1)(T_5 p + 1)} \\
= & \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 (T_4 p + 1)(T_5 p + 1)}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)(T_4 p + 1)(T_5 p + 1) + k_1 k_4 (T_4' p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)(T_5 p + 1) + k_1 k_2 k_3 k_5 (T_4 p + 1)}. \quad (2.2)
\end{aligned}$$

Отже характеристичне рівняння:

$$(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)(T_4 p + 1)(T_5 p + 1) + k_1 k_4 (T_4' p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)(T_5 p + 1) + k_1 k_2 k_3 k_5 (T_4 p + 1) = 0 \quad (2.3)$$

Спочатку перевіримо характеристичне рівняння (2.3) на стійкість за методом Гурвіца. Підставивши значення коефіцієнтів з табл.2.2 в характеристичне рівняння (2.3) і порахувавши в програмному пакеті Mathcad отримуємо наступне рівняння і визначники матриць Гурвіца (додаток А):

$$6.035 \cdot 10^{-5} p^5 + 0.0249 p^4 + 0.471 p^3 + 2.734 p^2 + 5.908 p + 11.509 = 0 \quad (2.4)$$

$$\Delta_1 = 1.181, \quad (2.5)$$

$$\Delta_2 = 0.103, \quad (2.6)$$

$$\Delta_3 = 0.028, \quad (2.7)$$

$$\Delta_4 = 0.012, \quad (2.8)$$

$$\Delta_5 = 0.025. \quad (2.9)$$

Оскільки всі визначники Гурвіца додатні, то дана САК є стійкою. Дослідимо як буде змінюватися стійкість САК при зміні коефіцієнтів k_1 і T_1 . Для цього розглянемо чотири варіанти: 1. при сталому $T_1 = 1.27$ і зміні k_1 від 0 до ∞ ; 2. вибираємо $k_1 \rightarrow 0$, а T_1 змінюється від 0 до ∞ ; 3. стале $k_1 = 101.5$, а T_1 змінюється від 0 до ∞ ; 4. $k_1 \rightarrow \infty$, T_1 змінюється від 0 до ∞ .

1. Дослідимо задану САК на стійкість змінюючи k_1 від 0 до ∞ . Змінюючи k_1 в цих межах тим самим ми змінюємо загальний ПК. При дослідженні був використаний програмний пакет Mathcad. Зважаючи на те, що в цьому програмному пакеті недоцільно і неможливо задавати значення $k_1 = 0$ і $k_1 = \infty$, то приймаються числа, які прямують до цих значень:

					БР.АКП– 52.00.00.000 ПЗ	Арк.
						23
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

$k_1 = 0.0000001$ і $k_1 = 100000000$. Отже задаємо k_1 такою послідовністю значень: 0.0000001; 10; 60; 100; 1000; 10000; 100000; 100000000 і підставляємо ці значення в характеристичне рівняння (2.3). Розв'язуємо це рівняння і будуємо графік по коренях характеристичного рівняння (рис.2.2). Програма розв'язку подана в додатку Б.1 [2,3].

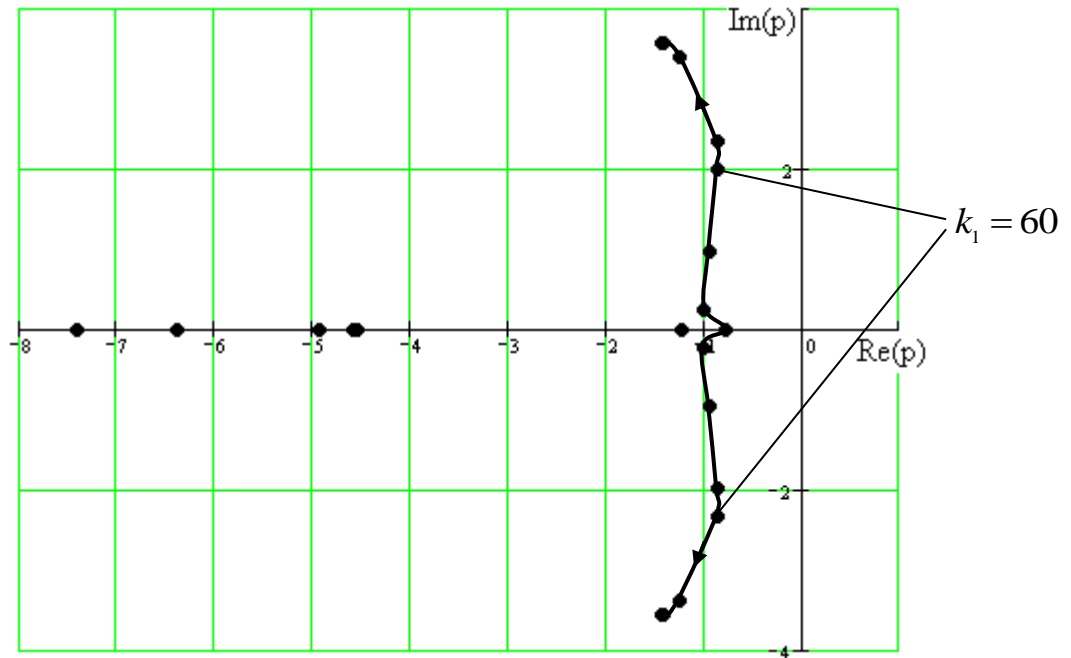


Рисунок 2.2 – Графік руху коренів характеристичного рівняння при збільшенні k_1

Отже, як видно з графіка (рис.2.2) корені характеристичного рівняння (2.3) при будь-яких значеннях k_1 не наближаються до уявної осі ближче ніж на 0.8. Також спостерігається зменшення стійкості при збільшенні k_1 до 60, опісля стійкість системи зростає. Тобто, клас систем, структура яких зображена на рис.2.1, забезпечує стійкість САК при будь-якому ПК. Отже, таку структуру найкраще застосовувати для забезпечення великої точності САК, не зменшуючи при цьому стійкість.

2. Дослідимо САК (рис.2.1) вибравши коефіцієнт $k_1 \rightarrow 0$, а саме $k_1 = 0.0000001$, і змінюючи T_1 від 0.0000001 до 12700000. В характеристичне рівняння (2.3) будемо підставляти такі T_1 : 0.0000001; 0.0127; 1.27; 127; 12700;

12700000. Розв'язавши це характеристичне рівняння (додаток Б.2) і отримавши корені будемо по них графік (рис.2.3).

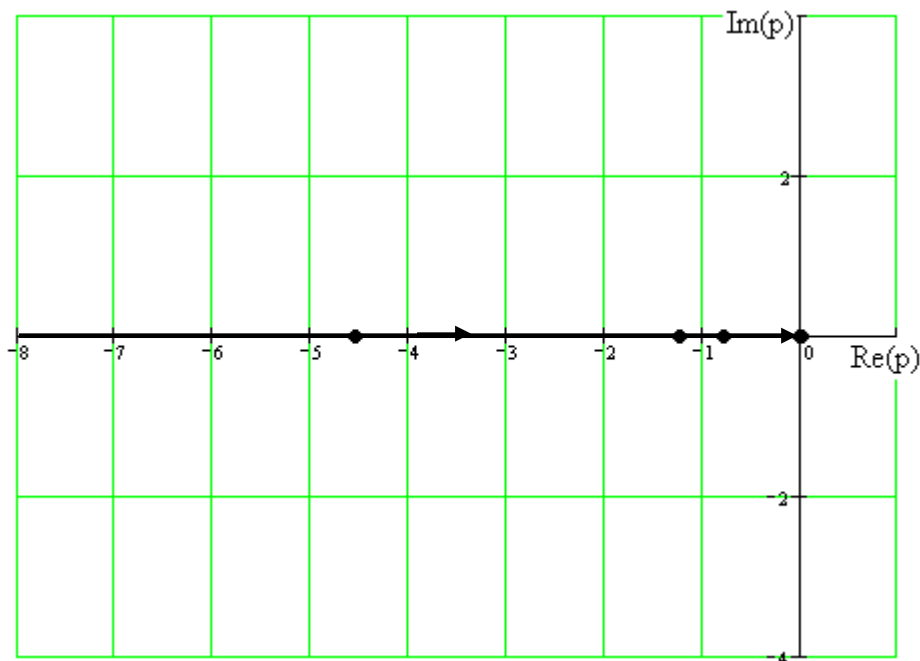


Рисунок 2.3 - Графік руху коренів характеристичного рівняння при збільшенні T_1

З графіка (рис.2.3) бачимо, що при збільшенні коефіцієнта T_3 корені характеристичного рівняння прямують до уявної осі, тобто стійкість системи зменшується. При дуже великих значеннях T_3 один з коренів характеристичного рівняння знаходиться на уявній осі, тобто САК в такому випадку є на межі стійкості.

3. Задаємо $k_1 = 101.5$, а T_1 змінюємо аналогічно до попереднього випадку. Після обчислень, які подані в додатку Б.3, був отриманий наступний графік (рис.2.4).

Цей випадок аналогічний до попереднього, з тією різницею, що тут корені комплексні.

4. В цьому випадку задамося $k_1 \rightarrow \infty$, а саме $k_1 = 10000000$. T_1 змінюємо аналогічно до двох попередніх випадків. Підставивши ці всі

значення в характеристичне рівняння і знайшовши його корені в програмному пакеті Mathcad (додаток Б.4) був отриманий графік (рис.2.5).

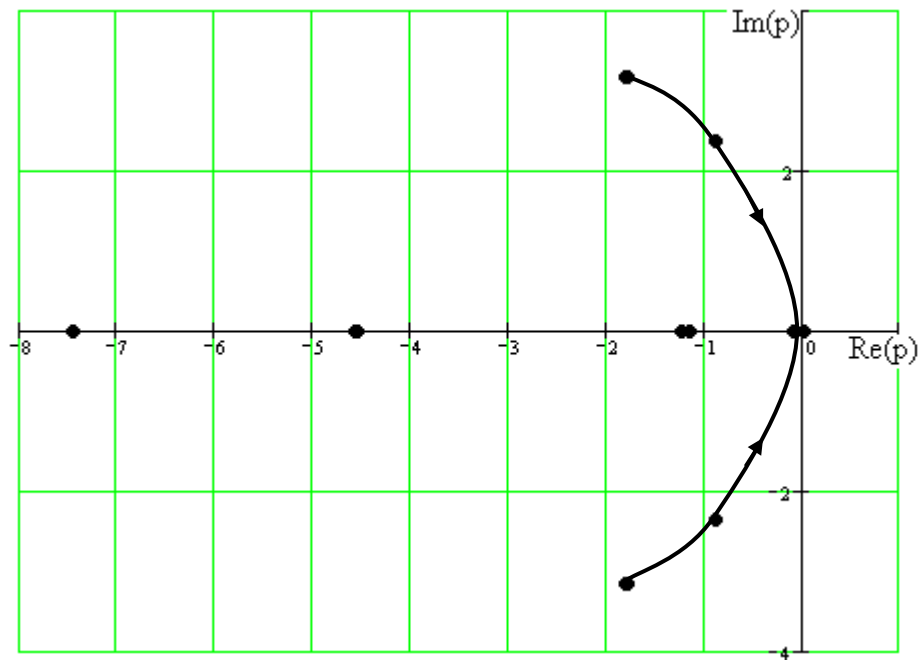


Рисунок 2.4 - Графік руху коренів характеристичного рівняння при збільшенні T_1 і $k_1 = 101.5$

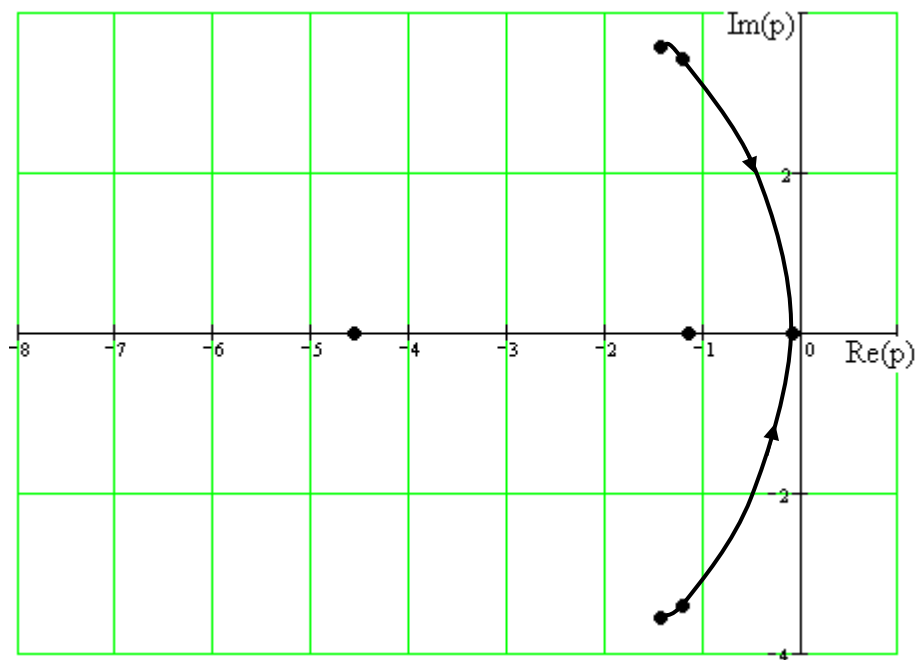


Рисунок 2.5 - Графік руху коренів характеристичного рівняння при збільшенні T_1 і $k_1 \rightarrow \infty$

Проаналізувавши графік (рис.2.5) бачимо, що при збільненні T_1 стійкість системи зменшується. При дуже малому T_1 система буде стійкою, проте запас стійкості буде незначний.

Отже дослідивши САК з структурою зображеною на рис.2.1 можна зробити висновок, що така структура забезпечує стійкість системи автоматичного керування при будь-якому коефіцієнті k_1 . Тобто завдяки такій структурі можна досягти необхідну точність системи збільшенням коефіцієнта k_1 не зменшуючи запас стійкості, а навпаки збільшуючи його. Проте з досліджень також бачимо, що сталу часу T_1 треба вибирати не надто великою, хоча при одночасному збільшені k_1 і T_1 стійкість забезпечується однозначно.

Розглянемо таку ж САК тільки без внутрішнього зворотнього зв'язку (рис.2.6) і подивимося як буде змінюватися стійкість при збільшенні k_1 .

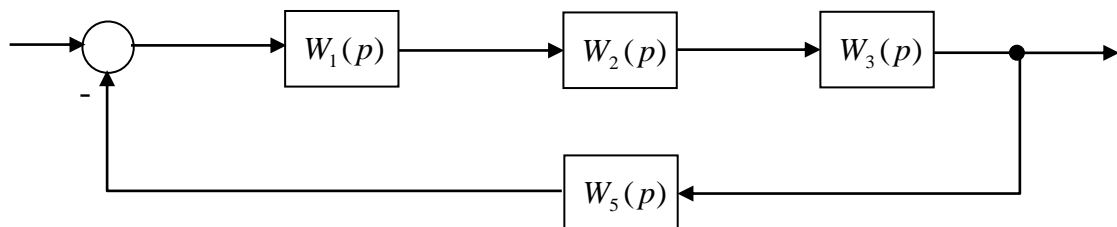


Рисунок 2.6 – Алгоритмічна структура САК без внутрішнього зворотнього зв'язку.

Запишемо ФП заданої САК:

$$W_{заг}(p) = \frac{W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot W_3(p)}{1 + W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot W_3(p) \cdot W_5(p)}. \quad (2.10)$$

Підставивши значення функції передачі з табл.2.1 в формулу (2.10) отримаємо наступну функції передачі [3]:

$$\begin{aligned}
 W_{заг}(p) &= \frac{\frac{k_1}{T_1 p + 1} \cdot \frac{k_2}{T_2 p + 1} \cdot \frac{k_3}{T_3 p + 1}}{1 + \frac{k_1}{T_1 p + 1} \cdot \frac{k_2}{T_2 p + 1} \cdot \frac{k_3}{T_3 p + 1} \cdot \frac{k_5}{T_5 p + 1}} = \\
 &= \frac{\frac{k_1 \cdot k_2 \cdot k_3}{(T_1 p + 1) \cdot (T_2 p + 1) \cdot (T_3 p + 1)}}{(T_1 p + 1) \cdot (T_2 p + 1) \cdot (T_3 p + 1) \cdot (T_5 p + 1) + k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot k_5} = \\
 &= \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot k_5 \cdot (T_5 p + 1)}{(T_1 p + 1) \cdot (T_2 p + 1) \cdot (T_3 p + 1) \cdot (T_5 p + 1) + k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot k_5}. \quad (2.11)
 \end{aligned}$$

Тоді характеристичне рівняння буде:

$$(T_1 p + 1) \cdot (T_2 p + 1) \cdot (T_3 p + 1) \cdot (T_5 p + 1) + k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot k_5 = 0. \quad (2.12)$$

Використовуючи програмний пакет Mathcad (додаток Б.5) і підставляючи значення коефіцієнтів з табл.2.2 в рівняння (2.12), і змінюючи k_1 від 0 до ∞ отримаємо графік руху коренів характеристичного рівняння при збільшенні k_1 (рис.2.7).

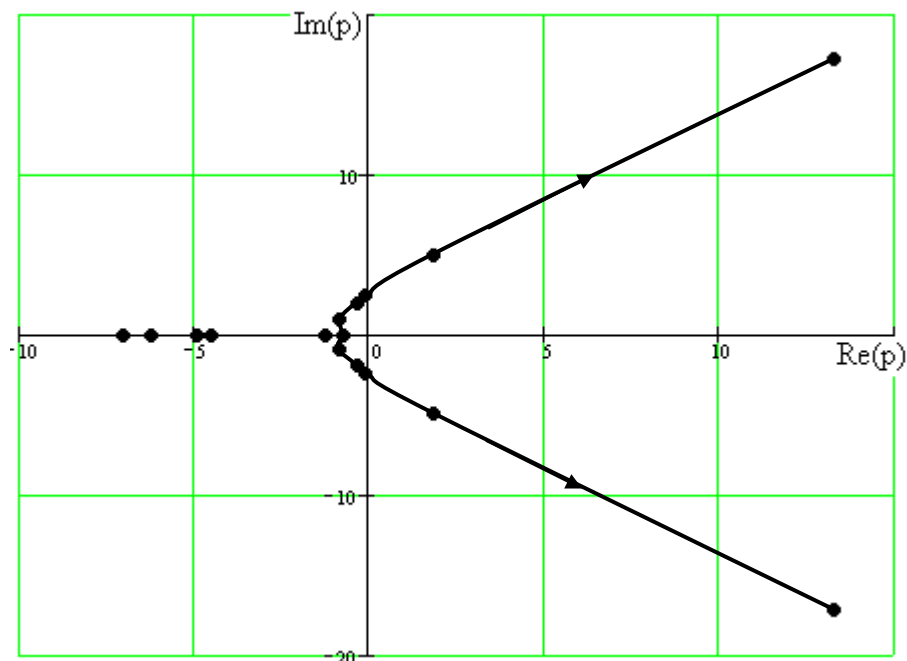


Рисунок 2.7 - Графік руху коренів характеристичного рівняння при збільшенні k_1 в САК без внутрішнього ЗЗ

З графіка видно, що при збільшенні коефіцієнта k_1 , а отже і загального коефіцієнта передачі k запас стійкості різко знижується і вже при $k_1 = 125$ система знаходиться на межі стійкості, і при подальшому збільшенні k_1 САК буде нестійкою. Отже, при заданій структурі САК внутрішній ЗЗ забезпечує структурну стійкість, що є дуже важливо для точності системи.

2.2 Визначення статичної точності системи автоматичного керування

В статичному режимі помилки виникають тільки в статичних системах, а в астатичних системах вони дорівнюють нулю, тому статичну точність оцінюють тільки при аналізі статичних систем. Точність статичної системи тим ліпша, чим більший ПК розімкнутого контуру [2]. Точність статичної системи прийнято оцінювати *коефіцієнтом статизму*:

$$S = \Delta x_z / \Delta x_p, \quad (2.1)$$

де Δx_p - відхилення керованої величини x від заданого значення, створеного збуренням при розімкнутому контурі регулювання;

Δx_z - відхилення керованої величини, викликане тим же збуренням в ЗС.

Тобто, коефіцієнт статизму показує, в скільки разів відхилення вихідної величини ОК менше від відхилення цієї ж величини некерованого об'єкта (при одному й тому ж значенні збурюючого впливу).

Коефіцієнт статизму шукається за такою формулою:

$$S = \frac{1}{1+k} \quad (2.2)$$

де k – ПК розімкнутого контуру.

Покажемо як буде змінюватися ПК розімкнутого контуру (рис.2.1) при зміні коефіцієнта k_1 і таким чином як змінюватиметься статична точність системи. Запишемо функцію передачі розімкнутого контура:

					БР.АКП– 52.00.00.000 ПЗ	Арк.
						29
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

$$\begin{aligned}
W_{\text{роз}}(p) &= \frac{\frac{k_1}{T_1 p + 1} \cdot \frac{k_2}{T_2 p + 1} \cdot \frac{k_3}{T_3 p + 1} \cdot \frac{k_5}{T_5 p + 1}}{1 + \frac{k_1}{T_1 p + 1} \cdot k_4 \cdot \frac{T_4' p + 1}{T_4 p + 1}} = \\
&= \frac{\frac{k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot k_5}{(T_1 p + 1) \cdot (T_2 p + 1) \cdot (T_3 p + 1) \cdot (T_5 p + 1)}}{(T_1 p + 1) \cdot (T_4 p + 1) + k_1 \cdot k_4 \cdot (T_4' p + 1)} = \\
&= \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot k_5 \cdot (T_4 p + 1)}{(T_2 p + 1) \cdot (T_3 p + 1) \cdot (T_5 p + 1) \cdot ((T_1 p + 1) \cdot (T_4 p + 1) + k_1 \cdot k_4 \cdot (T_4' p + 1))}. \quad (2.3)
\end{aligned}$$

Після перетворень отримуємо таку функцію:

$$W_{\text{роз}}(p) = \frac{b_1 p + b_0}{a_5 p^5 + a_4 p^4 + a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0} \quad (2.4)$$

де

$$a_0 = 1 + k_1 k_4; \quad (2.5)$$

$$a_1 = k_1 k_4 T_4' + T_1 + T_4 + (T_2 + T_3 + T_5) \cdot (1 + k_1 \cdot k_4); \quad (2.6)$$

$$a_2 = T_1 T_4 + (T_2 + T_3 + T_5)(k_1 k_4 T_4' + T_1 + T_4) + (T_2 T_5 + T_3 T_5 + T_2 T_3)(1 + k_1 k_4); \quad (2.7)$$

$$a_3 = (T_2 + T_3 + T_5) T_1 T_4 + (T_2 T_5 + T_3 T_5 + T_2 T_3)(k_1 k_4 T_4' + T_1 + T_4) + T_2 T_3 T_5 (1 + k_1 k_4); \quad (2.8)$$

$$a_4 = T_1 T_2 T_4 T_5 + T_1 T_3 T_4 T_5 + T_1 T_2 T_3 T_4 + T_2 T_3 T_5 (k_1 k_4 T_4' + T_1 + T_4); \quad (2.9)$$

$$a_5 = T_1 T_2 T_3 T_4 T_5; \quad (2.10)$$

$$b_0 = k_1 k_2 k_3 k_5; \quad (2.11)$$

$$b_1 = k_1 k_2 k_3 k_5 T_4. \quad (2.12)$$

Таким чином ПК розімкнутого контуру буде:

$$k = \frac{b_0}{a_0}, \quad (2.13)$$

або

$$k = \frac{k_1 k_2 k_3 k_5}{1 + k_1 k_4}. \quad (2.14)$$

					БР.АКП– 52.00.00.000 ПЗ	Арк.
						30
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

Оцінимо як зміниться k при зміні k_1 від 0 до ∞ . Для цього знайдемо значення k при $k_1 = 0$ і при $k_1 = \infty$.

$$k_1 = 0 \Rightarrow k = 0, \quad (2.15)$$

$$k_1 = \infty \Rightarrow k = \lim_{k_1 \rightarrow \infty} \frac{k_1 \cdot 0.178 \cdot 33.5 \cdot 0.0125}{1 + k_1 \cdot 0.029} = 2.5702. \quad (2.16)$$

Тобто ПК розімкнутого контуру в залежності від k_1 змінюється від 0 до 2.572. Тоді мінімальний коефіцієнт статизму буде:

$$S_{\min} = \frac{1}{1 + 2.5702} = 0.28 \quad (2.17)$$

Знайдемо коефіцієнт статизму для заданих параметрів. Знайдемо загальний коефіцієнт передачі розімкнутого контура за формулою (3.14):

$$k = \frac{101.5 \cdot 0.178 \cdot 33.5 \cdot 0.0125}{1 + 101.5 \cdot 0.029} = 1.918. \quad (2.18)$$

Тоді

$$S = \frac{1}{1 + 1.918} = 0.343. \quad (2.19)$$

Знайдений коефіцієнт є досить великий. Превіримо динамічну похибку. Для перевірки похибки усталеного режиму статичної САК складемо в програмному пакеті Matlab структуру заданої системи. Для того щоб оцінити ПУР на один графік подамо вихід з системи і ЗВ, що множиться на коефіцієнт передачі замкнутої САК. ЗВ виберемо у формі лінійного впливу з коефіцієнтом 1. Множення на коефіцієнт є обов'язковим оскільки в системі відбувається підсилення вхідного сигналу. Обчислимо коефіцієнт передачі замкнутої системи скориставшись виразом (2.2):

$$k_{\text{зам}} = \frac{k_1 k_2 k_3}{1 + k_1 k_4 + k_1 k_2 k_3 k_5} \quad (2.20)$$

Підставивши значення з табл.2.2 в вираз (3.20) отримаємо:

$$k_{\text{зам}} = \frac{101.5 \cdot 0.178 \cdot 33.5}{1 + 101.5 \cdot 0.029 + 101.5 \cdot 0.178 \cdot 33.5 \cdot 0.0125} = 52.589. \quad (2.21)$$

					БР.АКП– 52.00.00.000 ПЗ	Арк.
						31
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

Отже отримуємо таку структуру статичної САК змодельовану в Matlab (рис.2.8):

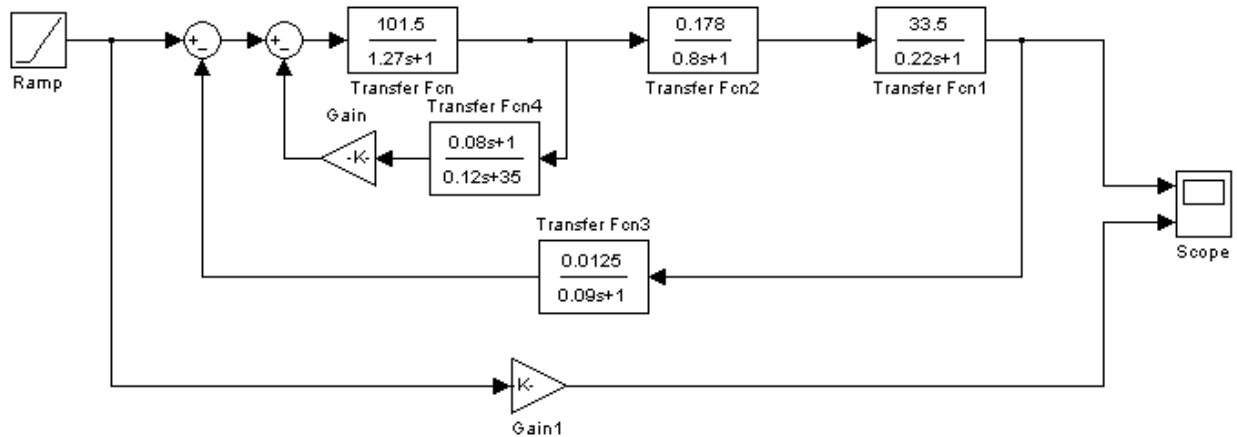


Рисунок 2.8 – Задана статична структура САК змодельована в програмному середовищі Matlab

У процесі дослідження був отриманий графік перехідного процесу при лінійному ЗВ (рис.2.9). Як видно з графіка вихідна величина збільшується трохи більшими темпами чим ЗВ, тобто ПУР з плином часу збільшується і при $t \rightarrow \infty$ похибка також прямує до $\varepsilon \rightarrow \infty$. Отже така система є неточною як з точки зору статичної, так і динамічної похибки.

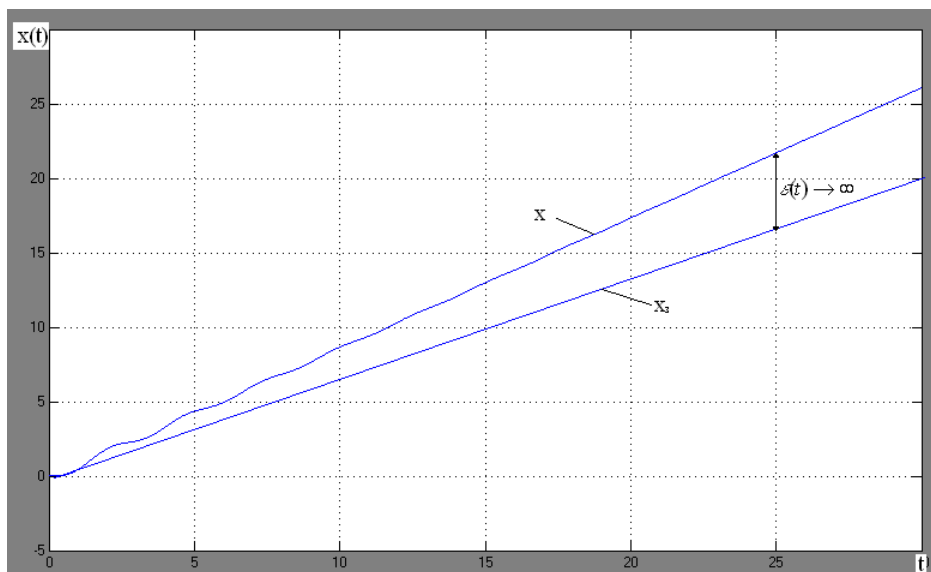


Рисунок 2.9 – Графік перехідного процесу в статичній системі при лінійній зміні ЗВ

Таким чином виникає необхідність вводити корегуючу ланку. Вводимо інтегруючу ланку $\frac{k_6}{p}$.

2.3 Аналіз системи автоматичного керування з астатизмом першого порядку

Вводимо в задану структуру САК (рис.2.1) інтегруючу ланку з передавальним коефіцієнтом k_6 . Отримуємо наступну структуру САК (рис.2.10):

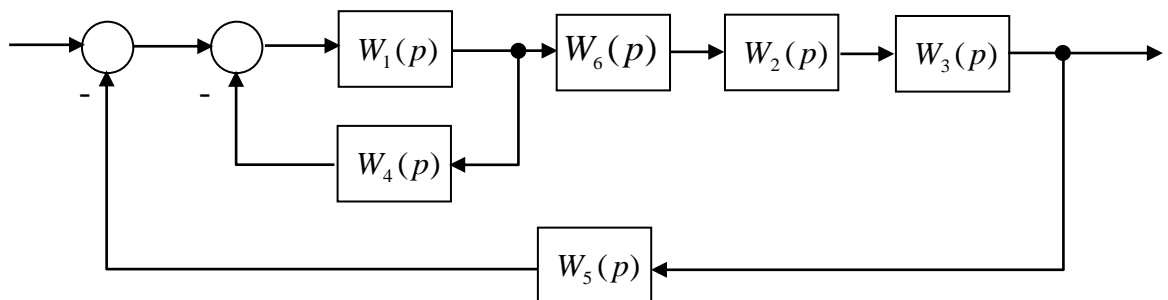


Рисунок 2.10 – Алгоритмічна структура САК з астатизмом першого порядку

де
$$W_6(p) = \frac{k_6}{p}. \quad (2.22)$$

Необхідно підібрати коефіцієнт k_6 таким, щоб система була стійка і її статична й динамічна похибка була мінімальною. Для цього визначаємо ПФ розімкнутого і замкнутого контуру САК (рис.2.3):

$$W_{роз}(p) = \frac{W_1(p)}{1 + W_1(p)W_4(p)} W_6(p)W_2(p)W_3(p)W_5(p) = \frac{W_1(p)W_2(p)W_3(p)W_5(p)W_6(p)}{1 + W_1(p)W_4(p)}$$

Підставимо значення функцій передачі:

$$W_{роз}(p) = \frac{\frac{k_1}{T_1 p + 1} \cdot \frac{k_2}{T_2 p + 1} \cdot \frac{k_3}{T_3 p + 1} \cdot \frac{k_5}{T_5 p + 1} \cdot \frac{k_6}{p}}{1 + \frac{k_1}{T_1 p + 1} \cdot k_4 \cdot \frac{T_4' p + 1}{T_4 p + 1}} =$$

$$= \frac{k_1 k_2 k_3 k_5 k_6}{\frac{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)(T_5 p + 1)p}{(T_1 p + 1)(T_4 p + 1) + k_1 k_4 (T_4' p + 1)}} =$$

$$\frac{k_1 k_2 k_3 k_5 k_6 (T_4 p + 1)}{p((T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)(T_4 p + 1)(T_5 p + 1) + k_1 k_4 (T_2 p + 1)(T_3 p + 1)(T_5 p + 1)(T_4' p + 1))} \quad (3.23)$$

З виразу (3.23) бачимо, що коефіцієнт передачі розімкнутого контуру буде:

$$k = \frac{k_1 k_2 k_3 k_5 k_6}{0} = \infty \quad (2.24)$$

Таким чином коефіцієнт статизму для астатичної САК (рис.2.3) першого порядку становить:

$$S = \frac{1}{1 + \infty} = 0 \quad (2.25)$$

Отже дана система не буде мати статичної помилки. Запишемо ФП замкнутого контуру:

$$W_{зам}(p) = \frac{\frac{W_1(p)}{1 + W_1(p)W_4(p)} W_6(p)W_2(p)W_3(p)}{1 + \frac{W_1(p)}{1 + W_1(p)W_4(p)} W_6(p)W_2(p)W_3(p)W_5(p)} =$$

$$= \frac{\frac{W_1(p)W_2(p)W_3(p)W_6(p)}{1 + W_1(p)W_4(p)}}{1 + \frac{W_1(p)W_2(p)W_3(p)W_5(p)W_6(p)}{1 + W_1(p)W_4(p)}} =$$

$$= \frac{W_1(p)W_2(p)W_3(p)W_6(p)}{1 + W_1(p)W_4(p) + W_1(p)W_2(p)W_3(p)W_5(p)W_6(p)} \quad (2.26)$$

У (2.26) підставляємо значення функцій передачі:

					БР.АКП– 52.00.00.000 ПЗ	Арк.
						34
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

$$\begin{aligned}
W_{зам}(p) &= \frac{\frac{k_1}{T_1 p + 1} \frac{k_2}{T_2 p + 1} \frac{k_3}{T_3 p + 1} \frac{k_6}{p}}{1 + \frac{k_1}{T_1 p + 1} k_4 \frac{T_4' p + 1}{T_4 p + 1} + \frac{k_1}{T_1 p + 1} \frac{k_2}{T_2 p + 1} \frac{k_3}{T_3 p + 1} \frac{k_5}{T_5 p + 1} \frac{k_6}{p}} = \\
&= \frac{\frac{k_1 k_2 k_3 k_6}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)p}}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)(T_4 p + 1)(T_5 p + 1) + k_1 k_4 (T_4' p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)(T_5 p + 1)p + k_1 k_2 k_3 k_5 k_6 (T_4 p + 1)} = \\
&= \frac{k_1 k_2 k_3 k_6 (T_4 p + 1)(T_5 p + 1)}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)(T_4 p + 1)(T_5 p + 1) + k_1 k_4 (T_4' p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)(T_5 p + 1)p + k_1 k_2 k_3 k_5 k_6 (T_4 p + 1)} \quad (2.27)
\end{aligned}$$

Маючи вираз функції передачі замкнутого контуру (2.27) знаходимо ПК замкнутої САК [3]:

$$k = \frac{k_1 k_2 k_3 k_6}{k_1 k_2 k_3 k_5 k_6} = \frac{1}{k_5}. \quad (2.28)$$

Підставивши значення коефіцієнта k_5 отримуємо:

$$k = \frac{1}{0.0125} = 80. \quad (2.29)$$

Маючи структуру САК (рис.2.3), функції передачі і коефіцієнт передачі замкнутого контуру моделюємо в програмному пакеті Matlab задану структуру. Задамося коефіцієнтом

$$k_6 = 0.5. \quad (2.30)$$

Модель в Matlab має наступний вигляд (рис.2.11):

					БР.АКП– 52.00.00.000 ПЗ	Арк.
						35
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

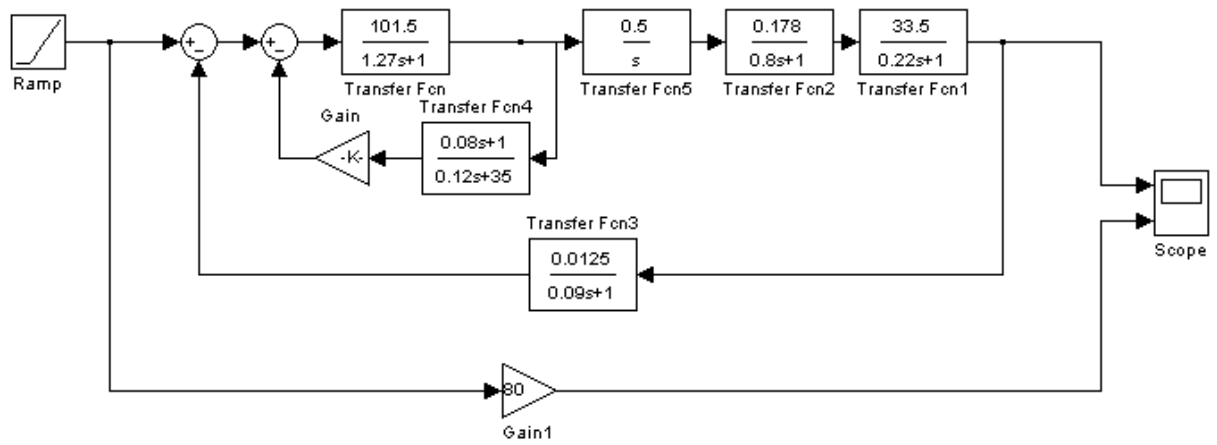


Рисунок 2.11 – Модель САК з $k_6 = 0.5$

При такій моделі був отриманий графік зображений на рис.2.5.

Як видно з графіка (рис.2.12.а) при $k_6 = 0.5$ перехідний процес є розбіжний. Задамо

$$k_6 = 0.01. \quad (2.31)$$

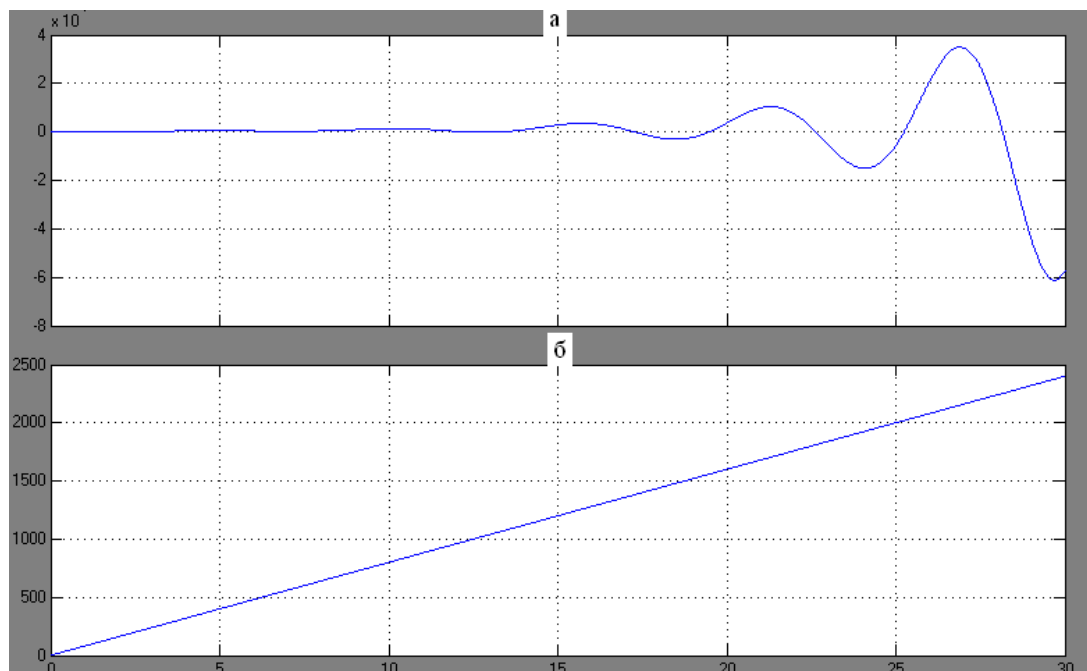


Рисунок 2.12 – Графіки: а – перехідного процесу при лінійному впливі;
б - задаючого впливу

Тоді отримаємо аналогічну модель (рис.2.13):

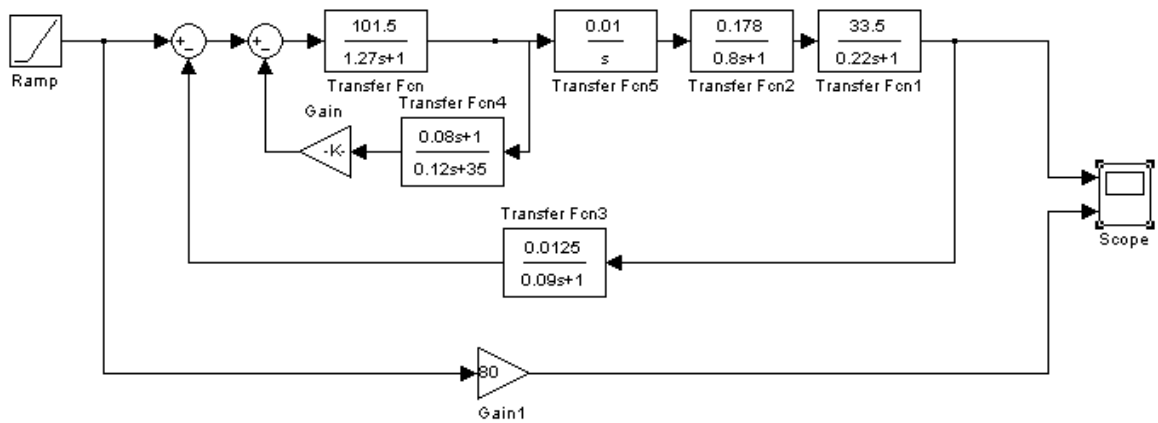


Рисунок 2.13 – Модель САК при $k_6 = 0.01$

При $k_6 = 0.01$ отримуємо такий графік перехідного процесу (рис.2.14).

З графіка (рис.2.14) видно, що перехідний процес є збіжний, але ПУР є великою. Таки чином нам необхідно підібрати такий коефіцієнт k_6 , значення якого лежить в межах від 0.01 до 0.5, і щоб похибка усталеного режиму була мінімальною.

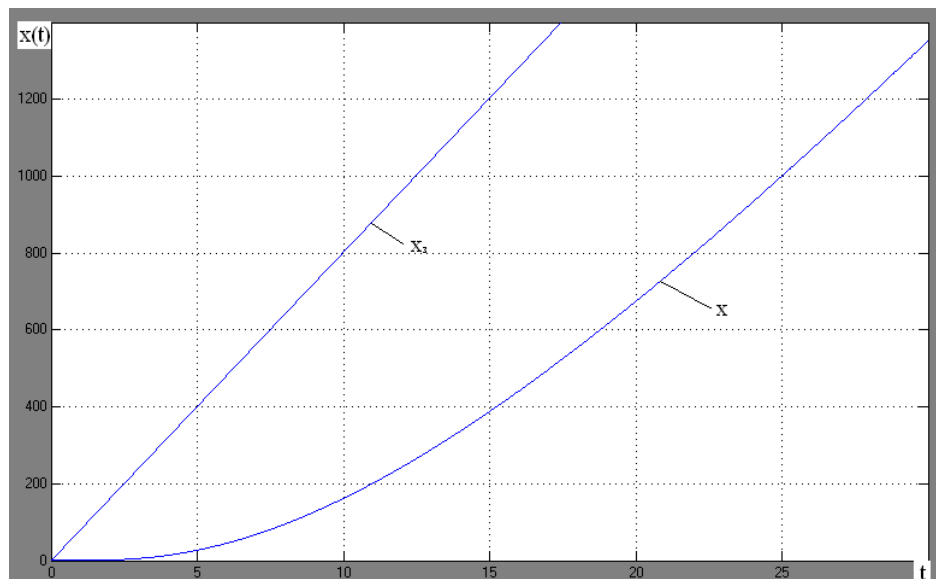


Рисунок 2.14 – Графік перехідного процесу при лінійному ЗВ і коефіцієнті $k_6 = 0.01$

Після декількох аналогічних експериментів був вибраний коефіцієнт $k_6 = 0.115$. В програмі Matlab була отримана така модель (рис.2.15):

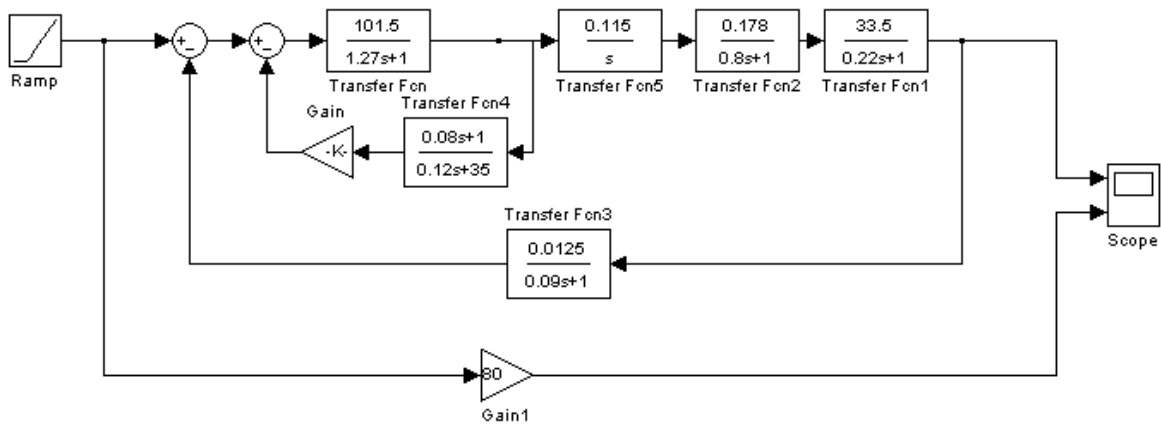


Рисунок 2.15 – Модель САК при $k_c = 0.115$

У результаті моделювання отримано графік перехідного процесу, який зображений на рис.2.16.

Таким чином бачимо, що перехідний процес є збіжний і похибка усталеного режиму є сталою і невеликою. Обчислимо за допомогою графіка (рис.2.16) похибку усталеного режиму (ПУР).

$$\varepsilon = \frac{x_s(t) - x(t)}{x(t)} = \frac{2000 - 1920}{2000} = 0.04. \quad (2.32)$$

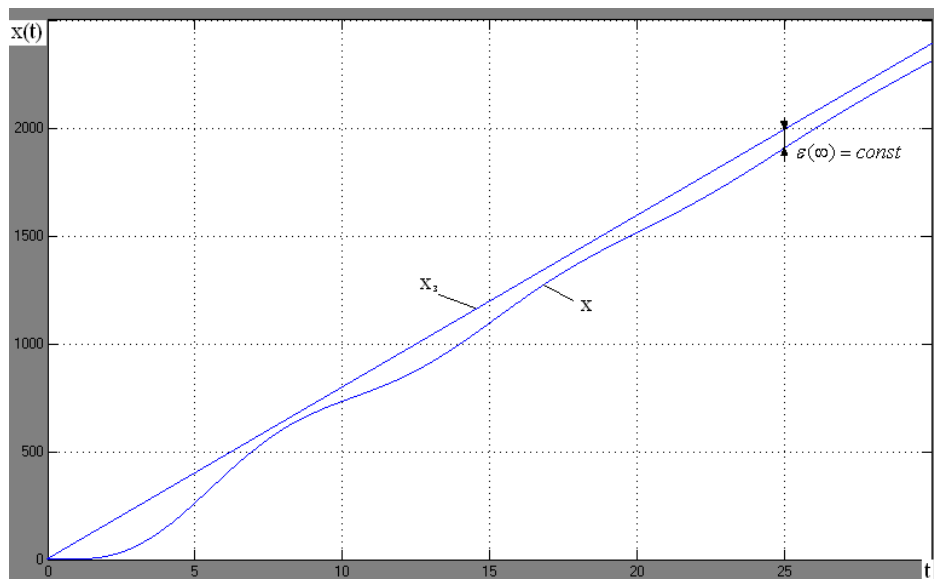


Рисунок 2.16 – Графік перехідного процесу при лінійному ЗВ

Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата

Висновок до другого розділу

Отже, похибка усталеного режиму (ПУР) при заданій структурі і коефіцієнті $k_6 = 0.115$ буде сталою, і становитиме 4%, що є добрим показником для такої системи автоматичного керування.

При вводі двох інтегруючих ланок похибка повинна була б зменшитись [10], але в такому випадку абсолютно не забезпечується стійкість САК.

					БР.АКП– 52.00.00.000 ПЗ	Арк.
						39
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

3 ВИЗНАЧЕННЯ УСТАЛЕНОЇ ПОХИБКИ ПРИ ВПЛИВІ НА САК ЗАДАЮЧОЇ ДІЇ І ЗБУРЮЮЧОГО ВПЛИВУ

Визначимо похибку усталеного режиму при впливі на САК задаючого і збурюючого впливу. Для цього знайдемо функцію розімкнутого контуру САК (рис.3.1).

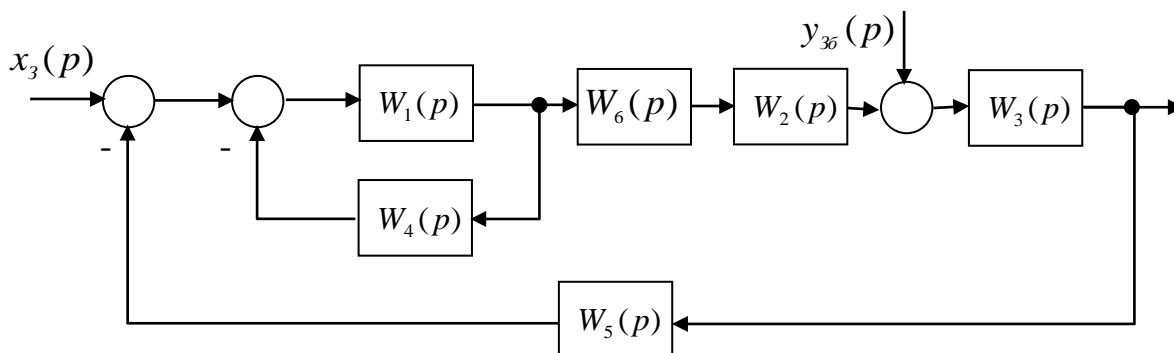


Рисунок 3.1 – Структура САК з задаючим $x_3(p)$ і збурюючим $y_{30}(p)$ впливами [3]

Функцію розімкнутого контуру подамо у виді:

$$W_{роз}(p) = kW^*(p)/p^v, \quad (3.1)$$

де $k = k_p k_o$ - ПК розімкнутого контуру; $v = v_p + v_o$ - порядок астатизму контуру; $W^*(p) = W_p^*(p)W_o^*(p)$ - множник, який при $p \rightarrow 0$, прямує до одиниці.

Розпишемо які саме ми маємо ПК, порядки астатизму і ПФ регулятора та КО.

$$k_p = \frac{k_1 k_2 k_3 k_6}{1 + k_1 k_4}, \quad (3.2)$$

$$k_o = k_3, \quad (3.3)$$

$$v_p = 1, \quad v_o = 0, \quad (3.4)$$

$$W_p^*(p) = \frac{(1 + k_1 k_4)(T_4 p + 1)}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_4 p + 1)(T_5 p + 1) + k_1 k_4 (T_2 p + 1)(T_5 p + 1)(T_4 p + 1)},$$

$$W_o^*(p) = \frac{1}{T_3 p + 1}. \quad (3.5)$$

Запишемо вираз для визначення похибки усталеного режиму (ПУР) при задаючому і збурюючому впливах:

$$\varepsilon(p) = x_3(p) \frac{p^v}{p^v + kW^*(p)} + y_{36}(p) \frac{p^{v_3} k_0 W_o^*(p)}{p^v + kW^*(p)}. \quad (3.69)$$

Отже ПФ похибки по задаючій дії:

$$\Phi_3(p) = \frac{p^v}{p^v + kW^*(p)}, \quad (3.7)$$

а по збурюючій

$$\Phi_{36}(p) = \frac{p^{v_3} k_0 W_o^*(p)}{p^v + kW^*(p)}. \quad (3.8)$$

Формулу (2.39) можна подати у вигляді:

$$\varepsilon(p) = \varepsilon_3(p) + \varepsilon_{36}(p). \quad (3.9)$$

Знайдемо відповідні складові попередньо обрахувавши k і k_p .

$$k_p = \frac{101.5 \cdot 0.178 \cdot 0.0125 \cdot 0.115}{1 + 101.5 \cdot 0.029} = 0.00659 \quad (3.10)$$

$$k = 0.00659 \cdot 33.5 = 0.221. \quad (3.11)$$

Змодельюємо нашу САК в програмному пакеті Matlab. Отримуємо наступну модель:

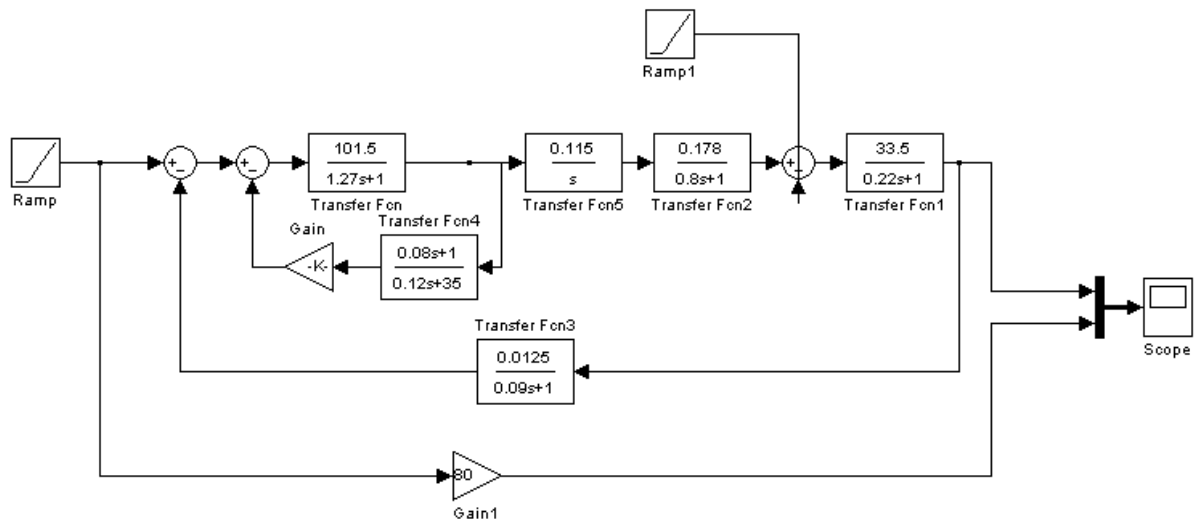


Рисунок 3.2 – Модель САК з лінійним задаючим і збурюючим впливом

При дослідженні був отриманий наступний графік:

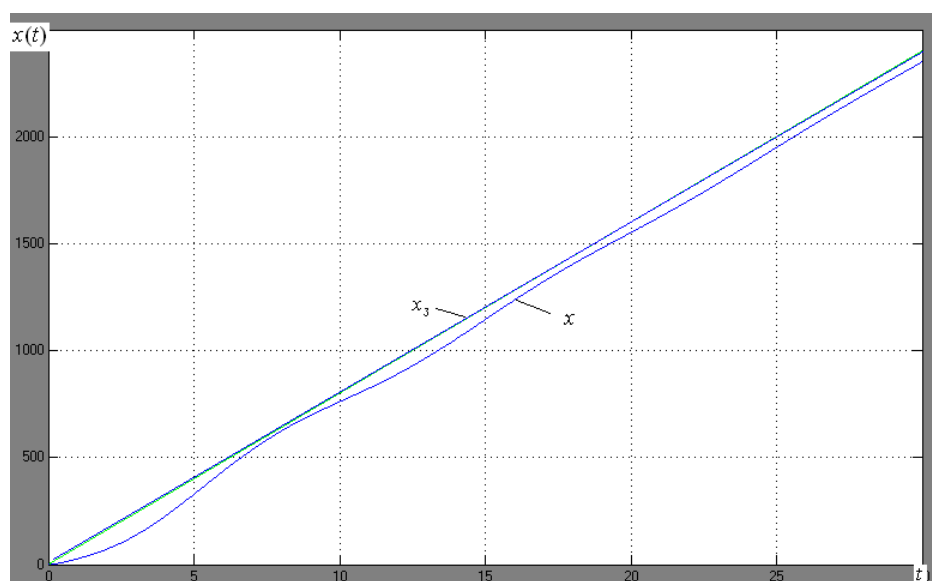


Рисунок 3.3 – Графік перехідного процесу при лінійному задаючому і збурюючому впливах

Оскільки збурюючий вплив на реальних об’єктах не є лінійним, а має випадковий характер, то змодельємо модель, на вхід якої подаватимемо лінійний вплив, а за збурюючий вплив вибираємо у вигляді “білого шуму”.

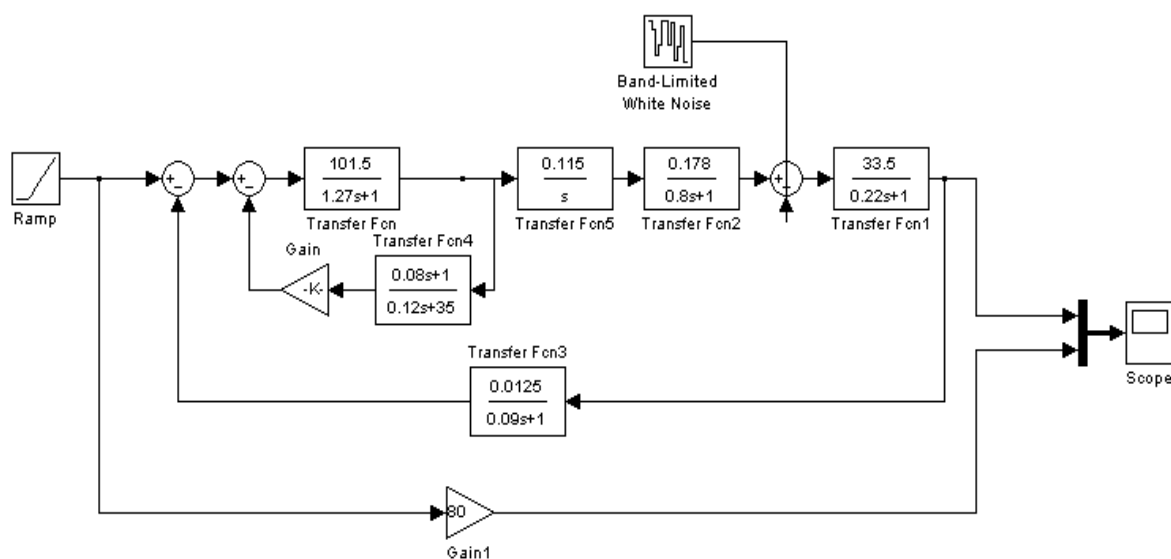


Рисунок 3.4 – Модель САК з лінійним ЗВ і збурюючим впливом у вигляді “білого шуму”

Отримуємо наступний графік перехідного процесу:

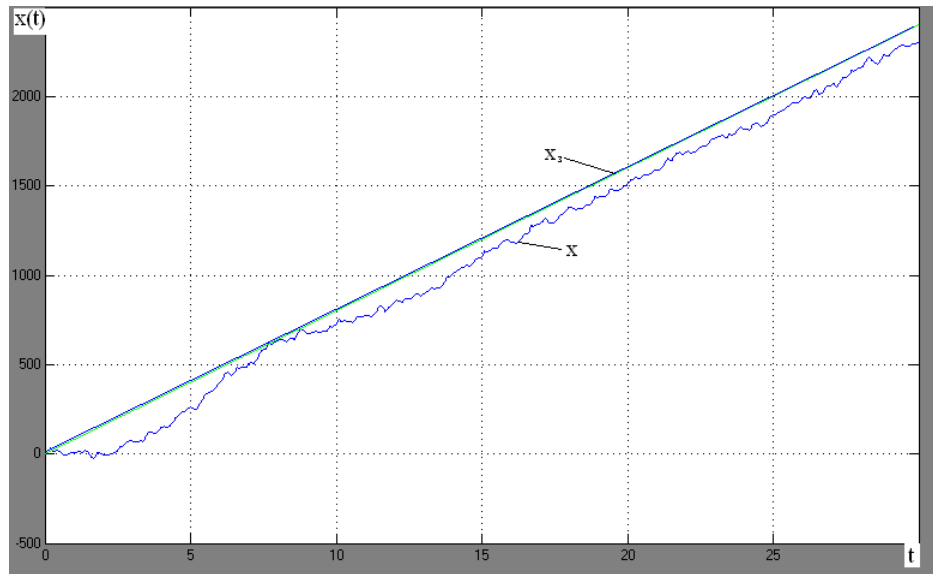


Рисунок 3.5 – Графік перехідного процесу при лінійному задаючому впливі і збурюючому впливі у вигляді “білого шуму”

Як видно з графіка (рис.3.5) система є стійкою, а похибка усталеного режиму є в середньому сталою, проте вихідна величина змінюється в малих межах з великою частотою. Частота зміни залежить від частоти збурюючого впливу.

3.1 Моделювання статичної системи автоматичного керування в програмному пакеті Matcad.

Вернемося до САК (рис.1.1) без інтегруючої ланки і перевіримо її точність при лінійному задаючому впливі і збурюючому впливі у вигляді “білого шуму”. Змоделюємо таку систему в Matcad і дослідимо. В результаті моделювання була отримана така модель (рис.3.6):

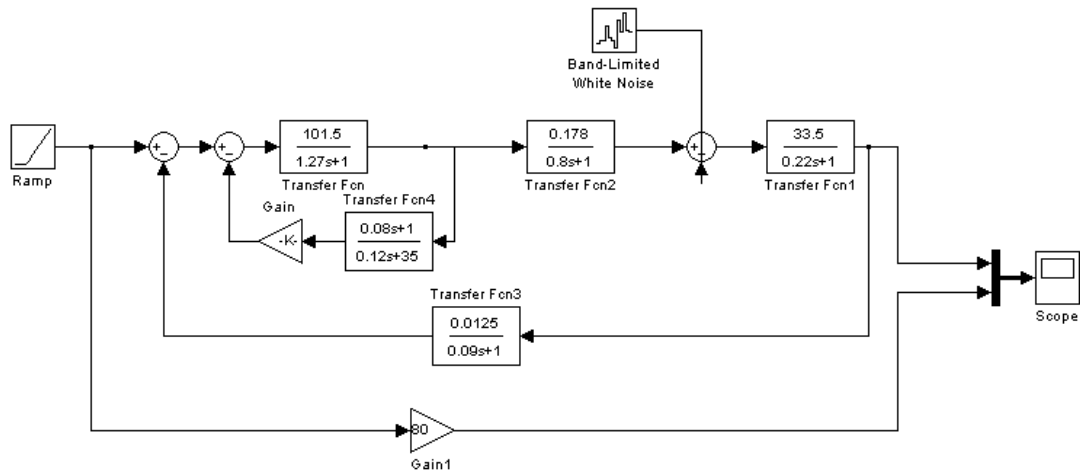


Рисунок 3.6 – Модель статичної САК при лінійному впливі

Отримуємо такий перехідний процес:

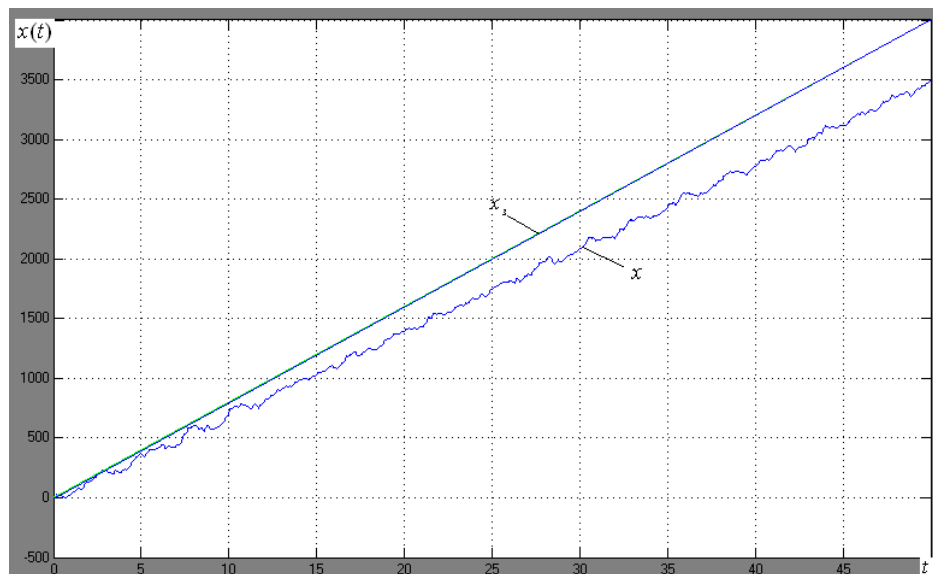


Рисунок 3.7 – Перехідний процес в статичній САК при лінійному впливі

Як видно з графіка перехідного процесу (рис.3.7) САК є нестійкою і ПУР з плином часу зростає, і при $t \rightarrow \infty$ похибка також прямує до нескінченості. Тобто збурюючий вплив в даному випадку майже ніяк не впливає на точність системи. Для порівняння, задаючий вплив подамо у вигляді одиничного стрибкоподібного сигналу $x_3(t) = 1(t)$.

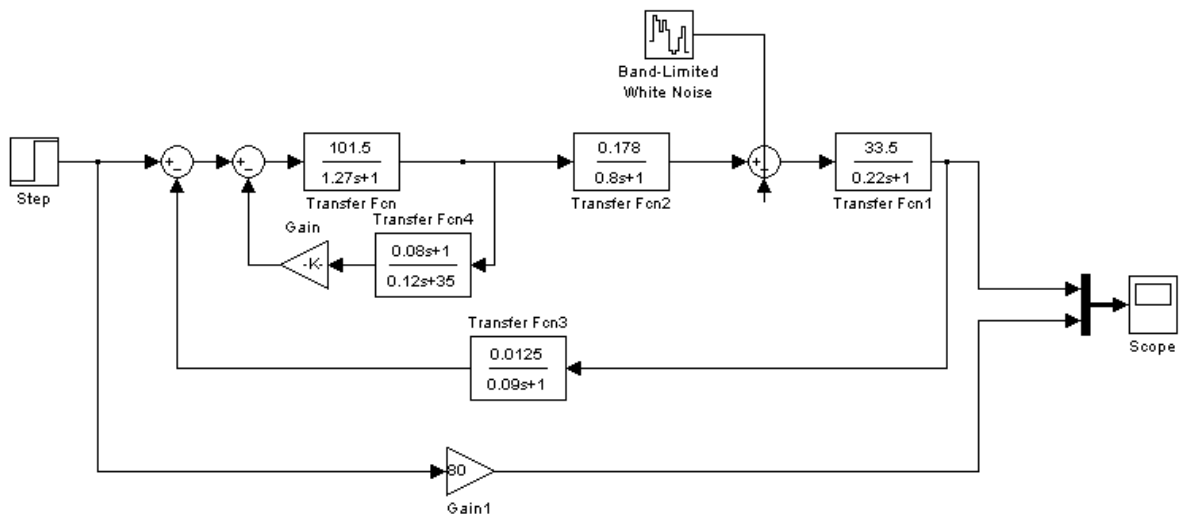


Рисунок 3.8 – Модель статичної САК при стрибкоподібному одиничному впливі

У результаті досліджень був отриманий такий перехідний процес:

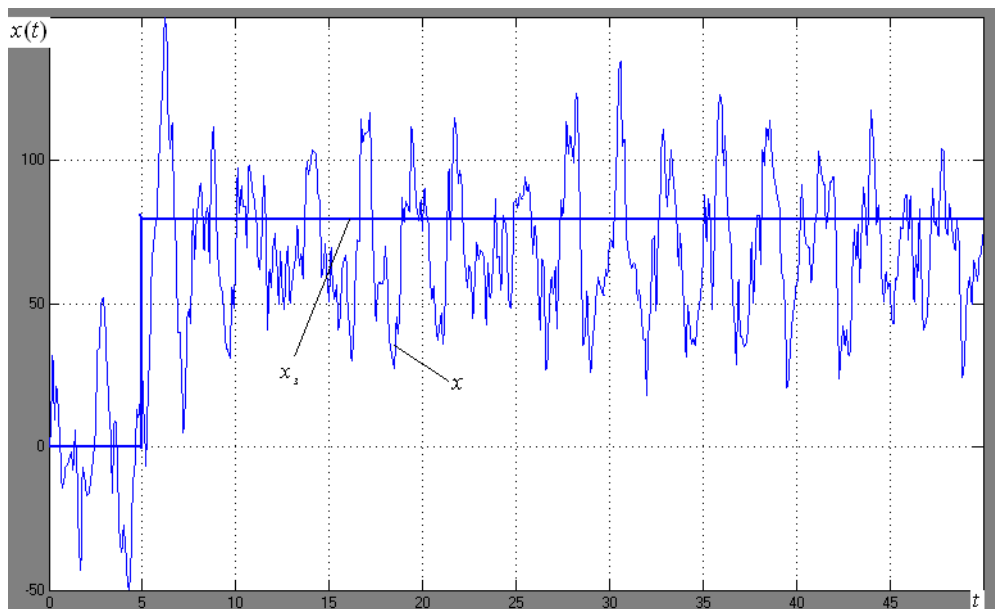


Рисунок 3.9 – Перехідний процес при стрибкоподібному одиничному ЗВ і збурення у вигляді “білого шуму”

З графіка перехідного процесу (рис.3.9) бачимо, що на відміну від САК з лінійним задаючим законом, збурення в САК з одиничним стрибкоподібним задаючим законом має великий вплив. Великі коливання

викликані збурюючим впливом роблять систему не придатною до використання в такому вигляді. У зв'язку з тим, що збурюючий вплив тільки погіршує перехідний процес в статичній САК, то в таких випадках краще використовувати астатичну систему першого порядку.

Висновки до третього розділу

Проаналізувавши всі проведенні дослідження в цьому розділі можна зробити висновок, що статична система заданої структури не може забезпечити необхідної точності, оскільки похибка керування в такій САК з часом збільшується. Для забезпечення збіжності процесу в статичну систему необхідно ввести інтегруючу ланку. Такою ланкою може виступати виконавчий механізм. Правильно підбравши коефіцієнт підсилення ми можемо забезпечити необхідну нам точність керування, проте невелика похибка керування все ж таки буде. Теоретично ввівши ще одну інтегруючу ланку ми мали б отримати САК в якій похибка усталеного режиму відсутня, але тоді система стає нестійкою.

На практиці в САК на керований об'єкт діють випадкові впливи. Ці збурюючі впливи не впливають ні на стійкість, ні на точність системи, але створюють невелике хаотичне коливання.

					БР.АКП– 52.00.00.000 ПЗ	Арк.
						46
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

У бакалаврській роботі досліджено певний клас систем, який складається з п'яти і більше аперіодичних ланок, де одна з них знаходиться у внутрішньому зворотному зв'язку.

У результаті дослідження:

1. Отримано залежності похибки усталеного режиму САК від коефіцієнтів передавальних функцій системи, що дозволяє підібрати оптимальні коефіцієнти передавальних функцій для забезпечення максимальної точності системи.

2. Встановлено, що для забезпечення стійкості нестійких автоматичних систем, які складаються з декількох аперіодичних ланок, необхідно ввести внутрішній від'ємний зворотній зв'язок, який охоплює одну і більше ланок. При цьому запас стійкості зростає при збільшенні передавального коефіцієнта системи.

3. Показано, що точність системи покращується при введенні в систему інтегруючої ланки, яка може бути реалізована у виконавчому механізмі. Це веде до зменшення похибки при збільшенні коефіцієнта передачі.

					БР.АКП - 52.00.00.000 ПЗ	Арк.
						46
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Халявко М.П. Нафтогазовий комплекс України. Напрямки реалізації основних положень енергетичної стратегії до 2030 року / М.П. Халявко // Хімічна промисловість.– 2007.– №2. – С.3-10.
2. Горбійчук М.І., Чигур Л.Я. Теорія автоматичного керування. Нелінійні системи. Лабораторний практикум, ІФНТУНГ, 2024. – 84 с.
3. Горбійчук М.І. Моделювання об'єктів і систем керування в нафтовій і газовій промисловості. Ч.ІІ / М.І.Горбійчук. – Івано-Франківськ: Факел. – 1999. – 226с.
4. Ладанюк А. П. Системи автоматизації технологічних об'єктів в структурі комп'ютерно-інтегрованого управління технологічними комплексами харчових виробництв / А. П.Ладанюк, В. В.Іващук. - Режим доступу: http://www.nbu.gov.ua/e-journals/eia/2009_1/09lapofp.pdf
5. Семенцов Г.Н. Автоматизація технологічних процесів та виробництв в нафтовій та газовій промисловостях; [навч.посібн.] / М. І. Горбійчук, М. М. Дранчук, Я. Р. Когуч, І. І. Чигур: Івано-Франківськ –Факел, 2003.
6. Шавранський М.В. Методи і алгоритми ідентифікації та прогнозування в умовах невизначеності: Лабораторний практикум. – Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2023. – 60 с.
7. Горбійчук М.І., Чигур Л.Я. Теорія автоматичного керування. Нелінійні системи. Лабораторний практикум, ІФНТУНГ, 2024. – 84 с.
8. Програмування у середовищі Matlab. Режим доступу: <http://www.mathworks.com/discovery/matlab-mapreduce-hadoop.html>

					БР.АКП - 52.00.00.000 ПЗ	Арк.
						46
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

БІБЛІОГРАФІЧНА ДОВІДКА

Тема бакалаврської роботи: “Дослідження впливу похибок на ефективність автоматичного керування динамічними об’єктами”.

Обсяг пояснювальної записки 49 сторінках.

Перелік креслень графічної частини магістерської роботи:

1. БР.АКП-52.00.00.001 - Графіки дослідження похибки усталеного режиму.
2. БР.АКП-52.00.00.002 - Графіки областей стійкості заданої САК.
3. БР. АКП-18.00.00.003 - Графіки перехідного процесу в системах без дії зовнішнього збурюючого впливу.
4. БР. АКП-18.00.00.004 - Графіки перехідного процесу в системах з зовнішнім збурюючим впливом.
5. БР. АКП-18.00.00.005 – Графік перехідного процесу при стрибкоподібному одиничному ЗВ і збурення у вигляді “білого шуму”

Визначення стійкості системи за критерієм Гурвіца

$$6.03504 \cdot 10^{-5} \cdot p^5 + 2.491464120 \cdot 10^{-2} \cdot p^4 + .4706650840 p^3 + 2.73429210 p^2 + 5.908461668750 p + 11.509056250$$

$$\Delta 1 := \begin{pmatrix} 2.491464120 \cdot 10^{-2} & 2.73429210 & 0 & 0 & 0 \\ 6.03504 \cdot 10^{-5} & .4706650840 & 5.908461668750 & 0 & 0 \\ 0 & 2.491464120 \cdot 10^{-2} & 2.73429210 & 11.509056250 & 0 \\ 0 & 6.03504 \cdot 10^{-5} & .4706650840 & 5.908461668750 & 0 \\ 0 & 0 & 2.491464120 \cdot 10^{-2} & 2.73429210 & 11.509056250 \end{pmatrix}$$

$$\Delta 1 = \begin{pmatrix} 0.025 & 2.734 & 0 & 0 & 0 \\ 6.035 \times 10^{-5} & 0.471 & 5.908 & 0 & 0 \\ 0 & 0.025 & 2.734 & 11.509 & 0 \\ 0 & 6.035 \times 10^{-5} & 0.471 & 5.908 & 0 \\ 0 & 0 & 0.025 & 2.734 & 11.509 \end{pmatrix} \quad \Delta 2 := \begin{pmatrix} 0.025 & 2.734 & 0 & 0 \\ 6.035 \times 10^{-5} & 0.471 & 5.908 & 0 \\ 0 & 0.025 & 2.734 & 11.509 \\ 0 & 6.035 \times 10^{-5} & 0.471 & 5.908 \end{pmatrix}$$

$$\Delta 3 := \begin{pmatrix} 0.025 & 2.734 & 0 \\ 6.035 \times 10^{-5} & 0.471 & 5.908 \\ 0 & 0.025 & 2.734 \end{pmatrix} \quad \Delta 4 := \begin{pmatrix} 0.025 & 2.734 \\ 6.035 \times 10^{-5} & 0.471 \end{pmatrix}$$

$$|\Delta 1| = 1.181 \quad |\Delta 2| = 0.103 \quad |\Delta 3| = 0.028 \quad |\Delta 4| = 0.012 \quad |\Delta 5| = 0.025$$

Рис.А.1. – Програма розрахунку визначників матриць Гурвіца в програмному пакеті

Mathcad.

Побудова області стійкості при зміні параметрів k_1 і T_1

Додаток Б.1

Побудова області стійкості САК при зміні k_1 від 0 до ∞ і $T_1 = const$

$$k1 := 1000000000 \quad k2 := 0.178 \quad k3 := 33.5 \quad k4 := 0.029 \quad k5 := 0.0125$$

$$T1 := 1.27 \quad T2 := 0.8 \quad T3 := 0.22 \quad T4 := 0.003 \quad T4' := 0.08 \quad T5 := 0.09$$

$$(1.27p + 1) \cdot (0.8p + 1) \cdot (0.22p + 1) \cdot (0.003p + 1) \cdot (0.09p + 1) + k1 \cdot 0.029 \cdot [(0.08p + 1) \cdot (0.8p + 1) \cdot (0.22p + 1) \cdot (0.09p + 1)] + k1 \cdot 0.178 \cdot 33.5 \cdot 0.0125 \cdot (0.003p + 1) \cdot 6.03 \cdot 10^{-5} \cdot p^5 + 2.11 \cdot 10^{-2} \cdot p^4 + .36 \cdot p^3 + 1.68 \cdot p^2 + 2.38 \cdot p + 1 + 3.67 \cdot 10^{-5} \cdot k1 \cdot p^4 + 1.08 \cdot 10^{-3} \cdot k1 \cdot p^3 + 1.03 \cdot 10^{-2} \cdot k1 \cdot p^2 + 3.47 \cdot 10^{-2} \cdot k1 \cdot p + .10 \cdot k1$$

Given

$$6.03 \cdot 10^{-5} \cdot p^5 + 2.11 \cdot 10^{-2} \cdot p^4 + .36 \cdot p^3 + 1.68 \cdot p^2 + 2.38 \cdot p + 1 + 3.67 \cdot 10^{-5} \cdot k1 \cdot p^4 + 1.08 \cdot 10^{-3} \cdot k1 \cdot p^3 + 1.03 \cdot 10^{-2} \cdot k1 \cdot p^2 + 3.47 \cdot 10^{-2} \cdot k1 \cdot p + .10 \cdot k1 = 0$$

$$\text{Find}(p) \rightarrow (-60892710.07 \quad -13.24 - 3.73 \cdot 1i \quad -13.24 + 3.73 \cdot 1i \quad -1.45 - 3.57 \cdot 1i \quad -1.45 + 3.57 \cdot 1i)$$

$$u := \begin{pmatrix} -339.212 & -11.054 & -4.95 & -0.95 - 0.956i & -0.95 + 0.956i \\ -392.405 & -10.343 & -7.411 & -0.881 - 2.341i & -0.881 + 2.341i \\ -368.706 & -10.72 & -6.403 & -0.867 - 1.993i & -0.867 + 1.993i \\ -934.62 & -11.404 - 3.44i & -11.404 + 3.44i & -1.262 - 3.387i & -1.262 + 3.387i \\ -6.411 \times 10^3 & -12.978 - 3.749i & -12.978 + 3.749i & -1.431 - 3.554i & -1.431 + 3.554i \\ -6.121 \times 10^4 & -13.22 - 3.735i & -13.22 + 3.735i & -1.452 - 3.57i & -1.452 + 3.57i \end{pmatrix}$$

$$\text{Re}(u) = \begin{pmatrix} -339.212 & -11.054 & -4.95 & -0.95 & -0.95 \\ -392.405 & -10.343 & -7.411 & -0.881 & -0.881 \\ -368.706 & -10.72 & -6.403 & -0.867 & -0.867 \\ -934.62 & -11.404 & -11.404 & -1.262 & -1.262 \\ -6.411 \times 10^3 & -12.978 & -12.978 & -1.431 & -1.431 \\ -6.121 \times 10^4 & -13.22 & -13.22 & -1.452 & -1.452 \end{pmatrix} \quad \text{Im}(u) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -0.956 & 0.956 \\ 0 & 0 & 0 & -2.341 & 2.341 \\ 0 & 0 & 0 & -1.993 & 1.993 \\ 0 & -3.44 & 3.44 & -3.387 & 3.387 \\ 0 & -3.749 & 3.749 & -3.554 & 3.554 \\ 0 & -3.735 & 3.735 & -3.57 & 3.57 \end{pmatrix}$$

$$a := (-333.9208 \quad -11.1055 \quad -4.5903 \quad -1.0097 - .2337 \cdot i \quad -1.0097 + .2337 \cdot i)$$

$$\text{Re}(a) = (-333.921 \quad -11.105 \quad -4.59 \quad -1.01 \quad -1.01)$$

$$\text{Im}(a) = (0 \quad 0 \quad 0 \quad -0.234 \quad 0.234)$$

$$b := (-333.3339 \quad -11.1111 \quad -4.5455 \quad -1.2497 - .7876)$$

$$\text{Re}(b) = (-333.334 \quad -11.111 \quad -4.545 \quad -1.25 \quad -0.788)$$

$$\text{Im}(b) = (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0)$$

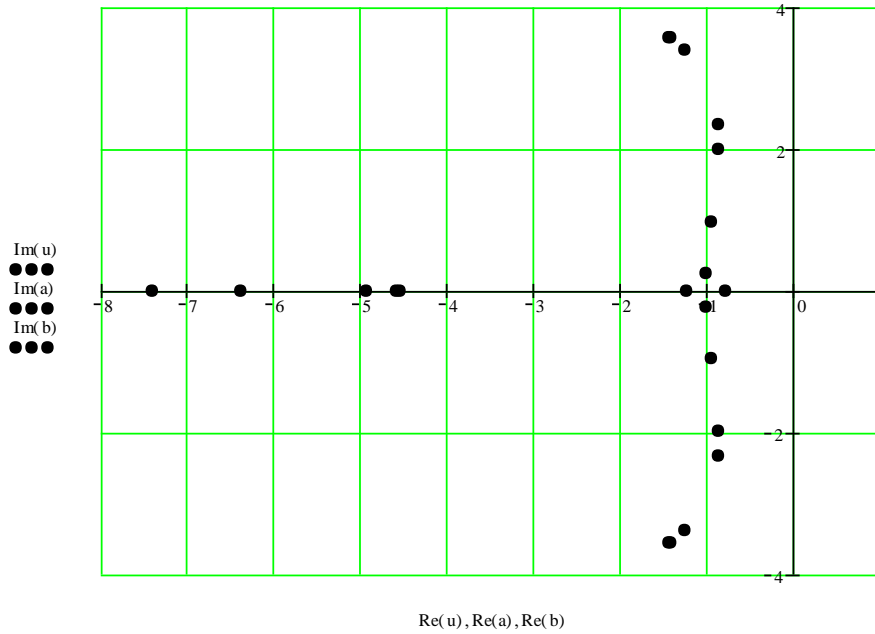


Рис.Б.1. – Програма побудови області стійкості при зміні k_1 від 0 до ∞ і $T_1 = const$ в програмному пакеті Mathcad

Додаток Б.2

Побудова області стійкості САК при зміні T_1 від 0 до ∞ і $k_1 \rightarrow 0$

$$k1:=0.0000001 \quad k2:=0.178 \quad k3:=33.5 \quad k4:=0.029 \quad k5:=0.0125$$

$$T1:=1270000 \quad T2:=0.8 \quad T3:=0.22 \quad T4:=0.003 \quad T4':=0.08 \quad T5:=0.09$$

Given

$$4.75 \cdot 10^5 \cdot T1 \cdot p^5 + 1.66 \cdot 10^2 \cdot T1 \cdot p^4 + .27 \cdot T1 \cdot p^3 + 1.11 \cdot T1 \cdot p^2 + T1 \cdot p + 4.75 \cdot 10^5 \cdot p^4 + 1.66 \cdot 10^2 \cdot p^3 + .27 \cdot p^2 + 1.11 \cdot p + 1 + 3.67 \cdot 10^5 \cdot k1 \cdot p$$

$$\text{Find}(p) \rightarrow [-332.593816251163744119063487570228769475233603185971778525404435727408985787401582677165821039]$$

$$q := \begin{bmatrix} -333.333 & -11.111 & -4.545 & -1.249 & -(7.874 \cdot 10^8) \end{bmatrix}$$

$$q = \begin{pmatrix} -333.333 & -11.111 & -4.545 & -1.249 & -7.874 \times 10^8 \end{pmatrix}$$

$$u := \begin{pmatrix} -1 \times 10^7 & -333.333 & -11.111 & -4.545 & -1.25 \\ -333.333 & -78.74 & -11.111 & -4.545 & -1.25 \\ -333.333 & -11.111 & -4.545 & -1.25 & -0.787 \\ -333.333 & -11.111 & -4.545 & -1.25 & -7.874 \times 10^{-3} \\ -333.333 & -11.111 & -4.545 & -1.25 & -7.874 \times 10^{-5} \\ -333.333 & -11.111 & -4.545 & -1.25 & -7.874 \times 10^{-8} \end{pmatrix}$$

$$\operatorname{Re}(u) = \begin{pmatrix} -1 \times 10^7 & -333.333 & -11.111 & -4.545 & -1.25 \\ -333.333 & -78.74 & -11.111 & -4.545 & -1.25 \\ -333.333 & -11.111 & -4.545 & -1.25 & -0.787 \\ -333.333 & -11.111 & -4.545 & -1.25 & -7.874 \times 10^{-3} \\ -333.333 & -11.111 & -4.545 & -1.25 & -7.874 \times 10^{-5} \\ -333.333 & -11.111 & -4.545 & -1.25 & -7.874 \times 10^{-8} \end{pmatrix} \quad \operatorname{Im}(u) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

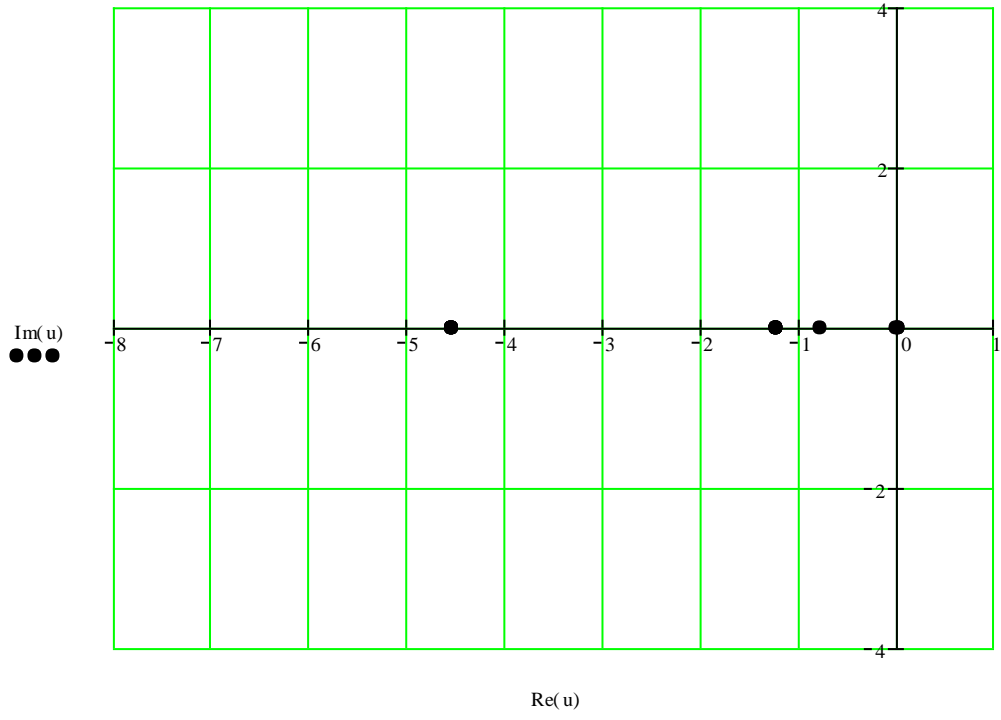


Рис.Б.2. – Програма побудови області стійкості при зміні T_1 від 0 до ∞ і $k_1 \rightarrow 0$ в програмному пакеті Mathcad

Побудова області стійкості САК при зміні T_1 від 0 до ∞ і $k_1 = 101.5$

$$k1 := 101.5 \quad k2 := 0.178 \quad k3 := 33.5 \quad k4 := 0.029 \quad k5 := 0.0125$$

$$T1 := 1270000 \quad T2 := 0.8 \quad T3 := 0.22 \quad T4 := 0.003 \quad T4' := 0.08 \quad T5 := 0.09$$

Given

$$4.75 \cdot 10^5 \cdot T1 \cdot p^5 + 1.66 \cdot 10^2 \cdot T1 \cdot p^4 + .27 \cdot T1 \cdot p^3 + 1.11 \cdot T1 \cdot p^2 + T1 \cdot p + 4.75 \cdot 10^5 \cdot p^4 + 1.66 \cdot 10^2 \cdot p^3 + .27 \cdot p^2 + 1.11 \cdot p + 1 + 3.67 \cdot 10^5 \cdot k1 \cdot p^4$$

$$\text{Find}(p) \rightarrow \left[-332.5938221930952351130634875226506664562336394730993292540434758052055860795329128115639321 \right]$$

$$q := \left[-333.333 \quad -11.111 \quad -4.545 \quad -1.249 \quad -(9.062 \cdot 10^{-7}) \right]$$

$$q = \left(-333.333 \quad -11.111 \quad -4.545 \quad -1.249 \quad -9.062 \times 10^{-7} \right)$$

$$u := \begin{pmatrix} -7.949 \times 10^8 & -14.901 - 2.393i & -14.901 + 2.393i & -1.82 - 3.172i & -1.82 + 3.172i \\ -6.577 \times 10^3 & -14.523 - 2.727i & -14.523 + 2.727i & -1.799 - 3.169i & -1.799 + 3.169i \\ -393.295 & -10.325 & -7.45 & -0.882 - 2.351i & -0.882 + 2.351i \\ -333.928 & -11.106 & -4.583 & -1.151 & -0.097 \\ -333.339 & -11.111 & -4.546 & -1.249 & -9.068 \times 10^{-4} \\ -333.333 & -11.111 & -4.545 & -1.25 & -9.062 \times 10^{-7} \end{pmatrix}$$

$$\text{Re}(u) = \begin{pmatrix} -7.949 \times 10^8 & -14.901 & -14.901 & -1.82 & -1.82 \\ -6.577 \times 10^3 & -14.523 & -14.523 & -1.799 & -1.799 \\ -393.295 & -10.325 & -7.45 & -0.882 & -0.882 \\ -333.928 & -11.106 & -4.583 & -1.151 & -0.097 \\ -333.339 & -11.111 & -4.546 & -1.249 & -9.068 \times 10^{-4} \\ -333.333 & -11.111 & -4.545 & -1.25 & -9.062 \times 10^{-7} \end{pmatrix}$$

$$\text{Im}(u) = \begin{pmatrix} 0 & -2.393 & 2.393 & -3.172 & 3.172 \\ 0 & -2.727 & 2.727 & -3.169 & 3.169 \\ 0 & 0 & 0 & -2.351 & 2.351 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

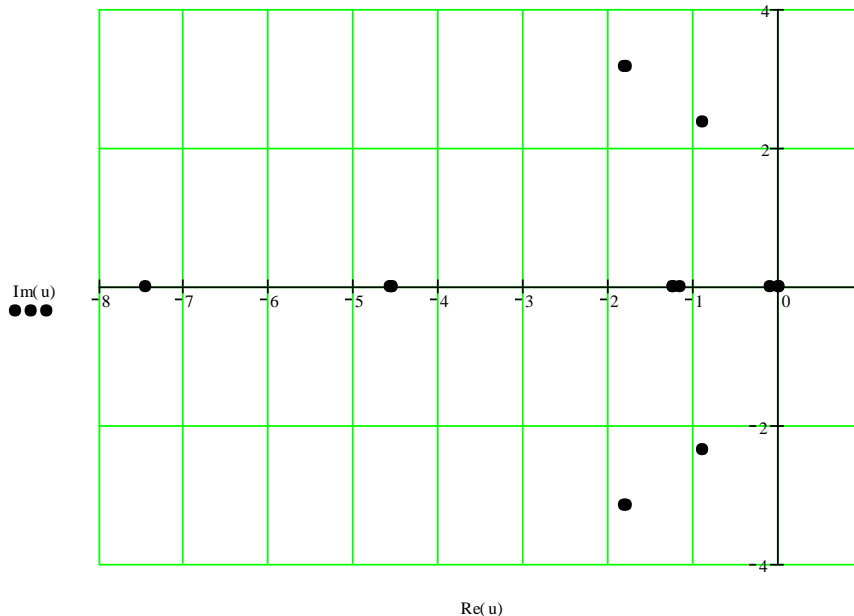


Рис.Б.3. – Програма побудови області стійкості при зміні T_1 від 0 до ∞ і $k_1 = 101.5$ в

програмному пакеті Mathcad

Побудова області стійкості САК при зміні T_1 від 0 до ∞ і $k_1 \rightarrow \infty$

$$k1 := 10000000 \quad k2 := 0.178 \quad k3 := 33.5 \quad k4 := 0.029 \quad k5 := 0.0125$$

$$T2 := 0.8 \quad T3 := 0.22 \quad T4 := 0.003 \quad T4' := 0.08 \quad T5 := 0.09$$

Given

$$4.752 \cdot 10^5 \cdot T1 \cdot p^5 + 1.6643410^2 \cdot T1 \cdot p^4 + .27113T1 \cdot p^3 + 1.113 T1 \cdot p^2 + T1 \cdot p + 4.752 \cdot 10^5 \cdot p^4 + 1.6643410^2 \cdot p^3 + .27113p^2 + 1.113 p + 1$$

$$\text{Find}(p) \rightarrow \left[-333.91946265381970916410595017972995085382734661226093862453133515785486178.0541942592342549345 \right]$$

$$q = (-333.919 \quad -11.106 \quad -4.583 \quad -1.153 \quad -0.088)$$

$$u := \begin{pmatrix} -7.733 \times 10^{13} & -13.249 - 3.732i & -13.249 + 3.732i & -1.454 - 3.572i & -1.454 + 3.572i \\ -6.089 \times 10^8 & -13.249 - 3.732i & -13.249 + 3.732i & -1.454 - 3.572i & -1.454 + 3.572i \\ -6.09 \times 10^6 & -13.249 - 3.732i & -13.249 + 3.732i & -1.454 - 3.571i & -1.454 + 3.571i \\ -6.121 \times 10^4 & -13.219 - 3.735i & -13.219 + 3.735i & -1.452 - 3.57i & -1.452 + 3.57i \\ -934.109 & -11.313 - 3.429i & -11.313 + 3.429i & -1.214 - 3.416i & -1.214 + 3.416i \\ -333.919 & -11.106 & -4.583 & -1.153 & -0.088 \end{pmatrix}$$

$$\text{Re}(u) = \begin{pmatrix} -7.733 \times 10^{13} & -13.249 & -13.249 & -1.454 & -1.454 \\ -6.089 \times 10^8 & -13.249 & -13.249 & -1.454 & -1.454 \\ -6.09 \times 10^6 & -13.249 & -13.249 & -1.454 & -1.454 \\ -6.121 \times 10^4 & -13.219 & -13.219 & -1.452 & -1.452 \\ -934.109 & -11.313 & -11.313 & -1.214 & -1.214 \\ -333.919 & -11.106 & -4.583 & -1.153 & -0.088 \end{pmatrix}$$

$$\text{Im}(u) = \begin{pmatrix} 0 & -3.732 & 3.732 & -3.572 & 3.572 \\ 0 & -3.732 & 3.732 & -3.572 & 3.572 \\ 0 & -3.732 & 3.732 & -3.571 & 3.571 \\ 0 & -3.735 & 3.735 & -3.57 & 3.57 \\ 0 & -3.429 & 3.429 & -3.416 & 3.416 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

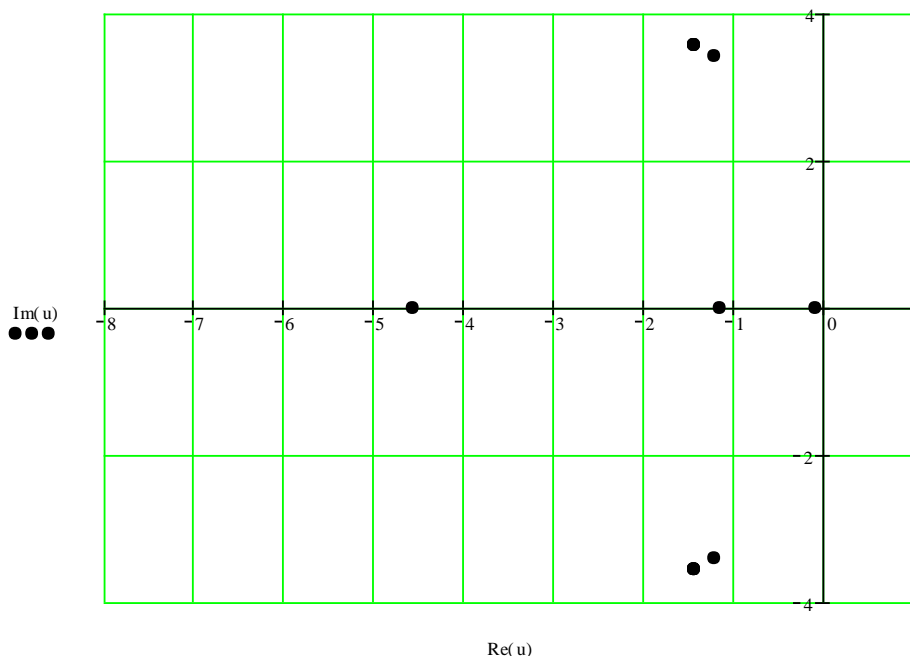


Рис.Б.4. – Програма побудови області стійкості при зміні T_1 від 0 до ∞ і $k_1 \rightarrow \infty$ в

програмному пакеті Mathcad

**Побудова області стійкості САК без внутрішнього зворотнього зв'язку при
зміні k_1 від 0 до ∞ і $T_1 = const$**

$$k2:=0.178 \quad k3:=33.5 \quad k5:=0.0125$$

$$T1:=1.27 \quad T2:=0.8 \quad T3:=0.22 \quad T5:=0.09$$

$$(1.27p + 1) \cdot (0.8p + 1) \cdot (0.22p + 1) \cdot (0.09p + 1) + k1 \cdot 0.178 \cdot 33.5 \cdot 0.0125$$

$$2.01168 \cdot 10^{-2} \cdot p^4 + .355946 p^3 + 1.6775 p^2 + 2.38 \cdot p + 1 + 7.453750 \cdot 10^{-2} \cdot k1$$

Given

$$2.01168 \cdot 10^{-2} \cdot p^4 + .355946 p^3 + 1.6775 p^2 + 2.38 \cdot p + 1 + 7.453750 \cdot 10^{-2} \cdot k1 = 0$$

$$\text{Find}(p) \rightarrow (-102.571336284286499880602138600905711594 \quad 102.571336284286499880602138600905711594$$

$$d = (-22.111- 17.17i \quad -22.111+ 17.17i \quad 13.264- 17.23i \quad 13.264+ 17.23i)$$

$$u := \begin{pmatrix} -11.111 & -4.545 & -1.25 & -0.787 \\ -11.055 & -4.938 & -0.851- 0.93i & -0.851+ 0.93i \\ -10.73 & -6.227 & -0.369- 1.984i & -0.369+ 1.984i \\ -10.388 & -7.056 & -0.125- 2.391i & -0.125+ 2.391i \\ -10.67- 4.368i & -10.67+ 4.368i & 1.823- 4.993i & 1.823+ 4.993i \\ -10.67- 4.368i & -10.67+ 4.368i & 1.823- 4.993i & 1.823+ 4.993i \end{pmatrix}$$

$$\text{Re}(u) = \begin{pmatrix} -11.111 & -4.545 & -1.25 & -0.787 \\ -11.055 & -4.938 & -0.851 & -0.851 \\ -10.73 & -6.227 & -0.369 & -0.369 \\ -10.388 & -7.056 & -0.125 & -0.125 \\ -10.67 & -10.67 & 1.823 & 1.823 \\ -10.67 & -10.67 & 1.823 & 1.823 \end{pmatrix} \quad \text{Im}(u) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.93 & 0.93 \\ 0 & 0 & -1.984 & 1.984 \\ 0 & 0 & -2.391 & 2.391 \\ -4.368 & 4.368 & -4.993 & 4.993 \\ -4.368 & 4.368 & -4.993 & 4.993 \end{pmatrix}$$

$$a := (-22.111- 17.17 \cdot i \quad -22.111+ 17.17 \cdot i \quad 13.264- 17.23 \cdot i \quad 13.264+ 17.23 \cdot i)$$

$$\text{Re}(a) = (-22.111 \quad -22.111 \quad 13.264 \quad 13.264)$$

$$\text{Im}(a) = (-17.17 \quad 17.17 \quad -17.23 \quad 17.23)$$

$$b := (-102.57- 98.06 \cdot i \quad -102.57+ 98.06 \cdot i \quad 93.724- 98.062 \cdot i \quad 93.724+ 98.062 \cdot i)$$

$$\text{Re}(b) = (-102.57 \quad -102.571 \quad 93.724 \quad 93.724)$$

$$\text{Im}(b) = (-98.06 \quad 98.06 \quad -98.062 \quad 98.062)$$

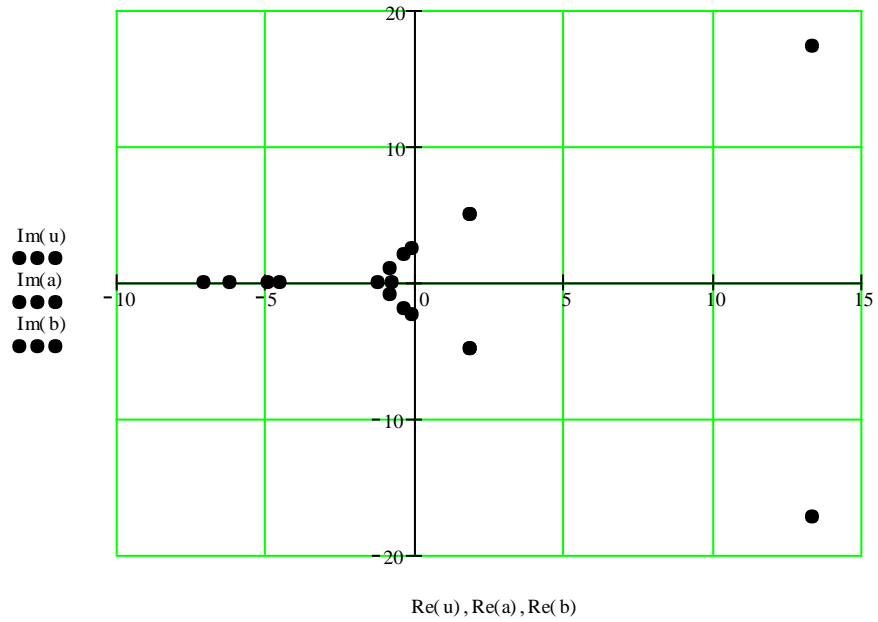


Рис.Б.5. – Програма побудови області стійкості САК без внутрішнього ЗЗ при зміні k_1 від 0 до ∞ і $T_1 = const$ в програмному пакеті Mathcad