

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу

Інститут інформаційних технологій  
Кафедра інформаційно-вимірювальних технологій

Таборський Мар'ян-Ярослав Зіновійович

(прізвище, ім'я, по батькові)

УДК 621.317  
(індекс)

## МАГІСТЕРСЬКА РОБОТА

**Метрологічний аналіз методу тривимірного лазерного сканування об'єктів**

(назва роботи)

Метрологія та вимірювальна техніка

(назва освітньої програми)

**152 – «Метрологія та інформаційно-вимірювальна техніка»**

(шифр і назва спеціальності)

М.-Я. З. Таборський

(підпис, ініціали та прізвище здобувача освітнього ступеня)

Науковий керівник Чуйко Мирослава Михайлівна, к.т.н, доц.

(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

Допущено до захисту

Завідувач кафедри

О. Є. Середюк

(посада) (підпис) (дата) (ініціали та прізвище)

Рецензент

(посада) (підпис) (дата) (ініціали та прізвище)

Робота містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

Івано-Франківськ, 2024 р.

**Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу**

(повне найменування закладу вищої освіти)

Інститут *інформаційних технологій*

Кафедра *інформаційно-вимірювальних технологій*

Освітній рівень *другий (магістерський)*

Спеціальність *152- Метрологія та інформаційно-вимірювальна техніка*

(шифр і назва)

**ЗАТВЕРДЖУЮ**

Завідувач кафедри ІВТ

О.Є. Середюк

«    »                      2024 року

**З А В Д А Н Н Я  
НА МАГІСТЕРСЬКУ РОБОТУ СТУДЕНТОВІ**

*Таборський Мар'ян-Ярослав Зіновійович*

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи *Метрологічний аналіз методу тривимірного лазерного сканування об'єктів*

керівник роботи *Чуйко Мирослава Михайлівна, к.т.н, доц.*

(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом закладу вищої освіти від "15" 12.2023 року № 734/7

2. Строк подання студентом роботи                      20.01.2024р.

3. Вихідні дані до роботи: точність вимірювання відстані до поверхні об'єкта – 1 мм; роздільна здатність сканування – 0,5 мм; діапазон сканування 360°

4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити)

1. АНАЛІЗ МЕТОДІВ ТА ПРИНЦИПИ РОБОТИ 3D СКАНЕРІВ

2. МЕТРОЛОГІЧНИЙ АНАЛІЗ МЕТОДІВ ТРИВИМІРНОГО ЛАЗЕРНОГО СКАНУВАННЯ ОБ'ЄКТІВ

3. РОЗРОБЛЕННЯ МОДЕЛІ ПРИСТРОЮ ТРИВИМІРНОГО ЛАЗЕРНОГО СКАНУВАННЯ ОБ'ЄКТІВ

5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень)                     

1. АНАЛІЗ ВПЛИВОИХ ФАКТОРІВ ТА ПОХИБОК ПРИ ТРИВИМІРНОМУ ЛАЗЕРНОМУ СКАНУВАННІ (ф. А3)

2. АЛГОРИТМ РОБОТИ ПРИСТРОЮ ТРИВИМІРНОГО СКАНУВАННЯ(ф. А3)

3. СХЕМАТИЧНА РЕАЛІЗАЦІЯ ПРИСТРОЮ СКАНУВАННЯ (ф. А4)

4. АПАРАТНА РЕАЛІЗАЦІЯ ПРИСТРОЮ СКАНУВАННЯ (ф. А4)

5. ФАКТИЧНІ ТА ЦИФРОВІ МОДЕЛІ СКАНУВАННЯ ЧАШКИ (ф. А4)

6. ФАКТИЧНІ ТА ЦИФРОВІ МОДЕЛІ СКАНУВАННЯ ЯБЛУКА (ф. А4)

## 6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
нормоконтроль	Лютак З.П., професор каф. ІВТ		

7. Дата видачі завдання \_\_\_\_\_

## КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів магістерської роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітка
1.	<i>Аналіз методів та принципи роботи 3D сканерів</i>	<i>18.12.2023</i>	
2.	<i>Метрологічний аналіз методів тривимірного лазерного сканування об'єктів</i>	<i>29.12.2023</i>	
3.	<i>Розроблення моделі пристрою тривимірного лазерного сканування об'єктів</i>	<i>08.01.2024</i>	
4.	<i>Оформлення магістерської роботи</i>	<i>19.01.2024</i>	

Студент \_\_\_\_\_ Таборський М.-Я.З.  
(підпис) (прізвище та ініціали)

Керівник роботи \_\_\_\_\_ Чуйко М.М.  
(підпис) (прізвище та ініціали)

## РЕФЕРАТ

В магістерській роботі на тему «Метрологічний аналіз методу тривимірного лазерного сканування об'єктів»: 67 с., 24 рис., 1 табл., 27 джерел, 5 аркушів креслень.

**Об'єктом дослідження** є процес тривимірного сканування об'єктів.

**Предмет дослідження** – параметри тривимірного сканування об'єктів, що визначають метрологічні характеристики тривимірного сканування.

**Мета і задачі досліджень.** Дослідити фізичні принципи роботи, конструкції тривимірного лазерного сканера. Здійснити метрологічний аналіз методів тривимірного сканування, класифікацію похибок точності роботи 3D сканерів та причини їх виникнення. Розробити удосконалений пристрій тривимірного сканування обраним методом для створення 3D-зображень заданої точності та дослідити точність сканування пристрою на основі аналізу отриманих експериментальних зображень.

**Ключові слова:** лазер, сканування, 3D-зображення, триангуляційний метод, метрологічний аналіз.

## ABSTRACT

In the master's thesis on the topic "Metrological analysis of the method of three-dimensional laser scanning of objects": 67 pages, 24 figures, 1 table, 27 sources, 5 sheets of drawings.

**The object of research** is the process of three-dimensional scanning of objects.

**The subject of research** is the parameters of three-dimensional scanning of objects that determine the metrological characteristics of three-dimensional scanning.

**The goal and tasks of research.** To investigate the physical principles of operation, construction of a three-dimensional laser scanner. Carry out a metrological analysis of three-dimensional scanning methods, classification of errors in the accuracy of 3D scanners and their causes. Develop an improved three-dimensional scanning device using the selected method to create 3D images of a given accuracy and investigate the scanning accuracy of the device based on the analysis of the obtained experimental images.

**Key words:** laser, scanning, 3D image, triangulation method, metrological analysis.

## ЗМІСТ

Вступ.....	6
1 АНАЛІЗ МЕТОДІВ ТА ПРИНЦИПИ РОБОТИ 3D СКАНЕРІВ.....	10
1.1 Історія розвитку скануючих пристроїв .....	11
1.2 Види сканерів .....	12
1.3 Класифікація сучасних сканерів .....	21
1.3.1 Ручні сканери.....	21
1.3. Настільні сканери.....	23
1.4 Застосування лазерних сканерів .....	26
1.5 Постановка задачі на магістерську роботу.....	29
2 МЕТРОЛОГІЧНИЙ АНАЛІЗ МЕТОДІВ ТРИВИМІРНОГО ЛАЗЕРНОГО СКАНУВАННЯ ОБ'ЄКТІВ .....	30
2.1 Класифікація похибок тривимірного лазерного сканування .....	30
2.2 Метрологічний аналіз технологій тривимірного лазерного сканування.....	31
2.2.1 Метрологічний аналіз тривимірного лазерного сканування імпульсним методом.....	31
2.2.2 Метрологічний аналіз тривимірного лазерного сканування фазовим методом.....	31
2.2.3 Метрологічний аналіз тривимірного лазерного сканування триангуляційним методом.....	37
2.3 Вплив метрологічних властивостей об'єктів на точність тривимірної лазерної зйомки . .....	41
2.4 Вплив параметрів сканування та характеристик сканерів на точність отримання даних .....	47
3 РОЗРОБЛЕННЯ МОДЕЛІ ПРИСТРОЮ ТРИВИМІРНОГО СКАНУВАННЯ .....	49
3.1 Типова будова пристроїв тривимірного сканування .....	49
3.2 Проектування пристрою тривимірного сканування .....	49
3.3 Технічна реалізація розробленого пристрою сканування .....	52
3.4 Метрологічна оцінка експериментальних результатів роботи пристрою тривимірного сканування.....	59
3.5 Методи репродукції 3D зображень.....	62
Висновки.....	64
Перелік посилань на джерела.....	65

## ВСТУП

**Актуальність теми.** Лазерне сканування – технологія, що дозволяє створити цифрову тривимірну модель об'єкта, представивши його набором точок з просторовими координатами. Технологія заснована на використанні нових геодезичних приладів – лазерних сканерів, що вимірюють координати точок поверхні об'єкта з високою швидкістю близько кількох десятків тисяч точок на секунду. Отриманий набір точок називається «хмарою точок» і може бути представлений у вигляді тривимірної моделі об'єкта, плоского креслення, набору перерізів, поверхні і т.д.

Існує кілька технологій для цифрового сканування форми та створення 3D-моделі об'єкта. Однак була розроблена спеціальна класифікація, яка ділить 3D-сканери на 2 типи: контактні та безконтактні.

Контактні 3D-сканери досліджують (зондують) об'єкт безпосередньо через фізичний контакт, поки сам предмет перебуває на прецизійній перевірочній плиті, відшліфованій та відполірованій до певної міри шорсткості поверхні.

Активні сканери використовують певні види випромінювання або просто світло та сканують об'єкт через відображення світла або проходження випромінювання через об'єкт чи середовище. У таких пристроях застосовується світло, ультразвук або рентгенівське проміння.

Пасивні сканери не випромінюють світло, натомість вони використовують відбите світло з навколишнього простору. Більшість сканерів цього типу призначені для виявлення видимого світла, адже це найдоступніший вид навколишнього випромінювання.

За останнє десятиріччя набув популярності метод лазерного сканування та має широке застосування у багатьох галузях промисловості. Це один з найсучасніших методів який дозволяє отримати інформацію про місцевість. За цими даними будують топографічні плани і тривимірні моделі. Лазерне сканування застосовується в будівництві автомобільних

доріг, залізниць, та інших інженерних споруд. Лікарі, наприклад, використовують їх для сканування зубів, кісток та вивчення органів тіла. Незабаром можлива поява сканерів нового покоління, здатних сканувати об'єкти для передачі в ефір, наприклад, для переговорів у майбутньому.

Лазерне сканування в промисловості використовується як метод досліджень під реконструкцію або виконавчої зйомки. Швидкість методу дозволяє у край швидко отримати точну і актуальну 3d-модель виробництва "як є" або "як побудовано". Наявність таких даних дозволяє на іншому якісному рівні спроектувати реконструкцію або проконтролювати хід будівництва.

Лазерне сканування в архітектурі застосовується для геодезичної зйомки фасадів, інтер'єрів будівель. Архітектурний обмір за даними лазерного сканування містить фасади, плани, розрізи, деталі, шаблони, при цьому достовірність цієї інформації за рахунок високої автоматизації на порядок вище, ніж при використанні традиційних геодезичних засобів. Найбільш затребуване лазерне сканування пам'ятників архітектури, зйомку будівель для монтажу навісних фасадів. Останнім часом дані лазерного сканування використовуються для проектування реконструкції і контролю будівництва будівель і споруд.

На об'єктах транспорту ефективність лазерного сканування визначається можливістю зйомки лінійних об'єктів без зупинки руху. 3d сканування тунелів, мостів, доріг як правило виконується з метою створення топографічних планів, профілів, перерізів для проектування ремонту, реконструкції, для наповнення автоматизованого електронного банку даних об'єктивними просторовими даними про фактичний стан об'єктів транспорту.

Наземне лазерне сканування в геодезії, маркшейдерії застосовується для зйомки топографічних планів великого масштабу. Найбільша ефективність досягається при лазерному скануванні кар'єрів, відкритих вироблень, шахт, штолень, тунелів. Швидкість методу дозволяє оперативно

отримувати дані про хід земляних робіт, розраховувати об'єми вийнятої породи, здійснювати геодезичний контроль ходу будівництва, стежити за стійкістю бортів кар'єру, моніторинг зсувних процесів.

Лазерне сканування в археології застосовується для фіксації розкопок, археологічних знахідок. Швидкість зйомки важлива в охоронній археології. Висока точність хмари точок дозволяє згодом створити точну і реалістичну 3d-модель пам'ятника археології, використати цю модель в інтерактивному застосуванні при музеєфікації або для забезпечення віртуального доступу до об'єкту наукового співтовариства.

**Об'єктом дослідження** є процес тривимірного сканування об'єктів.

**Предмет дослідження** – параметри тривимірного сканування об'єктів, що визначають метрологічні характеристики наземного сканування.

**Мета роботи.** Дослідити фізичні принципи роботи, конструкції тривимірного лазерного сканера. Здійснити метрологічний аналіз методів тривимірного сканування, класифікацію похибок точності роботи 3D сканерів та причини їх виникнення. Розробити удосконалений пристрій тривимірного сканування обраним методом для створення 3D-зображень заданої точності та дослідити точність сканування пристроєм на основі аналізу отриманих експериментальних зображень.

**Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити наступні завдання:**

- здійснити аналіз існуючих методів сканування об'єктів;
- дослідити основні технічні параметри сучасних лазерних тривимірних сканерів;
- розробити структурну схему системи сканування;
- здійснити метрологічний аналіз результатів сканування.

**Методи дослідження.** Для реалізації досліджень було використано комплексний підхід, що базується на використанні теоретичних основ оптичних систем при лазерному скануванні, цифрової обробки сигналів,

математичного моделювання зображень для перетворення 2D зображень у 3D, математичної статистики і теорії імовірності.

**Новизна роботи полягає в наступному:** Отримав подальший розвиток процес тривимірного моделювання об'єктів сканування тріангуляційним методом сканування для забезпечення заданої точності сканування.

**Практичне значення результатів роботи** На основі метрологічного аналізу методів 3D сканування обґрунтовано вибір імпульсного методу побудови зображень та розроблено удосконалений пристрій тривимірного сканування, що забезпечує необхідну точність об'єктів сканування.

## 1 АНАЛІЗ МЕТОДІВ ТА ПРИНЦИПИ РОБОТИ 3D СКАНЕРІВ

3D-сканер є спеціальним пристроєм, який аналізує певний фізичний об'єкт або простір, щоб отримати дані про форму предмета і, по можливості, про його зовнішній вигляд (наприклад, про колір). Зібрані дані надалі застосовуються для створення цифрової тривимірної моделі цього об'єкта.

Створити 3D-сканер дозволяють відразу кілька технологій, що відрізняються між собою певними перевагами, недоліками, а також вартістю. До того ж, існують деякі обмеження щодо об'єктів, які можуть бути оцифровані. Зокрема, виникають труднощі з блискучими, прозорими або дзеркальними поверхнями, що володіють предмети.

Мета 3D-сканера полягає в тому, щоб створити хмару точок геометричних зразків на поверхні об'єкта. Надалі ці точки можуть бути екстрапольовані для відтворення форми предмета (процес, званий реконструкцією). Якщо були отримані дані і про колір, то колір реконструйованої поверхні також можна визначити.

3D-сканери трохи схожі на звичайні камери. Зокрема, у них є конусоподібне поле зору, і вони можуть отримувати інформацію тільки з поверхонь, які не були затемнені. Відмінності між цими двома пристроями в тому, що камера передає тільки інформацію про колір поверхні, що потрапила в її поле зору, а ось 3D-сканер збирає інформацію про відстані на поверхні, яка також перебуває в його полі зору [1]. Таким чином, «картинка», отримана за допомогою 3D-сканера, описує відстань до поверхні в кожній точці зображення. Це дозволяє визначити положення кожної точки на зображенні відразу в трьох площинах.

Найчастіше одного сканування недостатньо для створення повноцінної моделі предмета. Таких операцій потрібно кілька. Як правило, безліч сканувань з різних напрямків потрібні для того, щоб отримати інформацію про всі сторони об'єкта. Усі результати сканування мають бути приведені до

загальної системи координат – процес, званий прив'язкою зображень чи вирівнюванням, і лише після цього створюється повна модель. Вся ця процедура від простої карти з відстанями до повноцінної моделі називається 3D-конвеєр скануванням.

## **1.1 Історія розвитку скануючих пристроїв**

З усіх комп'ютерних пристроїв, сканер – один із найстаріших за часом з винаходів. Системи для сканування зображення є невід'ємною частиною таких пристроїв, як фототелеграф, телефакс, телекамера та існують більше ста років. В 1855 італійський фізик Казеллі створив прилад для передачі зображень, названий "пантелеграфом". У цьому приладі голка сканувала зображення, намальоване струмопровідним чорнилом. З винаходом фотоелемента було створено фототелеграф, у якому тонкий промінь світла переміщався поверхнею закріпленої на барабані фотографії. Світло, відбиваючись від поверхні зображення, потрапляє на катод фотоелемента, викликаючи струм емісії, пропорційний відбивній здатності. На початку століття німецьким фізиком Корном створили фототелеграф, який нічим принципово не відрізняється від сучасних барабанних сканерів [2]. У ньому відбувається механічне сканування зображення з двох координат і висвітлюється кожна точка окремо. Світло, що проходить через неї, сприймається одним селеновим фотоприймачем – отже, відсутня похибка, пов'язана з неідентичністю чутливих елементів. Це найстаріший і на сьогоднішній день найякісніший, але й найдорожчий спосіб. Він не має важливих обмежень на кількість точок, з яких буде складено зображення. Розвиток напівпровідникових технологій дозволив об'єднати кілька фотоприймачів в одну лінійку та обійтися переміщенням лише за однією координатою. Це призвело до народження планшетних, рулонних, проєкційних та ручних сканерів. Їхня оптична схема абсолютно однакова і може бути представлена у вигляді об'єктива, що фокусує рядок зображення

на лiнiйку фотоприймачiв. Вiдмiннiсть полягає у способi перемiщення фотографiї, лiнiйки фотоприймачiв та об'єктива. Зазвичай об'єктив та лiнiйка фотоелементiв жорстко пов'язанi та перемiщаються щодо фотографiї. Роздiльна здатнiсть подiбних пристроїв обумовлена кiлькiстю чутливих елементiв у лiнiйцi, i якщо ширина фотографiї менше робочої поверхнi сканера, то використовується лише частина фотоелементiв. У деяких проєкцiйних сканерах i цифрових студийних фотоапаратах вiдбувається перемiщення лiнiйки фотоприймачiв щодо зображення, сформованого нерухомим об'єктивом [3]. Проєкцiйнi сканери дозволяють сфокусувати об'єкт на всю ширину лiнiйки чутливих елементiв i, таким чином, незалежно вiд розмiру зображення отримати максимальну роздiльну здатнiсть.

Сучасний сканер функцiонально складається з двох частин: власне скануючого механiзму та програмної частини (рис. 1.1).



Рисунок 1.1 – Координатно-вимiрювальна машина iз двома фiксованими взаємно перпендикулярними вимiрювальними руками

## 1.2 Види сканерiв

3D-сканери подiляються на два типи за методом сканування:

контактний та безконтактний.

Контактний метод ґрунтується на безпосередньому контакті сканера з досліджуваним об'єктом. Контактні сканери фізично обстежують сканований об'єкт навіпацки, передаючи тривимірні координати на комп'ютер. Перевагами такого виду сканерів є:

- а) здатність сканувати призматичні частини; б) незалежність від освітлення;
- в) високий рівень деталізації; г) простота використання;
- д) малий обсяг одержуваних файлів.

До недоліків цього виду 3D-сканерів відноситься те, що вони повільні і можуть пошкодити тендітні об'єкти сканування [4]. Сканером, як правило, управляє оператор. Але незважаючи на свої недоліки, вони дуже точні.

Механізм сканера буває трьох різних форм.

1. Каретка з фіксованою вимірювальною рукою, розташованою перпендикулярно, а вимірювання відбувається по осях, поки рука ковзає вздовж каретки. Ця система оптимальна для плоских або звичайних кривих опуклих поверхонь.

2. Маніпулятор з фіксованими складовими та високоточними кутовими датчиками. Розташування кінця вимірювальної руки тягне у себе складні математичні обчислення, що стосуються кута обертання шарніра зап'ястя руки, і навіть кута розвороту кожного з з'єднань руки. Цей механізм ідеально підходить для зондування заглиблень або внутрішніх просторів із невеликим вхідним отвором.

3. Одночасне використання попередніх двох методів. Наприклад, маніпулятор можна поєднати з кареткою, що дозволить отримати 3D-дані від великих об'єктів, що володіють внутрішніми порожнинами або поверхнями, що перекривають один одного.

Неконтактні пристрої можна розділити на дві окремі категорії: активні та пасивні сканери.

Активні сканери випромінюють на об'єкт деякі спрямовані хвилі (найчастіше світло, промінь лазера) і виявляють його відображення для аналізу.

Часопролітний сканер. Часопролітний лазерний 3D-сканер – це активний сканер, який використовує лазерний промінь для дослідження об'єкта. В основі цього типу сканера лежить часопролітний лазерний далекомір. У свою чергу лазерний далекомір визначає відстань до поверхні об'єкта, виходячи з часу прольоту лазера туди і назад. Сам лазер використовується для створення світлового імпульсу, тоді як детектор вимірює час до того моменту, поки світло не відобразиться. Враховуючи, що швидкість світла  $c$  – величина постійна, то знаючи час прольоту променя туди-назад, можна визначити відстань, на яку перемістилося світло, вона буде вдвічі більша за відстань між сканером і поверхнею об'єкта [5]. Якщо  $t$  – це час польоту променя лазера туди-назад, тоді відстань дорівнюватиме  $c \times t / 2$ . Точність часу прольоту лазерного променя 3D-сканера залежить від того, наскільки точно ми можемо виміряти час  $t$ : 3,3 пс (приблизно) необхідно для того, щоб лазер подолав 1 мм.

Лазерний далекомір визначає відстань лише однієї точки у заданому напрямку. Тому пристрій сканує все своє поле зору окремими точками за раз, змінюючи при цьому напрям сканування. Міняти напрям лазерного далекоміра можна або шляхом обертання самого приладу, або за допомогою системи дзеркал, що обертаються. Найчастіше використовують останній метод, адже він набагато швидший, точніший, а також легший у користуванні. Наприклад, прольотні 3D-сканери можуть вимірювати відстань від 10000 точок до 100000 точок за одну секунду.

Часопролітні девайси також доступні у конфігурації 2D. В основному, це стосується прольотних камер.

Триангуляційний сканер. Триангуляційні лазерні 3D-сканери також відносяться до активних сканерів, які використовують лазерний промінь для того, щоб прозондувати об'єкт. Подібно до прольотних 3D-сканерів триангуляційні пристрої посилають на об'єкт сканування лазер, а окрема камера фіксує розташування точки, куди потрапив лазер. Залежно від того, як далеко лазер просувається поверхнею, точка з'являється в різних місцях поля зору камери. Ця технологія названа триангуляція тому, що лазерна точка, камера і сам лазерний випромінювач утворюють своєрідний трикутник (рис. 1.2).

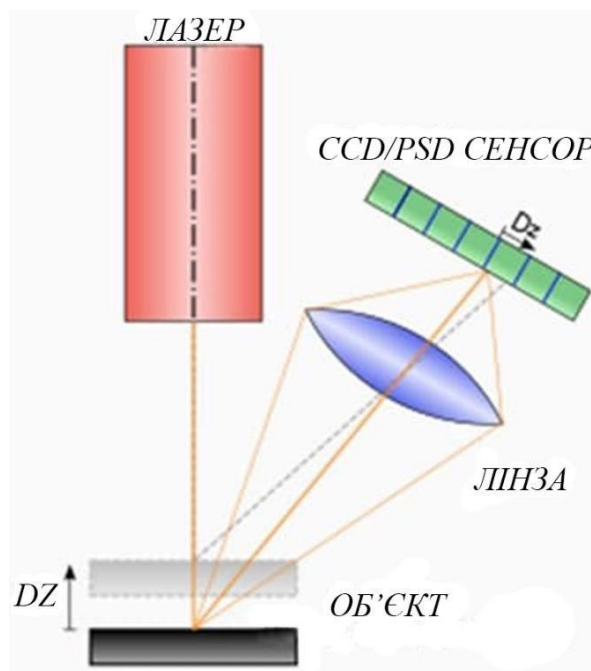


Рисунок 1.2 – Принцип роботи датчика лазерної триангуляції

Відома довжина однієї сторони цього трикутника – відстань між камерою та лазерним випромінювачем. Також відомий кут лазерного випромінювача. А ось кут камери можна визначити за розташуванням лазерної точки в полі огляду камери. Ці показники повністю визначають форму і розмір трикутника і вказують на розташування кута лазерної точки [6]. У більшості випадків, щоб прискорити процес отримання даних, замість лазерної точки користуються лазерною смугою (рис. 1.3). Так, Національна науково-дослідна рада Канади була серед перших наукових організацій, які

розробили основи технології триангуляційного лазерного сканування ще 1978 року.

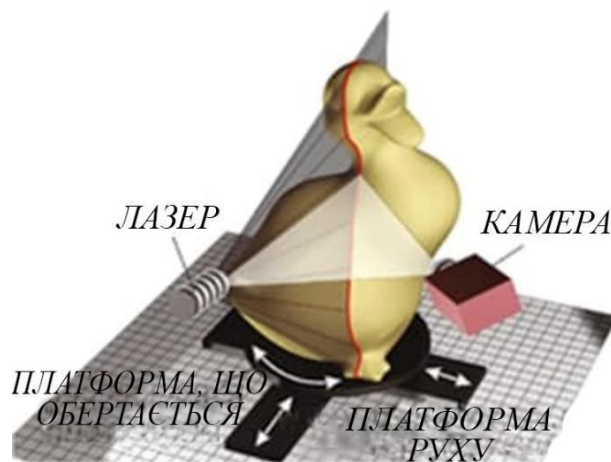


Рисунок 1.3 – Створення хмари точок за допомогою триангуляції лазерною смугою

Як прольотні, так і триангуляційні сканери мають свої сильні і слабкі сторони, що визначає їх вибір для кожної конкретної ситуації. Перевага прольотних пристроїв в тому, що вони оптимально підходять для роботи на дуже великих відстанях аж до декількох кілометрів. Вони ідеальні для сканування будівель чи географічних об'єктів. У той самий час, до недоліків можна віднести точність вимірів [7]. Адже швидкість світла досить висока, тому при підрахунку часу, який потрібний променю, щоб подолати відстань від та до об'єкта, можливі деякі погрішності (до 1 мм). І це робить результати сканування приблизними.

Що ж до триангуляційних далекомірів, то у них ситуація з точністю навпаки. Діапазон їхньої дії становить лише кілька метрів, а ось точність відносно висока. Такі пристрої можуть виміряти відстань з точністю до десятків мікрометрів.

Негативно на точність роботи прольотних сканерів впливає дослідження краю об'єкта. Лазерний імпульс посилається один, а відбивається одразу з двох місць. Координати розраховуються, з позиції

самого сканера, береться середнє значення двох відбитків променя лазера. Це призводить до того, що точка буде визначена у неправильному місці. При використанні сканерів з високою роздільною здатністю шанси на те, що лазерний промінь потрапить точно на край об'єкта зростають, але при цьому за краєм з'явиться шум, що негативно позначиться на результатах сканування. Сканери з невеликим променем можуть вирішити проблему сканування краю, але вони мають обмежений діапазон дії, тому ширина променя перевищить відстань. Існує також спеціальне програмне забезпечення, яке дозволяє сканеру сприймати лише перше відображення променя, ігноруючи при цьому друге.

При швидкості роботи 10000 точок за секунду сканери з низькою роздільною здатністю впораються із завданням протягом кількох секунд. А ось для сканерів з високою роздільною здатністю потрібно зробити кілька мільйонів операцій, на що підуть хвилини. Варто враховувати, що дані можуть спотворитися, якщо об'єкт або сканер рухатимуться. Так, кожна точка фіксується у певний момент часу у певному місці [8]. Якщо об'єкт або сканер переміститься в простір, результати сканування будуть помилковими. Тому так важливо встановлювати і об'єкт, і сканер на фіксованій платформі, і звести можливість вібрації до мінімуму. Отже, сканування об'єктів у русі практично неможливо. Проте останнім часом ведуться активні дослідження, як можна компенсувати вплив вібрації на спотворення даних.

Варто врахувати і той факт, що при скануванні в одному положенні протягом тривалого часу невелике усунення сканера може статися через зміну температури. Якщо сканер встановлений на штативі і одна зі сторін сканера піддається сильному впливу сонячних променів, то в такому випадку штатив буде розширюватися, а дані сканування поступово спотворюватимуться з одного боку на інший. Разом з тим, деякі лазерні сканери мають вбудовані компенсатори, які протидіють будь-якому руху сканера під час роботи.

Коноскопічна система. У коноскопічній системі лазерний промінь проектується на поверхню об'єкта, після чого промінь відбивається по тій же траєкторії, але вже через коноскопічний кристал і проектується на прилад із зарядовим зв'язком (ПЗЗ). В результаті виходить дифракційний зразок, з якого за допомогою частотного аналізу можна визначити відстань до поверхні об'єкта. Основна перевага коноскопічної голографії у тому, що з вимірювання відстані потрібен лише одне хід променя, що дозволяє визначити, наприклад, глибину невеликого отвору.

Ручний лазерний сканер. Ручні лазерні сканери створюють 3D-зображення за принципом тріангуляції, описаним вище. Лазерний промінь або смуга проектується на об'єкт з ручного випромінювача, а сенсор (часто ПЗЗ або координатно-чутливий детектор) вимірює відстань до поверхні об'єкта. Дані збираються щодо внутрішньої системи координат і тому для отримання результатів, якщо сканер перебуває в русі, місце розташування пристрою має бути точно визначено. Це можна зробити за допомогою базових просторових об'єктів на сканованій поверхні (що відбивають елементи, що наклеюються, або природні особливості) або ж за допомогою методу зовнішнього стеження [9]. Останній спосіб найчастіше набуває форми лазерного трекера (що надає датчик положень) із вбудованою камерою (для визначення орієнтації сканера). Також можна використовувати фотограмметрію, що забезпечується 3 камерами, яка надає сканеру шість ступенів свободи (можливість здійснювати геометричні рухи у тривимірному просторі). Обидві техніки зазвичай використовують інфрачервоні світлодіоди, підключені до сканера. За ними спостерігають камери через фільтри, що забезпечують стійкість амбієнтного освітлення (віддзеркалення світла з різних поверхонь).

Дані сканування збираються комп'ютером і записуються як точки тривимірного простору, які після обробки перетворюються на тріангульовану сітку. Потім система автоматизованого проектування створює модель, використовуючи неоднорідний раціональний B-сплайн, NURBS (спеціальна

математична форма для створення кривих і поверхонь). Ручні лазерні сканери можуть поєднувати ці дані з пасивними датчиками видимого світла, які захоплюють текстуру поверхні та її колір, що дозволяє створити або провести інжиніринг зворотного повноцінної 3D-моделі.

Структуроване світло. 3D-сканери, що працюють за технологією структурованого світла, є проекцією світлової сітки безпосередньо на об'єкт, деформація цього малюнка і являє собою модель сканованого предмета. Сітка проектується на об'єкт за допомогою рідкокристалічного проектора або іншого постійного джерела світла. Камера, розташована трохи осторонь проектора, фіксує форму мережі і обчислює відстань до кожної точки в полі зору.

Сканування структурованим світлом досі залишається активною галуззю досліджень, якій щороку присвячується чимало науково-дослідних робіт [10]. Ідеальні карти також визнані корисними як структуровані світлові візерунки, які можуть вирішити проблеми відповідності і дозволяють не тільки виявити помилки, але й виправити їх.

Перевага 3D-сканерів, що використовують структуроване світло, у їх швидкості та точності роботи. Замість сканування однієї точки в один момент часу структуровані сканери сканують одночасно кілька точок або все поле зору відразу. Сканування всього поля зору займає частку секунди, а згенеровані профілі більш точні, ніж лазерні триангуляції. Це вирішує проблему спотворення даних, викликаного рухом. Крім того, деякі існуючі системи здатні сканувати навіть об'єкти, що рухаються в режимі реального часу. Наприклад, VisionMaster – скануюча система у форматі 3D – має 5-мегапіксельну камеру, завдяки чому кожен кадр містить 5 мільйонів крапок.

Сканери, що працюють в режимі реального часу, використовують цифрову проекцію краю і фазозсувну техніку (одна з методик застосування структурованого світла), що дозволяє захопити, відновити і створити комп'ютерну модель з високою щільністю деталей об'єктів, що динамічно змінюються (наприклад, міміка) при 40 кадрах в секунду. Нещодавно було

створено новий тип сканера. Різні моделі можуть бути використані у цій системі. Частота кадрів для захоплення та обробки даних досягає 120 кадрів за секунду. Цей сканер може обробляти окремі поверхні. Наприклад, 2 рухомі руки. Використовуючи метод бінарного дефокусування, швидкість зйомки може досягати сотень, а то й тисяч кадрів за секунду.

Модульоване світло. При використанні 3D-сканерів на основі модульованого світла світловий промінь, спрямований на об'єкт, постійно змінюється. Найчастіше зміна світла відбувається за синусоїдою. Камера фіксує відбите світло та визначає відстань до об'єкта, враховуючи шлях, який подолав промінь світла. Модульоване світло дозволяє сканеру ігнорувати світло з інших джерел, крім лазера, що дозволяє уникнути перешкод.

Пасивні сканери не випромінюють нічого на об'єкт, а натомість покладаються на виявлення відбитого навколишнього випромінювання. Більшість сканерів такого типу виявляє видиме світло – доступне навколишнє випромінювання.

Безконтактні сканери поділяються залежно від типу емісії, яка використовується у 3D-фотографіях [11]. Вони можуть використовувати світло, випромінювання та ультразвук. Лазерні сканери використовують світло як джерело виявлення відстані до об'єкта сканування. Вони вимірюють час відбиття лазера від об'єкта. Ультразвукові сканери використовують у медицині. Наприклад, звукові хвилі можуть проникати в матку і показувати тривимірні зображення плоду, що розвивається. Рентгенівські промені у 3D-сканері також використовуються у медицині. Ці сканери збирають світло або випромінювання, яке створюється об'єктом.

Тривимірне сканування із застосуванням фотограмметрії. Стереоскопічні системи передбачають використання двох відеокамер, розташованих у різних місцях, але в одному напрямку. Аналізуючи відмінності у знімках кожної камери, можна визначити відстань до кожної точки зображення. Цей метод за своїм принципом нагадує стереоскопічний зір людини.

Фотометричні системи зазвичай використовують одну камеру, яка робить зйомку кількох кадрів за будь-яких умов освітлення. Ці методи намагаються перетворити модель об'єкта, щоб відновити поверхню кожного пікселя.

Силуетні техніки використовують контури із послідовних фотографій тривимірного об'єкта на контрастному тлі [12]. Ці силуети екструдують та перетворюють, щоб отримати видиму оболонку об'єкта. Однак цей метод не дозволяє просканувати заглиблення в об'єкті (наприклад, внутрішню порожнину чаші).

Існують й інші методи, які ґрунтуються на тому, що користувач сам виявляє та ідентифікує деякі особливості та форми об'єкта, спираючись на безліч різних зображень об'єкта, які дозволяють створити приблизну модель цього об'єкта. Такі методи можна застосовувати для створення тривимірної моделі об'єктів простих форм, наприклад, будівлі.

Цей вид 3D-сканування ґрунтується на принципах фотограмметрії. До того ж ця техніка в деяких моментах схожа на панорамну фотографію, за винятком того, що фотографії об'єкта зроблені в тривимірному просторі. Таким чином можна скопіювати сам об'єкт, а не робити серію фото з однієї точки тривимірного простору, що призвело б до відтворення оточення об'єкта.

Перевагами такого 3D-сканування є низькі витрати на апаратну частину та безконтактна технологія.

## **1.3 Класифікація сучасних сканерів**

### **1.3.1 Ручні сканери**

В основу роботи ручних сканерів покладено процес реєстрації відбитих променів світлодіодів від поверхні документа, що сканується. Для того щоб ввести в комп'ютер будь-який документ за допомогою цього пристрою, треба без різких рухів провести головкою, що сканує, за

відповідним зображенням. Таким чином, проблема переміщення головки зчитування щодо паперу цілком лягає на користувача. Рівномірність переміщення сканера істотно позначається на якості зображення, що вводить в комп'ютер. У ряді моделей для підтвердження нормального введення є спеціальний індикатор. Ширина введеного зображення для ручних сканерів зазвичай не перевищує 4 дюймів (10 см). У деяких моделях ручних сканерів для підвищення роздільної здатності зменшують ширину зображення, що вводить в комп'ютер [13]. Сучасні ручні сканери можуть забезпечувати автоматичну "склею" зображення, що вводить в комп'ютер, тобто формують ціле зображення з окремо введених його частин. Завдяки цьому за допомогою ручного сканера неможливо ввести зображення навіть формату А4 за один прохід.

До основних переваг такого типу сканерів відносяться:

а) низька вартість. Оскільки в ручних сканерах як позиціонує модуль виступає користувач, відпадає необхідність у цьому дорогому елементі;

б) портативність. З появою ручних сканерів, що підключаються до паралельного порту, можна використовувати як з настільними, і з портативними комп'ютерами;

в) сканування без ушкодження об'єкта сканування. Наприклад, за допомогою ручного сканера можна відсканувати книгу, не згинаючи та не розриваючи її. Це особливо важливо при скануванні старовинних книг чи стародавніх манускриптів.

Перші моделі ручних сканерів підключалися до комп'ютера за допомогою інтерфейсної карти, якій необхідно було виділяти окреме переривання, канал прямого доступу до пам'яті та адресу вводу-виводу. В даний час практично всі пристрої цього класу підключаються до паралельного порту, звільняючи таким чином необхідні ресурси.

### 1.3.2 Настільні сканери

Такі сканери дозволяють вводити зображення розміром 8,5 на 11 або 8,5 на 14 дюймів. Вони випускаються зі швидкісними відеоінтерфейсами, зазвичай допускають сканування з планшета або з використанням інтегрованого пристрою автоподачі документів (рис 1.4). Існують три різновиди настільних сканерів: планшетні, рулонні та проекційні.

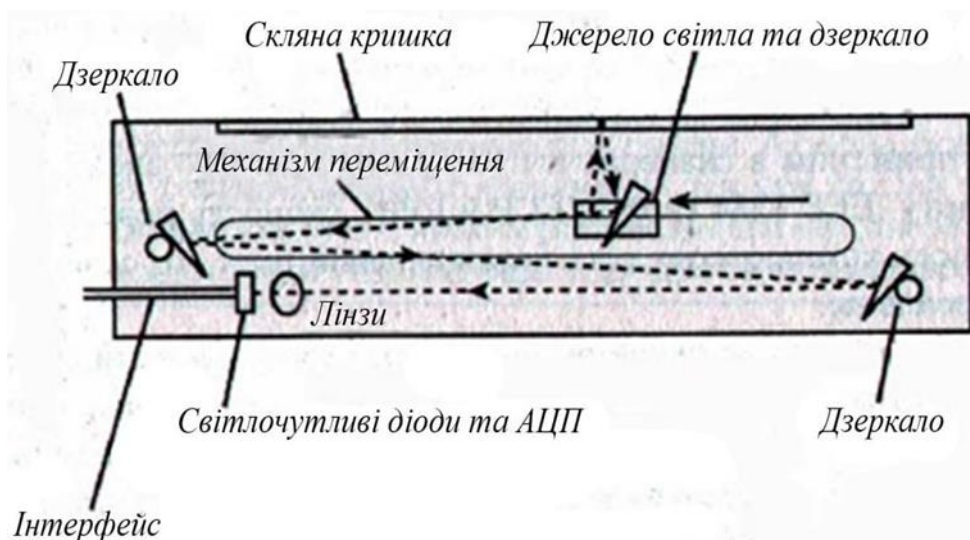


Рисунок 1.4 – Схема настільного сканера

Планшетні сканери є дуже цікавими та досить складними оптично-електронно-механічними пристроями [14].

Основною відмінністю планшетних сканерів є те, що головка, що сканує, переміщається щодо паперу за допомогою крокового двигуна. Зрозуміло, що розглянута конструкція виробу дозволяє сканувати не лише окремі аркуші, а й сторінки журналу чи книги.

Оптична роздільна здатність настільних сканерів регулюється в діапазоні від 100 точок на дюйм до 800 точок на дюйм. Швидкість сканування досягає 64 сторінок за хвилину. На планшетних настільних сканерах можна сканувати документи, книжкові сторінки, документи нестандартного розміру або поліграфічного виконання. Універсальний

характер пристроїв підкреслюється останнім часом випуском моделей, що дають змогу поряд зі швидкісним введенням документів повноцінно (до 16,7 млн. кольорів) сканування в кольорі [15]. Незважаючи на те, що паспортна продуктивність окремих моделей настільних сканерів не поступається і навіть, іноді, перевершує відповідні показники спеціалізованих виробничих сканерів, щоб уникнути частих заміन елементів пристрою (головним чином, ламп, роликів і прокладок), настільні моделі не слід використовувати в режимах повнозмінного або цілодобового сканування.

Планшетні сканери, у свою чергу, класифікуються на однопрохідні або трипрохідні. Раніше для кольорового сканування доводилося використовувати трипрохідну технологію, тобто перший прохід із червоним фільтром для отримання червоної складової, другий – для зеленої складової та третій – для синьої (рис. 1. 5).

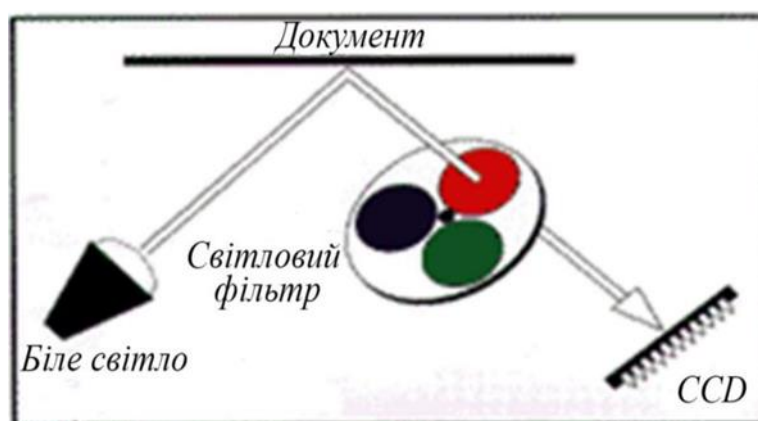


Рисунок 1.5 – Схема для трьохпрохідного сканера

Такий метод має два істотних недоліки: мала швидкість роботи і проблема об'єднання трьох окремих сканів в один, з несуміщенням кольорів. Рішенням стало створення True Color CCD, що дозволяє сприймати всі три колірні складові кольорового зображення за один прохід (рис. 1.6). Зараз на ринку немає трипрохідних сканерів.

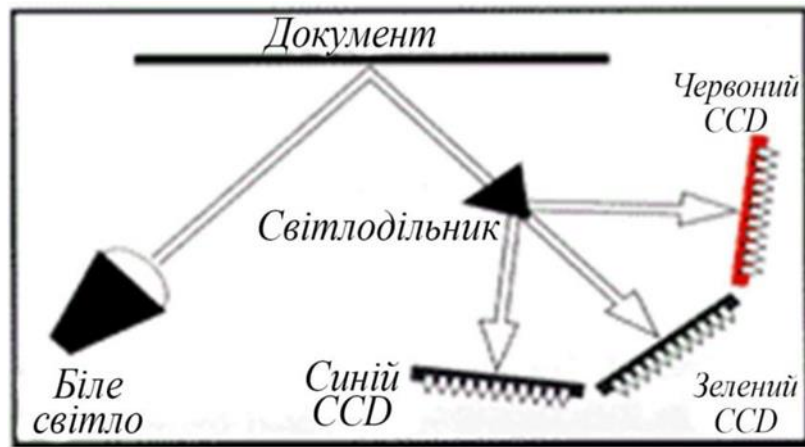


Рисунок 1.6 – Схема для однопрохідного сканера

True Color CCD є стандартом на даний момент і у світі ніхто вже не випускає трипрохідні сканери. Однопрохідні сканери використовують одну з двох підсистем для отримання даних про колір зображення: деякі використовують ПЗЗ зі спеціальним покриттям, яке фільтрує колір за складовими, інші використовують призму розділення кольорів.

Рулонні сканери є монохромними пристроями, призначеними головним чином для введення документів у машину, за допомогою оптичного розпізнавання символів OCR (Optical Character Recognition). Робота рулонних сканерів відбувається так: окремі аркуші документів простягаються через такий пристрій, при цьому здійснюється їх сканування. Таким чином, у цьому випадку скануюча головка залишається на місці, вже щодо неї переміщується папір. Зрозуміло, що у цьому випадку сканування сторінок книг та журналів просто неможливе [16]. Для зручності роботи рулонні сканери зазвичай оснащуються пристроями автоматичної подачі сторінок.

Різновид настільних сканерів – проєкційні сканери, що нагадують своєрідний проєкційний апарат (або фотозбільшувач). Документ, що вводиться, кладеться на поверхню сканування зображенням вгору, блок сканування знаходиться при цьому також зверху. Переміщується лише пристрій сканування. Основною особливістю цих сканерів є можливість

сканування проєкцій тривимірних зображень. Комбінований сканер забезпечує роботу в двох режимах: протягування аркушів і сканера, що саморухається. Для останнього режиму сканера необхідно зняти нижню кришку. При цьому валики, які зазвичай простягають папір, служать для пересування сканера по поверхні, що сканується. Хоча зрозуміло, що ширина зображення, що вводиться сканером, в обох режимах не змінюється, проте в саморухомому режимі можна сканувати зображення з аркуша паперу, що перевищує цей формат, або вводити інформацію зі сторінок книги.

#### **1.4 Застосування лазерних сканерів**

Ідея тривимірної візуалізації об'єктів втілюється у 3D-сканерах. На відміну від камери це обладнання дозволяє зосередити увагу на об'єктах таким чином, щоб забезпечити 3D-ефект. Сканери використовуються в індустрії розваг, для будівництва детальних моделей для різноманітних додатків, включаючи промисловий дизайн та медицину.

Не варто забувати і про те, що збір 3D-даних важливий і для інших застосувань. Так, вони необхідні в індустрії розваг для створення фільмів та відеоігор. Також ця технологія затребувана в промисловому дизайні, ортопедії та протезуванні, реверс-інжинірингу, розробці прототипів, а також для контролю якості, огляду та документування культурних артефактів.

Комп'ютерна томографія (КТ) – спеціальний медичний метод візуалізації, що створює тривимірне зображення внутрішнього простору об'єкта, використовуючи велику серію рентгенівських знімків. За схожим принципом працює і магнітно-резонансна томографія (МРТ) – ще один прийом візуалізації в медицині, який відрізняється контрастним зображенням м'яких тканин тіла ніж КТ. Тому МРТ використовують для сканування мозку, опорно-рухового апарату, серцево-судинної системи, пошуку онкології. Ці методики дозволяють отримати об'ємні воксельні моделі, які можна

візуалізувати, змінювати та перетворювати на традиційну 3D-поверхню, використовуючи алгоритми екстракції із поверхні.

Хоча МРТ, КТ або мікротомографія більш активно використовують у медицині, але вони також активно застосовуються і в інших галузях для отримання цифрової моделі об'єкта та його оточення [17]. Це важливо, наприклад, для неруйнівного контролю матеріалів, реверс-інжинірингу чи вивчення біологічних та палеонтологічних зразків.

3D-сканери активно використовують у ортопедії та стоматології для створення 3D-форми пацієнта. Поступово вони замінюють собою застарілу гіпсову технологію. Програмне забезпечення CAD/CAM застосовується для створення протезів та імплантатів.

Багато стоматологів використовують CAD/CAM, а також 3D-сканери для захоплення 3D-поверхні засобу для зубів (у природних умовах або у пробірці), для того, щоб створити цифрову модель за допомогою САПР-технологій або САМ-методів (наприклад, для фрезерного станка під управління ЧПУ (числове програмне управління), а також 3D-принтера). Такі системи призначені для полегшення процесу 3D-сканування препарату у природних умовах з подальшим моделюванням (наприклад, для коронки, пломби чи інкрустації).

Лазерне 3D-сканування описує загальний спосіб виміру або сканування поверхні за допомогою лазерної технології. Воно застосовується відразу в кількох областях, відрізняючись в основному потужністю лазерів, що використовуються, та результатами самого сканування. Низька потужність лазера потрібна, коли не має впливати на скановану поверхню, наприклад, якщо вона потребує лише оцифрування. Конфокальне або 3D-лазерне сканування – це методи, що дозволяють отримати інформацію про скановану поверхню. Ще одне малопотужне застосування передбачає проєкційну систему, яка використовує структуроване світло [18]. Вона застосовується для метрології поверхні сонячної батареї, що включає обчислення напруги з пропускнуою здатністю більше 2000 пластин на годину.

Потужність лазера, застосовуваного для лазерного сканування обладнання промисловості, становить 1 Вт. Рівень потужності зазвичай становить 200 мВт чи менше.

Створення 3D-моделі за допомогою сканування має такі переваги.

1. Підвищує ефективність роботи зі складними частинами та формами.
2. Сприяє проектуванню продуктів, якщо необхідно додати частину, створену кимось іншим.
3. Якщо САПР-моделі застаріють, 3D-сканування забезпечить оновлену версію.
4. Заміщає пропущені або відсутні частини.

Якщо у створюваній моделі є аналог у реальному світі, то сканування дозволить створити тривимірну модель набагато швидше, ніж розробка цієї моделі за допомогою 3D-моделювання. Досить часто митці спочатку ліплять фізичну модель, яку потім сканують, щоб отримати цифровий еквівалент, замість того щоб створювати таку модель на комп'ютері.

Реверс-інжиніринг механічних компонентів вимагає точної цифрової моделі об'єктів, які потрібно відтворити. Це хороша альтернатива тому, щоб безліч точок цифрової моделі перетворити на полігональну сітку, використовувати набір плоских і кривих поверхонь або, що ідеально для механічних компонентів, створювати об'ємну САПР-модель. 3D-сканер може використовуватися для того, щоб привести до цифрової моделі об'єкти, що вільно змінюють форму. Так само як і призматичну конфігурацію, для якої зазвичай використовують координатно-вимірювальну машину. Це дозволить визначити прості розміри призматичної моделі [19]. Ці дані надалі обробляються за допомогою спеціальних програм зворотного інжинірингу.

3D-сканери також знаходять активне застосування у сфері 3D-друку, оскільки дозволяють у короткий термін створювати досить точні 3D-моделі різних об'єктів та поверхонь, придатні для подальшого доопрацювання та

друку. У цій сфері використовуються як контактний, так і безконтактний методи сканування, обидва методи мають певні переваги.

### **1.5 Постановка задачі на магістерську роботу**

Проаналізувавши розглянуті вище способи здійснення сканування об'єктів можна стверджувати, що кожен із методів має свої переваги та недоліки. Проте найпоширенішими способами тривимірного сканування поверхні об'єктів є імпульсний, фазовий та триангуляційний методи. Тому для виконання поставленої мети магістерської роботи необхідно виконати наступні завдання:

- здійснити аналіз джерел похибок, що впливають на точність деяких методів лазерного сканування та вибір оптимального методу для проектування пристрою тривимірного сканування;
- розробити структурну схему пристрою сканування;
- здійснити апаратну реалізацію розробленого пристрою;
- здійснити дослідження точності сканування на основі отриманих експериментальних досліджень.

## **2 МЕТРОЛОГІЧНИЙ АНАЛІЗ МЕТОДІВ ТРИВИМІРНОГО ЛАЗЕРНОГО СКАНУВАННЯ ОБ'ЄКТІВ**

Важливе значення для вирішення інженерно-наукових задач має точність лазерного сканування. До точності роботи таких приладів висуваються високі вимоги, тому їх розвиток полягає у вирішенні таких задач.

1. Збільшити точність сканування на різних дистанціях.
2. Зменшити вплив на точність сканування погодних умов.
3. Зробити більш дешеву конструкцію, завдяки використанню напівпровідникових лазерів.

### **2.1 Класифікація похибок тривимірного лазерного сканування**

Усю сукупність похибок у величинах, що вимірюються лазерним скануванням, можна розділити на дві групи:

- інструментальні, зумовлені якістю складання та юстирування механічних, оптичних та електронних частин приладу;
- методичні, джерелом яких є сам метод визначення величин за допомогою лазерного сканування.

Величини похибок першої групи фактично відображаються в технічному паспорті сканера і спочатку визначаються на етапі складання та юстування приладу, а потім періодично – під час калібрування та метрологічної атестації. Результатом таких досліджень є висновок про відповідність (невідповідність) точності роботи окремих блоків приладу заявленим характеристикам. Інструментальні похибки, як правило, можна виключити лише заміною частин та/або технології виготовлення приладу.

Методичні похибки зазвичай можна враховувати під час обробки результатів вимірів. Стосовно тривимірного лазерного сканування методичні похибки можна розділити на такі:

- а) похибки, викликані навколишнім середовищем (атмосферною рефракцією, загасанням електромагнітних хвиль, вібрацією приладу тощо);
- б) похибки, зумовлені характеристиками об'єкта сканування (розміром, орієнтацією, кольором, текстурою тощо).

Для визначення та обліку методичних похибок у результатах лазерного сканування існує два основні підходи. Сутність першого полягає у роздільному оцінюванні впливу кожного фактора [20]. Другий підхід заснований на комплексному обліку впливу всіх факторів, аналогічно до того, як виконується виключення систематичних похибок у координатах точок знімків при їх фотограмметричній обробці. За допомогою першого підходу усувають основну (велику) частину систематичних похибок з результатів вимірювання кутів та відстаней сканером, причому такий виняток виконують на так званому етапі попередньої обробки сканів. Решту систематичних похибок усувають за допомогою комплексного підходу, для чого зазвичай використовують поліноміальні моделі. Виняток спотворень у координатах точок сканів за допомогою комплексного підходу є найбільш універсальним.

## **2.2 Метрологічний аналіз технологій тривимірного лазерного сканування**

### **2.2.1 Метрологічний аналіз тривимірного лазерного сканування імпульсним методом**

Точність визначення відстаней імпульсним методом залежить від помилок відліку часу проходження сигналу та визначення швидкості розповсюдження електромагнітних хвиль. Швидкість поширення електромагнітних хвиль у середовищі визначається за формулою:

$$v = \frac{c}{n}, \quad (2.1)$$

де  $c$  – швидкість світла у вакуумі, прийнята Міжнародним геодезичним та геофізичним союзом, що дорівнює  $299792458 \pm 1,2$  м/с;

$n$  – показник заломлення повітря, який залежить від фізичних властивостей середовища (тиску, температури та вологості повітря) та довжини електромагнітної хвилі.

В даний час для визначення швидкості поширення електромагнітних хвиль у вакуумі застосовують непрямий фізичний метод, в якому використовується залежність:

$$c = \lambda_v \cdot f_v, \quad (2.2)$$

де  $\lambda_v$  – довжина електромагнітної хвилі у вакуумі;

$f_v$  – частота електромагнітного коливання.

### **2.2.2 Метрологічний аналіз тривимірного лазерного сканування фазовим методом**

На основі непрямого методу величина швидкості поширення електромагнітних коливань у вакуумі отримана із відносною похибкою  $3 \times 10^{-9}$ .

Похибка вимірювання відстані  $m_R$  фазовим методом з використанням різних способів вирішення неоднозначності визначається за формулою:

$$m_R = \sqrt{m_C^2 + \left(\frac{v}{4\pi f}\right)^2 m_\varphi^2 + R^2 \left[ \left(\frac{m_f}{f}\right)^2 + \left(\frac{m_v}{v}\right)^2 \right]}, \quad (2.3)$$

де  $m_C$  – похибка визначення постійної виправлення приладу;

$m_\varphi$  – похибка визначення різниці фаз між опорним та робочим сигналами;

$m_f$  – похибка, спричинена відмінністю масштабної частоти від номінального значення;

$m_v$  – похибка визначення швидкості розповсюдження електромагнітної хвилі у атмосфері;

Похибка визначення постійної поправки у відстань  $m_C$ , що вимірюється, залежить від конструктивних характеристик наземного сканера (фазового кута, відмінності напруги у мережі від номіналу та інших) і способу визначення даної поправки при повірці приладу. Сучасні методики метрологічної атестації електронних скануючих пристроїв припускають примусове центрування приладу та відбивача, яке можна виконати з помилкою близько 0,1 мм. Фактично, ця величина характеризує граничну точність, з якою можна визначити поправку приладу.

Похибка вимірювання різниці фаз  $m_\varphi$  залежить від інструментальної точності фазометра і містить як випадкову, так і систематичну складові.

Основними причинами виникнення похибок, пов'язаних із метрологічними характеристиками фазометра, є:

- шумові складові вимірювань;
- нелінійність фазової характеристики;
- нелінійність амплітудно-фазової характеристики;
- вплив гармонійних складових вимірюваних сигналів;
- дискретність перетворення «фаза – код» (у цифрових фазометрах).

З двох складових похибки  $m_R$ , які не залежать від величини відстані, що вимірюється лазерним скануванням, найбільший «вклад» у загальну помилку вносить похибку визначення різниці фаз.

При роботі зі сканерами, що вимірюють відстані з фіксованими частотами, похибка, викликана відмінністю масштабної частоти від номінального значення  $m_f$ , складається з похибок за нестабільністю частоти та еталонуванням, які приблизно одного порядку. У наземних сканерах з плавною зміною частоти похибка  $m_f$  головним чином залежить від способу її вимірювання. Частотна похибка включає не тільки випадкову, а й систематичну складову, зумовлену неточною установкою частоти в номінал (помилка еталонування) та повільним дрейфом частоти генератора [21]. У формулі (2.3) перші дві складові практично не залежать від величини вимірюваної відстані, а вплив двох інших пропорційно до цієї відстані.

Таким чином, середню квадратичну похибку вимірювання відстаней фазовим лазерним сканером, аналогічно як і імпульсним, можна представити виразом:

$$m_R = a + bR, \quad (2.4)$$

де  $a$  і  $b$  – коефіцієнти, зумовлені емпірично з урахуванням виміру довжин еталонних ліній, у кожного сканера вони мають власні значення.

На точність виміру невеликих відстаней фазовими далекомірами основний вплив надають похибки вимірювання та відрахування різниці фаз, а також похибка постійної сканера, так як похибки в відстанях, що залежать від похибок частоти та швидкості поширення електромагнітних коливань в атмосфері, будуть незначні.

Точність вимірювання відстаней та кутів залежить від великої кількості факторів, у тому числі від похибок виготовлення та юстування приладу. У систему для лазерного сканування входить також і програмне забезпечення, що управляє ним. Це дозволяє виключити частину похибок у вимірних величинах, що мають систематичний характер. У програмних продуктах, призначених для управління лазерним сканером, величини, які використовуються для усунення деякого виду похибок у кутах і відстанях, що вимірюються, називаються параметрами калібрування. Для кожної моделі сканера кількість параметрів калібрування та вид математичної моделі для виключення систематичних похибок безпосередньо з результатів вимірів різняться. Однак аналіз способів калібрування лазерних сканерів дозволив виявити частину параметрів та похибок, загальних для різних сканерів, вплив яких можна зменшити, а саме:

- 1) масштабний коефіцієнт  $b$ , що враховується у вимірюваних відстанях;
- 2) поправку приладу;
- 3) несуміщення вертикальної осі обертання приладу та осі обертання скануючої призми;
- 4) несуміщення вертикальної осі обертання приладу та вектора поширення лазерного променя;

5) несуміщення осі обертання скануючої призми та вектора поширення лазерного променя;

6) вертикальну колімаційну похибку (величина відстані точки, що відповідає початку вимірювання відстаней лазерним сканером, від горизонтальної осі обертання призми);

7) горизонтальну колімаційну похибку (величина відстані точки, що відповідає початку вимірювання відстаней лазерним далекоміром, від вертикальної осі обертання приладу).

У програмному забезпеченні лазерного сканера передбачено два варіанти обліку перших двох параметрів калібрування сканерів. У першому варіанті в якості параметрів калібрування визначаються окремо поправка приладів і масштабний коефіцієнт, з використанням яких виключаються похибки в вимірюваних відстанях. У другому варіанті вводяться поправки в довжини ліній за сумарний вплив параметрів калібрування, величини яких залежать від конкретного діапазону відстаней. Другий спосіб виключення систематичних похибок з результатів далекомірних вимірювань лазерним сканером є кращим. Це пояснюється такою обставиною. Відстань, що вимірюються сканерами, коливаються від 1 м до 1200 м. Внаслідок цього потужність сигналу, що приймається, сильно змінюється на всьому діапазоні. Також на потужність сигналу значний вплив відбиває здатність об'єкта зйомки. Тому при надходженні потужного сигналу на приймач випромінювання останній може навіть вийти з ладу [22]. У зв'язку з цим перед приймачем ставлять пристрої, які штучно знижують потужність сигналу. Чим ближче об'єкт сканування, тим більше послаблюється потужність сигналу, що, в свою чергу, призводить до спотворення його форми. В результаті стає скрутним виконання калібрування сканера за допомогою першого варіанта.

Наступним фактором, що впливає на точність одиничного виміру кутів  $\theta$  і відстаней  $R$ , є несинхронність реєстрації  $R$  та  $\theta$ . Оскільки кожна вимірювана величина  $R$ ,  $\varphi$  та  $\theta$  лазерним сканером фіксується через певний

інтервал  $T_R$ ,  $T_\varphi$  і  $T_\theta$  відповідно, то похибки, викликані несинхронністю реєстрації величин, є функцією, яку в загальному вигляді можна записати наступним чином:

$$\Delta = f(R, T_R, T_\varphi, T_\theta, t), \quad (2.5)$$

де  $t$  – час роботи сканера з моменту запуску.

Похибки, викликані несинхронністю реєстрації величин  $R$ ,  $\varphi$  і  $\theta$ , неможливо визначити на етапі обробки даних наземного лазерного сканування, тому єдиним способом виключення даного виду похибок є забезпечення рівності  $T_R = T_\varphi = T_\theta$  на етапі збирання лазерного сканера.

У сканерах для сканування об'єктів у горизонтальному та вертикальному напрямках використовується безперервне обертання призми та оптичної головки. Під час цього обертання лазерне джерело посилає сигнал на призму, яка відбиває їх у напрямку об'єкта. Відбившись від об'єкта, промінь повертається до приймача. Оскільки призма та оптична головка обертаються безперервно, то за час проходження сигналу від сканера до об'єкта та назад відліки по вертикальному та горизонтальному колі змінюються на кути  $\Delta\varphi$  та  $\Delta\theta$ . Тому виникає питання, в який час потрібно фіксувати значення кутів.

1.  $\theta_{out}$  – у момент подачі сигналу на джерело лазерного випромінювання.
2.  $\theta_{in}$  – у момент прийому відбитого сигналу.
3. Обчислювати середнє значення кута  $(\theta_{out} + \theta_{in})/2$ .

Для обґрунтування необхідності обліку поправок у вимірних напрямках при скануванні обчислимо кут, на який повернеться призма за час проходження імпульсу від лазерного сканера до об'єкта зйомки та назад. При цьому розглядатимемо лише вертикальний кут сканування, оскільки швидкість сканування у горизонтальному напрямку на кілька порядків нижча, ніж у вертикальному.

Максимальна та мінімальна швидкості сканування у вертикальному напрямку становлять від 1 до 20 ліній на секунду. Це означає, що мінімальна швидкість обертання скануючого променя дорівнюватиме:

$$v_{\min} = 1 \text{ ліній} / \text{с} \frac{2 \cdot 360^\circ}{3} = 240^\circ / \text{с}. \text{ А максимальна } v_{\max} = 20 \text{ ліній} / \text{с} \frac{2 \cdot 360^\circ}{3} = 4800^\circ / \text{с}.$$

Можна обчислити час, за який лазерний промінь пройде відстань до об'єкта і назад, а потім значення кутів повороту  $\Delta\theta$  скануючого дзеркала за цей час (табл. 2.1).

Таблиця 2.1 – Величини кутів повороту дзеркала лазерного сканера з моменту виходу сигналу і до надходження на приймач

$R$ , м	$t$ , с	$\Delta\theta$ при $v_{\min}$ , °	$\Delta\theta$ при $v_{\max}$ , °
50	$3,33 \times 10^{-7}$	0,00008	0,00160
100	$6,67 \times 10^{-7}$	0,00016	0,00320
200	$1,33 \times 10^{-6}$	0,00032	0,00640
400	$2,67 \times 10^{-6}$	0,00064	0,01280
1000	$6,67 \times 10^{-6}$	0,00160	0,03200

З таблиці очевидно, що величини  $\Delta\theta$  при  $v_{\min}$  і  $v_{\max}$  є значними. Це доводить необхідність забезпечення синхронізації вимірювання кутів та відстаней.

### 2.2.3 Метрологічний аналіз тривимірного лазерного сканування триангуляційним методом

Для аналізу факторів, що впливають на точність визначення відстаней триангуляційним методом, отримаємо формулу залежності відстані, що визначається від вимірюваних величин. Для цього скористаємось рисунком 2.1, з якого випливає, що:

$$R = d_1 \text{tg}\theta_1, \quad (2.6)$$

$$R = d_2 \text{tg}\theta_2. \quad (2.7)$$

Тоді:

$$d_1 = d + p_1 + p_2 - d_2, \quad (2.8)$$

де  $d$  – базис сканера (триангуляції).

Після підстановки виразу (2.8) у формулу (2.6) та виконання необхідних перетворень, отримаємо:

$$R + R \cdot \frac{\operatorname{tg}\theta_1}{\operatorname{tg}\theta_2} = (d + p_1 + p_2) \operatorname{tg}\theta_1. \quad (2.9)$$

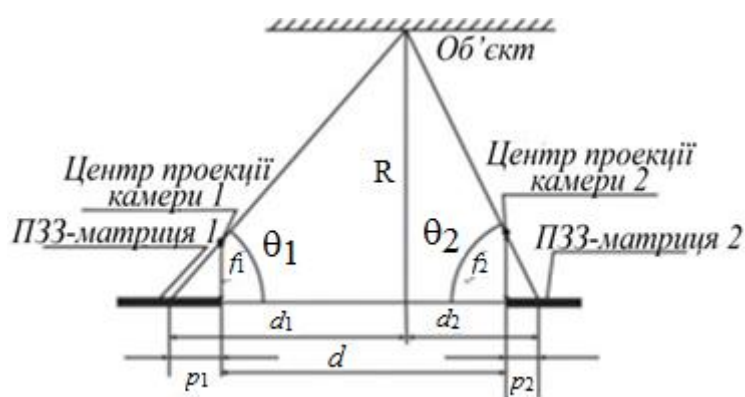


Рисунок 2.1 – Геометрична сутність визначення відстаней триангуляційними сканерами

Враховуючи, що  $p_1$  і  $p_2$  набагато менші за  $d$  і  $\operatorname{tg}\theta_2 = f_2 / p_2$ , остаточно можна записати:

$$R = \frac{d \cdot f_2 \cdot \sin\theta_1}{f_2 \cdot \cos\theta_1 + p_2 \sin\theta_1}, \quad (2.10)$$

де  $f_2$  – фокусна відстань об'єктива другої ПЗЗ-камери;

$p_2$  – абсциса відображення відбитого сигналу від об'єкта на ПЗЗ матриці другої камери.

Тоді максимальну та мінімальну відстані до об'єкта  $R_{\max}$  та  $R_{\min}$ , які є технічними характеристиками триангуляційних лазерних сканерів, будуть визначені за формулою (2.10) підстановкою до неї граничних значень  $\theta_{1\max}$  та  $\theta_{1\min}$ . Розмір  $R_{\max}$  та  $R_{\min}$  називається глибиною області сканування. З формули (2.10) видно, що точність визначення відстаней до точок об'єкта триангуляційного наземного лазерного сканування залежить від параметрів

$d, f_2, \theta_1$  і точності реєстрації величини  $p_2$ , що характеризує положення відображеного сигналу на ПЗЗ-матриці другої камери.

Похибка величини  $p_2$  залежить від розміру елементів ПЗЗ-матриці. З виразу (2.10) випливає, що зменшення базису сканера  $d$  призводить до зменшення його дальності дії та збільшення точності визначення просторових координат точок об'єкта. При збільшенні базису сканера збільшується гранична дальність дії сканера, але це спричиняє збільшення розмірів сканера.

Величини  $\theta_{1max}, \theta_{2max}$  залежать від розмірів ПЗЗ - матриць. Їхнє збільшення при незмінному розмірі елементів дозволить збільшити глибину сканування (рис. 2.2), але це призведе до подорожчання лазерного сканера.

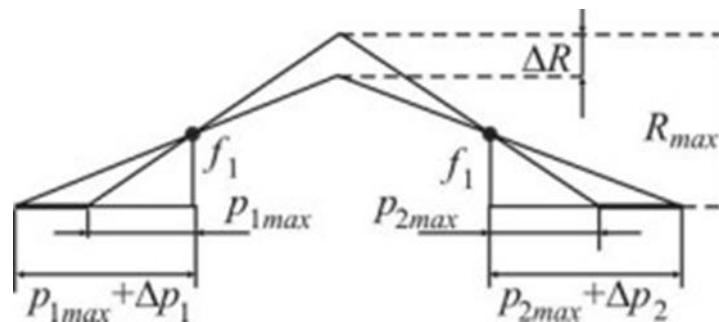


Рисунок 2.2 – Вплив зміни розмірів ПЗЗ-матриці на глибину сканування

Зміна фокусної відстані об'єктива ПЗЗ-камер у триангуляційних лазерних сканерів призводить до зміни двох параметрів: точності отримання координат точок об'єкта та різкості зображення на ПЗЗ-матриці. Аберації використовуваних об'єктивів впливають на точність позиціонування лазерного променя на ПЗЗ-матрицях, оскільки промінь проектується через центр об'єктива [23]. Найбільш вигідно використовувати короткофокусні об'єктиви, що дозволяє забезпечити різкість за великої глибини області сканування. Тому при розробці триангуляційних наземних лазерних сканерів необхідно враховувати всі параметри ( $d, f_2, \theta_1, p_2$ ) у комплексі та приходити до компромісних рішень.

Класифікація похибок осьових систем кутомірних приладів, таких як

теодоліти, тахеометри та ін., на основі якої похибки кутомірних блоків наземного лазерного сканера можна розділити на такі групи.

1. Ексцентриситети осей приладу:

- ексцентриситет осі обертання призначений для вимірювання вертикальних кутів;
- ексцентриситет осі обертання пристрою для відрахування горизонтальних кутів;
- ексцентриситет осі обертання лінзи, що фокусує лазерний промінь.

2. Колімаційні похибки:

- вертикальна колімаційна похибка (величина відстояння точки, що відповідає початку вимірювання відстаней лазерним далекоміром, від горизонтальної осі обертання призми);
- горизонтальна колімаційна похибка (величина відстояння точки, що відповідає початку вимірювання відстаней лазерним далекоміром, від вертикальної осі обертання приладу).

3. Нахил горизонтальної осі обертання призми або дзеркала:

- коливання нахилу горизонтальної осі;
- неперпендикулярність горизонтальної та вертикальної осей (нерівністьцапф);
- нахил горизонтальної осі через нахил вертикальної осі.

4. Нахил вертикальної осі обертання приладу:

- коливання нахилу вертикальної осі;
- нахил вертикальної осі за рахунок пружних деформацій при невірноваженості обертової частини.

5. Похибки нахилу площини відлікового пристрою до відповідної осі її обертання.

Крім перерахованих похибок, в кутомірній системі лазерного сканування при використанні компенсаторів кутів нахилу сканера додається похибка, викликана нахилом вертикальної осі приладу через похибку

встановлення її у прямовисне положення (похибки юстування та роботи компенсатора кутів нахилу).

Ще одним видом похибок при вимірі кутів сканером є похибки виготовлення відлікового пристрою, які поділяють на два види: довгоперіодичні та короткоперіодичні.

Система для наземного лазерного сканування, яка включає персональний комп'ютер зі спеціалізованим програмним забезпеченням, дозволяє виключити частину похибок із результатів вимірювання кутів, зокрема, похибки колімації та ексцентриситети відлікового пристрою. Дані види похибок визначаються у вигляді параметрів калібрування та автоматично враховуються на етапі попередньої обробки результатів вимірювань за допомогою керуючого програмного забезпечення. Таким чином, користувач лазерного сканера має доступ лише до виправлених величин кутів.

Унаслідок вимірювання кутів при лазерному скануванні можна виключити похибки виготовлення відлікових пристроїв. Для цього нині використовуються видозмінені ряди Фур'є. Однак у ПЗ існуючих моделей наземних лазерних сканерів облік даних видів похибок практично поки що не виконується. Проведені експериментальні дослідження показали, що виключення цього виду похибок може підвищити точність виміру кутів до 40 %.

### **2.3 Вплив метрологічних властивостей об'єктів на точність тривимірної лазерної зйомки**

На результати лазерного сканування основний вплив мають такі метрологічні властивості об'єктів: форма і здатність, що відбиває, яка, у свою чергу, визначається текстурою, кольором. Вплив об'єкта зйомки на точність отримання просторової інформації в основному проявляється в похибці вимірюваних відстаней.

При вимірі відстаней імпульсним методом форма лазерного сигналу здебільшого відповідає кривою Гауса з певною шириною [25]. Тривалість лазерного імпульсу для діодів, що застосовуються в сучасних сканерах, змінюється в межах від кількох десятків пікосекунд до кількох наносекунд, тому на практиці для визначення відстаней від сканера до об'єкта і обернено повинен вимірюватися час поширення сигналу між максимумами двох функцій (рис. 2.3), відповідних вихідному (опорному) та вхідному (робочому) електромагнітному сигналу. Аналогічним чином визначаються відстані фазовим методом, так як вимірювання дробової частини довжини напівхвилі здійснюється подібно до імпульсного методу.

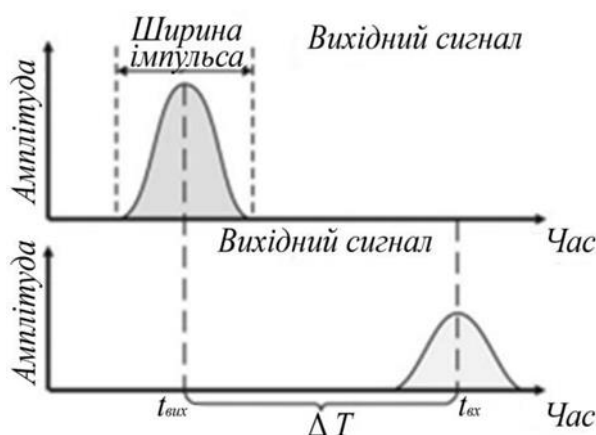


Рисунок 2.3 – Час поширення імпульсу в просторі

Використовувані цифрові фазовимірювальні пристрої реєструють короткочасні імпульси, кожен з яких відповідає певній фазі світлового потоку, що випромінюється і приймається. Короткочасні імпульси утворюються із синусоїдальних електричних сигналів, що подаються на фазовимірювальний пристрій.

При лазерному скануванні на результати пошуку максимумів обох функцій впливають наявність шумових складових електромагнітному сигналі, апертура вихідного сигналу лазера, величина розбіжності лазерного променя, відстань до об'єкта, форма і здатність мети, що відображає.

Припустимо, що об'єкт, до якого вимірюється відстань, має форму сфери радіусом  $R$ , що дорівнює відстані від лазерного джерела до мети. Тоді час розповсюдження лазерного сигналу до різних точок об'єкта і назад до приймача (якщо вважати, що він суміщений із джерелом випромінювання) буде постійною величиною (рис. 2.4). У цьому випадку ширина вихідного та вхідного імпульсів збігатиметься і відстань визначатиметься з більш високою точністю. Однак на практиці така ситуація майже ніколи не трапляється.

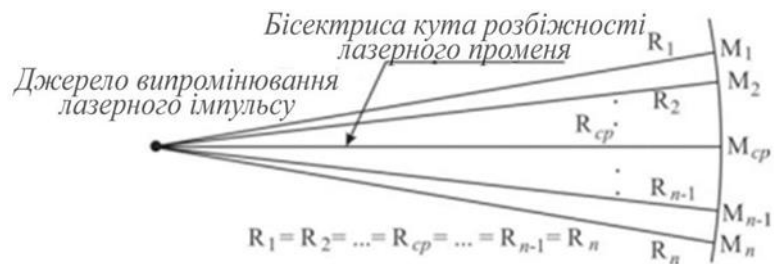


Рисунок 2.4 – Відстань від лазерного джерела до різних точок сферичного об'єкта радіусом  $R$

Припустимо, що ціль являє собою площину. Тоді вхідний сигнал буде дещо ширшим за вихідний, причому ступінь розмивання його залежить від орієнтації площини по відношенню до вектора поширення лазерного променя (вона буде мінімальною, якщо площина розташована перпендикулярно до променя) (рис. 2.5). Таким чином, точність визначення відстаней для випадку А буде вищою, ніж для випадку Б.

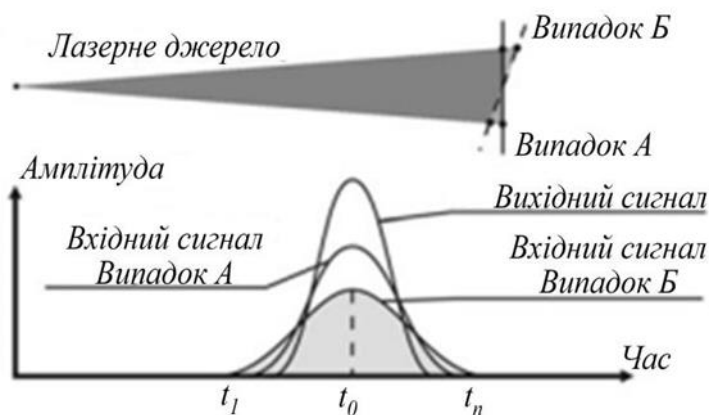


Рисунок 2.5 – Залежність ширини вхідного імпульсу від орієнтації об'єкта

Якщо взяти до уваги симетричність кривої Гауса, то можна замінити пошук максимуму функції визначенням положення центру її мас по осі часу. Тоді час поширення сигналу від джерела випромінювання до об'єкта і назад до приймача обчислюватиметься за такою формулою:

$$t_0 = \frac{\int_{t_1}^{t_n} tf(t)dt}{\int_{t_1}^{t_n} f(t)dt}, \quad (2.11)$$

де  $f(t)$  – функція вхідного сигналу.

Проте необхідно зазначити, що симетричність відбитого сигналу порушуватиметься залежно від форми мети, її орієнтації щодо лазерного променя, а також градієнта функції відображуючої здатності об'єкта, на який потрапляє промінь.

Коли лазерний промінь потрапляє на межу двох об'єктів (рис. 2.6), функція відбитого сигналу матиме два максимуми, якщо не враховувати цей факт, то час, що обчислюється за формулою (2.11), а отже, відстань відповідатиме певній точці М (рис. 2.6), яка не належить об'єкту.

Роздільна здатність цієї неоднозначності можлива за умови, якщо визначено положення двох максимумів у функції вхідного сигналу. Якість вирішення цього завдання, у свою чергу, залежить від тривалості лазерного імпульсу та відстані між об'єктами А та Б (рис. 2.6). Мінімальна відстань між двома об'єктами, при якому можливо відокремити один максимум функції від іншого, можна назвати роздільною здатністю розділення двох об'єктів, що залежить від тривалості імпульсу лазерного джерела.

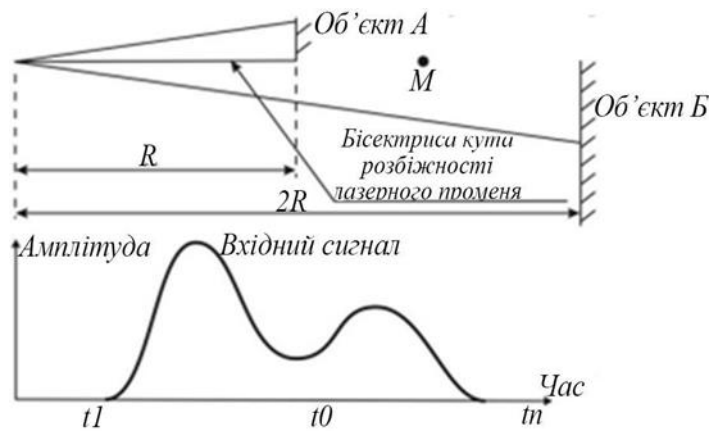


Рисунок 2.6 – Форма вхідного сигналу при попаданні лазерного променя на межі двох об'єктів

Текстура і колір об'єкта, що сканується, безпосередньо впливають на силу відбитого сигналу, що також призводить до зміни форми функції відбитого сигналу. Так, наприклад, із рисунка 2.7 видно, що при скануванні плоского об'єкта, одна частина якого забарвлена в білий колір, а інша – в чорний, результат сканерної зйомки матиме велику шумову складову на межі різних кольорів.

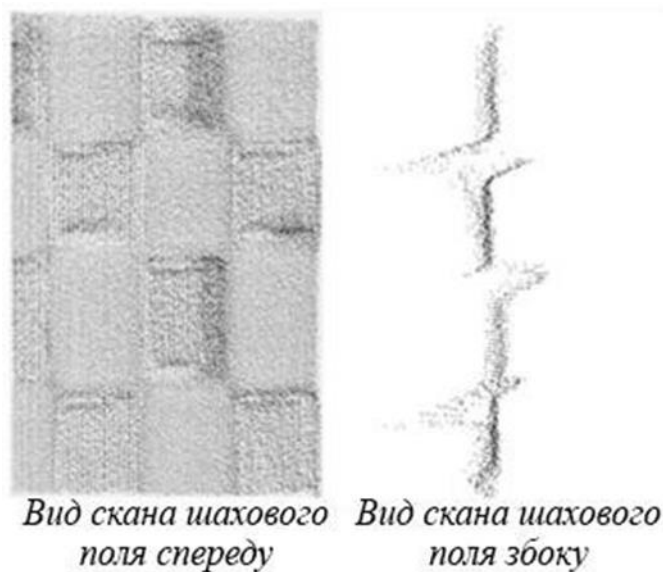


Рисунок 2.7 – Вплив текстури та кольору об'єкта на результат лазерного сканування

Процес поширення лазерного імпульсу у просторі є дуже складним. У загальному вигляді функція вхідного сигналу може бути описана формулою:

$$f_{ex}(t) = \int_{-\Delta\varphi}^{\Delta\varphi} \int_{-\Delta\nu}^{\Delta\nu} \left[ f_{ex} \left( t - \frac{2D(\varphi, \nu)}{c} \right) K_{eid}(\varphi, \nu) \Psi(\varphi, \nu) \right] d\varphi \cdot d\nu + \eta(t), \quad (2.12)$$

де  $f_{ex}(t)$  – функція вихідного сигналу;

$D(\varphi, \nu)$  – функція, яка описує зміну відстані від лазерного джерела до різних точок об'єкта, тобто відображає форму об'єкта;

$K_{eid}(\varphi, \nu)$  – функція, що характеризує коефіцієнт відбиття сигналу від різних точок об'єкта; променя;

$\eta(t)$  – функція, що характеризує шумові складові результатів сканування.

З використанням формули (2.12) можна виконати математичне моделювання процесу сканерної зйомки та вивчити вплив таких характеристик об'єкта, як форма, колір та структура, на точність отримання даних.

Досвід виконання сканерної зйомки, помилки в відстанях, пов'язані з метрологічними властивостями об'єктів, можуть досягати кількох метрів (якщо розбіжність лазерного променя більше 1 мрад  $\approx 3,5'$ ), а в середньому становлять від 1 см до 3 см.

Очевидно, що більшості проблем, пов'язаних з впливом структури, форми, орієнтації та кольору об'єкта на результати сканування, можна уникнути, якщо зменшити розбіжність лазерного променя, тобто збільшити ступінь його колімації, покращивши метричні характеристики сканів.

Вплив таких характеристик об'єкта як форма, колір і структура враховувати в реальних умовах сканування дуже складно, тому важко зробити однозначні висновки про точність отримання даних сканування того чи іншого об'єкта. Це завдання можна вирішити, застосовуючи методи математичного моделювання процесу сканерної зйомки конкретних об'єктів з використанням формули (2.12).

## 2.4 Вплив параметрів сканування та характеристик сканерів на точність отримання даних

При виконанні сканерної зйомки необхідно вибирати інструмент, параметри та технологію сканування, які дозволяють надалі створити модель об'єкта із заданою точністю та детальністю. Визначальними характеристиками лазерного сканера є:

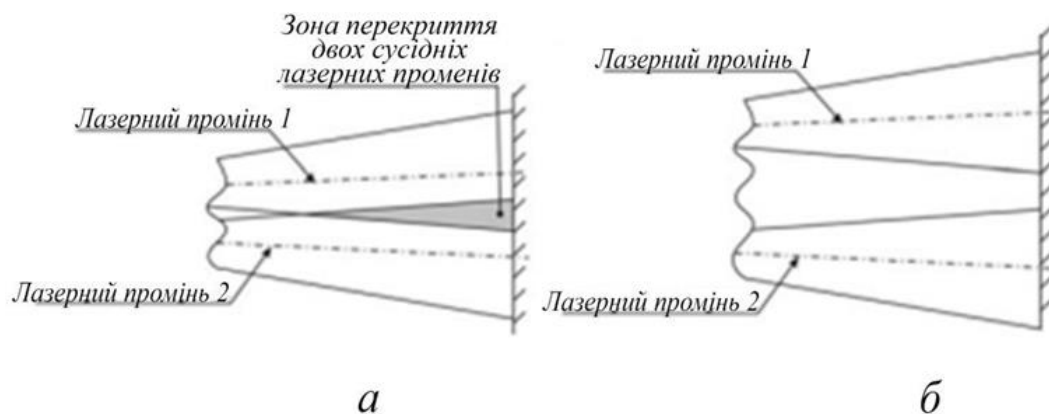
- максимальна вертикальна та горизонтальна роздільна здатність сканування;
- довжина хвилі лазерного випромінювача;
- точність вимірювання відстаней, вертикальних та горизонтальних кутів;
- розбіжність лазерного променя.

У курсі фізики використовують два поняття розбіжності лазерного променя. У першому випадку мають на увазі плоский або тілесний кут  $Q$  або  $Q_s$ , що визначає ширину діаграми спрямованості в дальній зоні за рівнем рівня кутового розподілу енергії або потужності, віднесеному до його максимального значення [26]. Найчастіше значення рівня приймається рівним 0,5 та  $1/e^2$ . Це поняття характеризує випромінювання одномодового лазера, близьке до гаусівського, що застосовується у сканерах.

Якщо проводити аналогію лазерних сканерів зі знімальними системами, то перші три характеристики будуть визначати геометричну точність побудови скана, а остання – здатність системи, що вирішує, так як ця величина показує мінімальний розмір об'єкта при заданому видаленні його від сканера для однозначного знаходження максимуму функції вхідного сигналу.

Роздільна здатність системи меншою мірою залежить від кроку сканування, ніж від розбіжності лазерного променя, оскільки при зменшенні значення кутового кроку сканування збільшується зона перекриття двох сусідніх лазерних променів, як показано на рисунку 2.8. Роздільна здатність

лазерних сканерів в основному залежить від розбіжності лазерного променя. З рисунка 2.8 можна дійти невтішного висновку, що кутовий дозвіл має меншу величину, ніж розбіжність лазерного променя. Це означає, що при заданій розбіжності лазерного променя в конкретному сканері не можна отримати на скані дрібні деталі об'єкта лише за рахунок підвищення роздільної здатності сканування.



а – максимальна роздільна здатність сканування; б – мінімальна роздільна здатність сканування.

Рисунок 2.8 – Тракткування роздільної здатності

Як відомо з курсу фізики, різні матеріали по-різному відображають випромінювання тієї чи іншої довжини хвилі. Тому будуть індивідуальні реєстровані сканером інтенсивності відбитих сигналів певної довжини хвилі. Це свідчить про різні амплітуди і фронти хвиль сигналів, що приймаються. У свою чергу, від крутості фронту хвилі залежить, наскільки правильно можна встановити моменти часу початку та закінчення надходження лазерного імпульсу на приймач, що безпосередньо впливає на похибки вимірювання відстаней.

Оскільки за результатами наземного лазерного сканування надалі відновлюється тривимірна або двовимірна модель місцевості, то для правильного її опису необхідно, щоб від кожного об'єкта зйомки відобразилося якнайбільше лазерних імпульсів, кількість яких залежить від дозволу сканування.

## **3 РОЗРОБЛЕННЯ МОДЕЛІ ПРИСТРОЮ ТРИВИМІРНОГО ЛАЗЕРНОГО СКАНУВАННЯ ОБ'ЄКТІВ**

### **3.1 Типова будова пристроїв тривимірного сканування**

В загальному, пристрої тривимірного сканування включають такі основні компоненти:

- Скануючий пристрій. Це пристрій, який використовується для вимірювання відстані до об'єкта. Скануючими пристроями можуть бути лазери, інфрачервоні далекоміри, камери або ультразвукові датчики.
- Механізм сканування. Це пристрій, який рухає скануючий пристрій по об'єкту, або сам об'єкт. Механізми сканування можуть бути обертовими, лінійними або двовісними.
- Система обробки сигналів. Це система, яка обробляє сигнали від скануючого пристрою для отримання координат точок поверхні об'єкта.
- Система відображення. Це система, яка відображає отримані координати точок поверхні об'єкта у вигляді тривимірної моделі.

### **3.2 Проектування пристрою тривимірного сканування**

Пристрій тривимірного сканування складається з лазерного лінійного діода, камери та зразка. Відстань  $d$  між камерою та лазерним діодом є фіксованою та відомою. Лазерна лінія проектується на зразок і контролюється камерою. Використовуючи відомі параметри камери, можна розрахувати кут  $\theta$  між лазером, камерою та лазерною лінією на зразку. Після обчислення цього кута відстань між лазером і зразком  $x$  можна визначити за формулою  $x = d \cdot \theta$ . За допомогою лінійного приводу ми можемо відобразити відстань  $x$  на різні значення  $y$ , коли відбувається спрацьовування. Після завершення сканування ці точки можна реконструювати в трьох вимірах,

припускаючи, що  $z$  пропорційно висоті точки на зображенні (точні значення  $z$  визначаються за допомогою відомих параметрів камери).

Практична реалізація розробленого пристрою включає наступні елементи (рис. 3.1):

- 1- Обертюва платформа для перенесення цілі, яку потрібно сканувати.
- 2- Кроковий двигун для обертання платформи.
- 3- Драйвер, для контролю швидкості обертання двигуна.
- 4- Лінійне лазерне джерело, яке забезпечує електромагнітну енергію, спрямовану на ціль для освітлення її поверхні.
- 5- Карта Arduino для керування роботою всіх пристроїв.
- 6- Веб-камера HD для визначення та запису відбитої енергії лазерного променя.
- 7- Комп'ютер ПК, весь процес сканування виконується персональним комп'ютером.

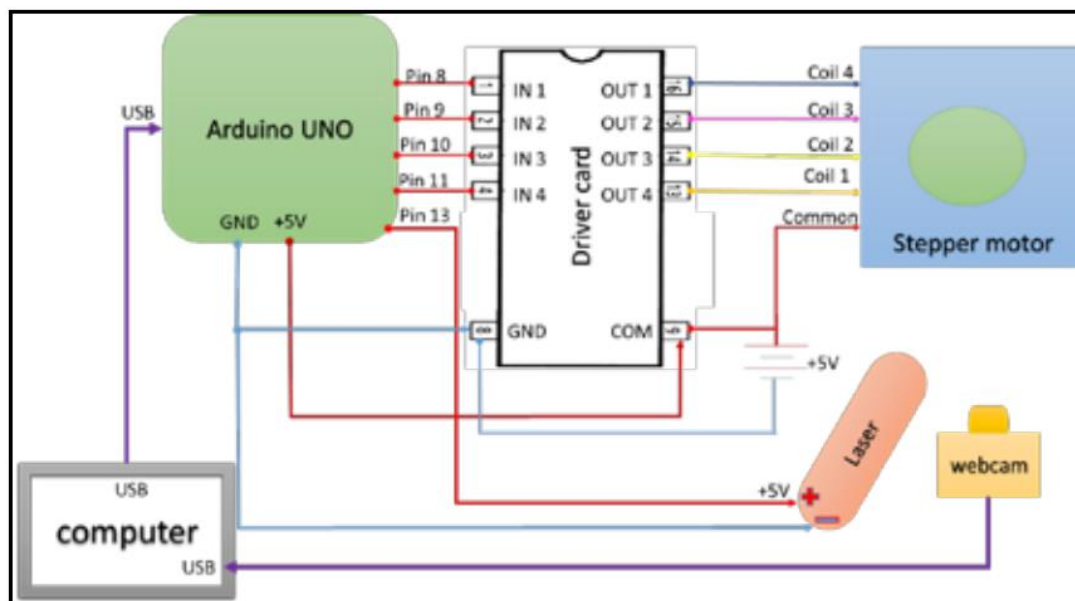


Рисунок 3.1 – Схематична реалізація пристрою сканування

Програмне забезпечення пристрою виконує дві задачі: по-перше, програмування карти Arduino для отримання інструкцій від комп'ютера та керування роботою лазера та крокового двигуна; по-друге, створення операційної системи з використанням пакета LabVIEW для керування всіма

процесами, які включають: вимірювання лазерної передачі та запис відбитої енергії від об'єкту сканування та обробку зображень. На блок-схемі (рис. 3.2) подано алгоритм роботи програмного середовища LabVIEW, що реалізує процес сканування розробленого пристрою. Для здійснення повного циклу сканування ( $360^\circ$ ) у алгоритмі програми передбачено подачу 256 імпульсів на кроковий двигун. На початку програма повинна створити папку з файлом txt, щоб зберегти результати як координати точки потрібної форми. На початку кожного кроку захоплення знімаються два зображення. Один з лазером «ON», а інший з лазером «OFF». Потім ці два зображення віднімаються, щоб отримати чисте зображення, яке містить лише лазерне світло та усуває ефект зовнішнього світла. Після цього отримане зображення змінюється в градаціях сірого, щоб видалити кольори. Потім застосовуються кілька фільтрів, щоб отримати ідеальні краї ліній. Пізніше виявлення краю використовується для визначення координат  $x$  і  $y$ . Нарешті, застосовуючи метод триангуляції, розташування кожної точки перетворюється на 3D шляхом додавання  $z$  координати і збереження на 3D зображення.

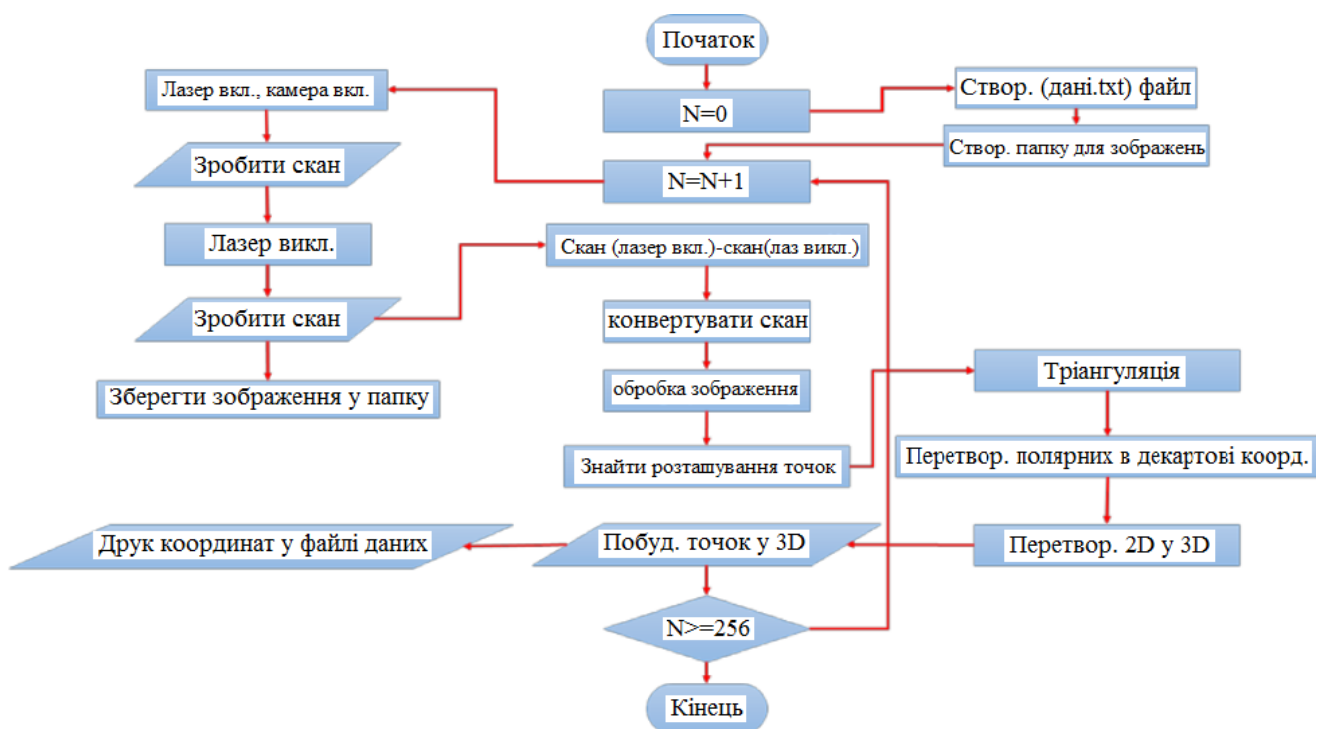


Рисунок 3.2 – Алгоритм роботи пристрою тривимірного сканування

Інтерфейс програми містить тестовий дисплей, який дозволяє користувачеві вирівнювати камеру, тобто лазерна лінія повинна проходити через центр оптичної осі камери. Крім того, поле зору (FOV) камери має охоплювати всі точки сканованого об'єкта, а кут лазера має бути відрегульований. Щоб виконати програму, як показано на блок-схемі (рис. 3.2), необхідно натиснути кнопку запуску. На передній панелі індикатор «час початку» показує час і дату запуску програми, індикатор «завантаження» відображає хід кількості виконаних кроків, «лазер на дисплеї» показує зображення коли лазер увімкнено, «laser off display» відображає зображення, коли лазер вимкнено. «Дисплей із відніманням» представляє остаточне зображення після застосування фільтрів і гострих країв. «Дисплей сканування» позначає фільтр виявлення країв, який може знайти краї лінійного лазера. Крім того, індикатор «значення x» є місцем виведення в пікселях від фільтра виявлення країв. Після застосування методу триангуляції можна знайти остаточне розташування точок. «Дисплей 3D-плоттера» показує нанесені точки в 3D для кожної лазерної лінії на кожному кроці. Нанесений 3D-об'єкт можна масштабувати та повертати на 360° вертикально та горизонтально всередині цього вікна. Нарешті, «кінцевий час» вказує на завершення програми та завершення 256 кроків шляхом повного увімкнення світлодіода та зумера. Нарешті, індикатор «Час сканування» показує час виконання програми в хвилинах.

### **3.3 Технічна реалізація розробленого пристрою сканування**

В якості основного керуючого елемента лазерного тривимірного – сканера було обрано плату на базі Arduino Uno (рис. 3.3):

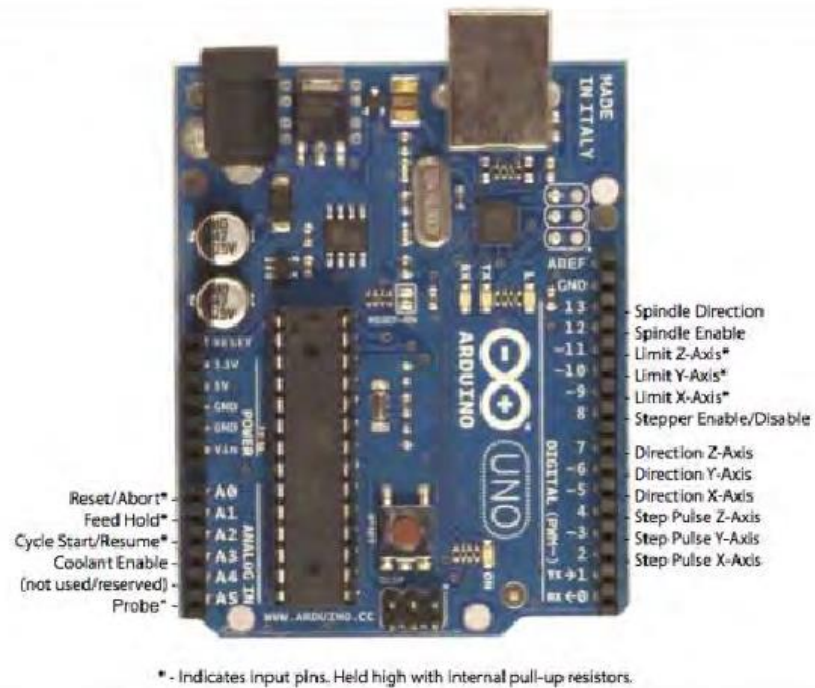


Рисунок 3.3 – Плата Arduino Uno та призначення основних пінів

Причина вибору саме цієї плати в тому, що це пристрій містить досить потужний процесорі АТmega328Р, а отже підходить для подібних завдань в силу простоти конструкції і можливості компілювати код. Базова плата керування є універсальною і масово виробляється за дуже низькою ціною.

Також у моделі передбачено використання шилду для Arduino Uno – CNC Shield V3 (рис. 3.4):

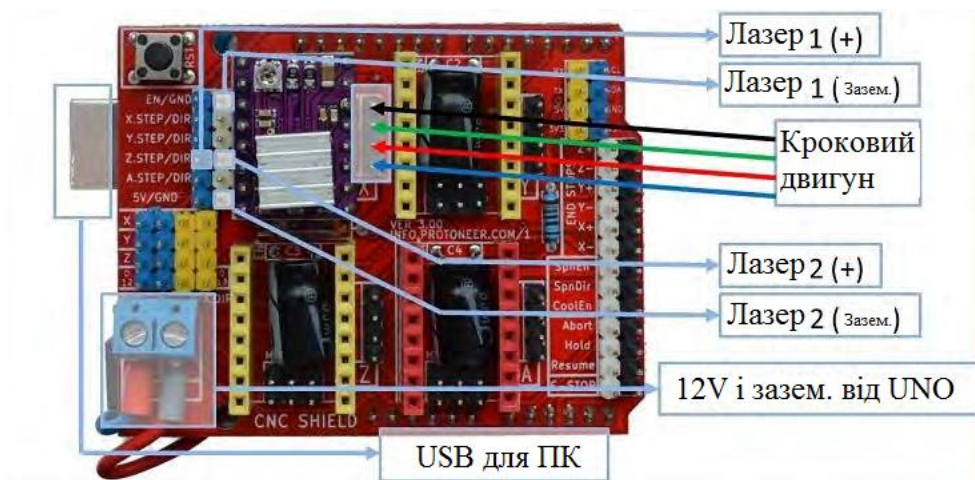


Рисунок 3.4 – CNC Shield зі схемою підключення основних елементів

Головна ідея плат Arduino полягає в тому, що ви берете базову плату керування, а потім підключаєте шилд зверху.

CNC Shield має чотири слоти, для підключення чотирьох драйверів двигунів. Слоти, позначені жовтим кольором, відповідають за вісі X, Y, Z, червоний слот за вісь A. Вісь A може лише дублювати одну з вісей X, Y, Z за допомогою додаткового двигуна і драйвера.

Також підібрано не менш важливий елемент для лазерного 3D сканера – кроковий двигун типу Nema 17 (рис. 3.5), доволі надійний та популярний у проектах такої категорії.



Рисунок 3.5 – Двополюсний кроковий двигун Nema 17

Цей двополюсний двигун чотирьохконтактний. По суті, всередині двигуна знаходяться дві котушки по два контакти. Шилд управління двигуном розрахований саме для таких двигунів і тому має чотирьохконтактний роз'єм з маркуванням 2В 2А 1А 1В. Контакти 1А і 1В підключаються до однієї з котушок двигуна, а 2А і 2В – до другої. Таке з'єднання гарантує, що двигун буде працювати правильно, а також обертається в заданому напрямку. Але, для різних режимів роботи крокового двигуна, потрібен ще й відповідний драйвер. Цей пристрій встановлює режими роботи крокового двигуна (кут повороту, напрям руху). Для крокового двигуна Nema 17 чудовим було вибрано драйвер А4988 (рис. 3.6):

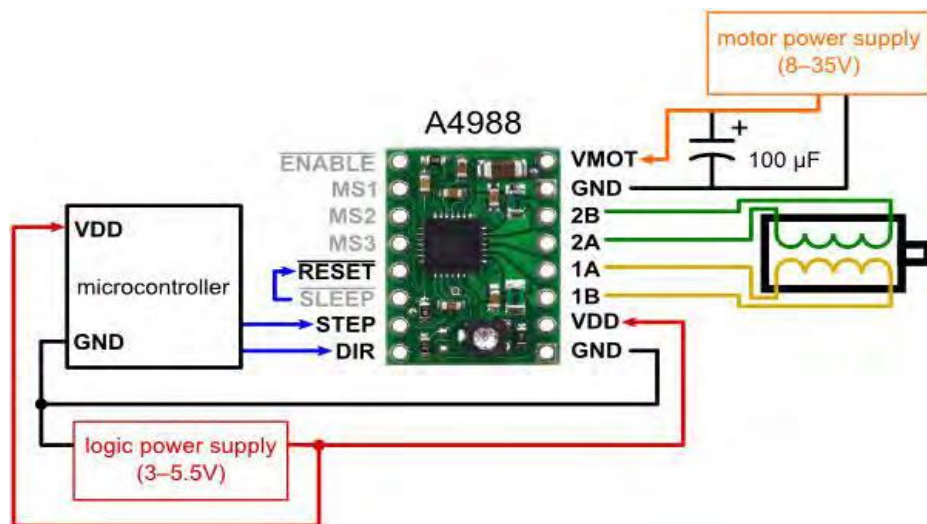


Рисунок 3.6– Модуль драйвера на мікросхемі A4988

Із головних характеристик можна відзначити те, що драйвер має захист від перевантаження, температурний захист та захист від низької напруги живлення. Досить просте керування напрямком обертання двигуна та п'ять режимів управління кроком (мікрокрок 1/2, 1/4, 1/8, 1/16).

Лазери Red Line (рис. 3.7), що використовуються в розробленому пристрої, лінійно сфокусовані з потужністю 5 мВт.

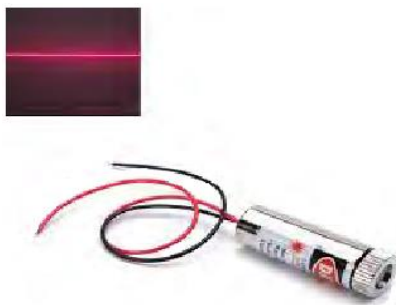


Рисунок 3.7– Модуль лінійного лазера

Кожен лазер має обертову дифракційну лінзу, встановлену спереду, яка проєктує лазерну лінію. Обертаючи лінзу можна здійснювати фокусування променя.

Два лазери підключаються до шилда керування CNC Shield так як показано на (рис. 3.4).

Вебкамера Logitech C270 (рис. 3.8), ключовим критерієм підбору цього елемента було безкоштовне ПЗ Noius, яке спеціально розроблене для лазерних 3D – сканерів та розраховане на даний перелік елементів. Основна перевага її в тому, що вона має максимальну роздільну здатність 720p/30 кадрів в секунду за досить демократичний ціник. Поле зору вебкамери становить 60° і має постійний фокус.



Рисунок 3.8 – Вебкамера Logitech C270 HD

Для детальнішого розгляду принципу роботи сучасної цифрової камери розглянемо її на прикладі цифрової камери з ПЗЗ-матрицею (рис.3.9).



Рис. 3.9. Структурна схема цифрового фотоапарату із ПЗЗ-давачем

Автоматичний фокус у цифрових камерах забезпечує вбудований в об'єктив кільцевий п'єзоелектричний двигун.

Запуск та зупинка експонування світлочутливої матриці відбувається за допомогою затвору. У звичайних цифрових камерах затвор електронний, однак у дорогих камерах він може бути доповнений механічним затвором. Він запобігає засвічуванню електронно-оптичного перетворювача після його експонування та утворенню паразитних зарядів.

Згладжувальний фільтр у конструкції цифрової камери запобігає появі муарових смуг (візерунок, що з'являється при накладенні двох періодичних сітчастих малюнків). Цей фільтр розмиває зображення незалежно від необхідності у цьому, тому різкість зображення знижується. Оптико-механічний фільтр створює мікроколивання матриці та може бути вимкнений при відсутності муарових смуг на зображенні.

Мікроконтролер контролює взаємодією елементів системи та здійснює керування всіма системами цифрової камери. У професійних камерах для обробки зображень використовують додатковий цифровий сигнальний процесор.

Світлочутливість цифрової камери завжди нижча ніж світлочутливість у камери з фото приймальною матрицею. Це обумовлено тим, що в результаті проходження світла крізь фотооб'єктив до 10% втрачається.

Порогова чутливість цифрової камери обумовлена переважно тепловим шумом, однак виробники зазначають лише еквівалентну світлочутливість. Одним із стандартів, що визначають одиниці світлочутливості є стандарт ISO. Даний стандарт дозволяє порівнювати світлочутливість фотоматеріалу та цифрової камери у заданому режимі. Визначають світлочутливість камери за значенням мінімальної освітленості, що відповідає заданому відношенню сигнал/шум.

Світлочутливість цифрових камер залежить від чутливості матриці, шумів та коефіцієнту підсилення високочастотного підсилювача, алгоритму тарозрядності АЦП. Вища розрядність АЦП забезпечує менший рівень шумів

Збільшити чутливість можливо за рахунок підвищення сигналу матриці, однак підсилення сигналу в  $n$  разів призводить до такого ж

збільшення рівня шумів. При відношенні  $S/N=10$  (20 дБ) якість зображення вважається задовільною, а при 40 (32 дБ) – відмінною.

Роздільна здатність вимірюється у мегапікселях (Мп) і визначається кількістю пікселів, що матриця може створити у цифровому зображенні. Так як роздільна здатність залежить від кількості світлочутливих елементів і не залежить від щільності їх розміщення на матриці, роздільну здатність світлочутливої матриці можна підвищити або збільшуючи розміри матриці, або зменшуючи розміри світлочутливих елементів матриці.

Роздільна здатність у свою чергу поділяється на повну та ефективну роздільну здатність. Повна роздільна здатність позначає загальну кількість пікселів на матриці. Ефективна роздільна здатність позначає кількість пікселів, яка формує зображення, так як частина пікселів, що знаходяться на периферії захищені від світла. Дані периферійні пікселі використовують для компенсації темного струму у інформаційному сигналі, що надходить з матриці. Зазвичай вони покриті непрозорим матеріалом і заряд, що накопичується в цих пікселях приймають за «рівень чорного». Від цього значення здійснюють відлік величини заряду, який був отриманий з фотонів.

Загальна апаратна реалізація системи лазерного сканування показано на рисунку 3.10.

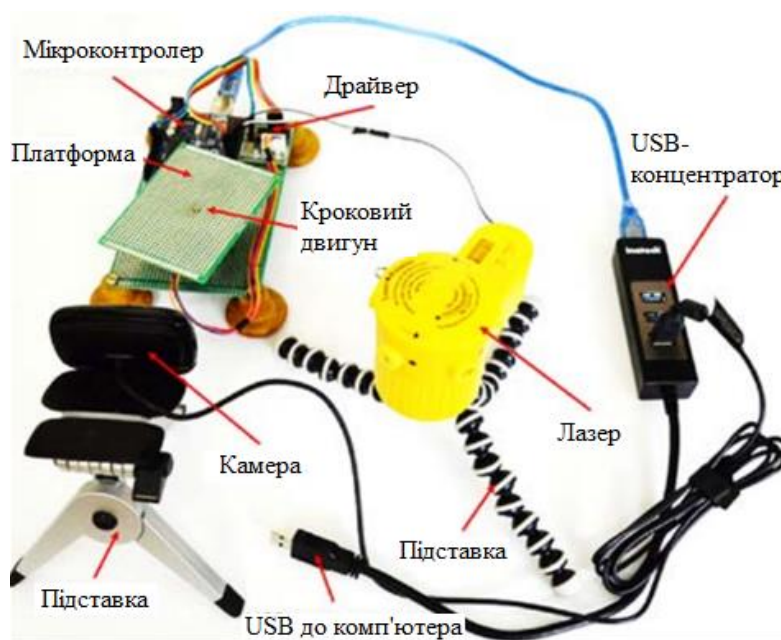


Рисунок 3.10 – Апаратна реалізація пристрою сканування

### 3.4 Метрологічна оцінка експериментальних результатів роботи пристрою тривимірного сканування

В ході експериментальних досліджень було перевірено багато об'єктів з майже однаковими розмірами, вагою та типом поверхні, але різного кольору і представлено порівняння між часом сканування та помилками кожного об'єкта.

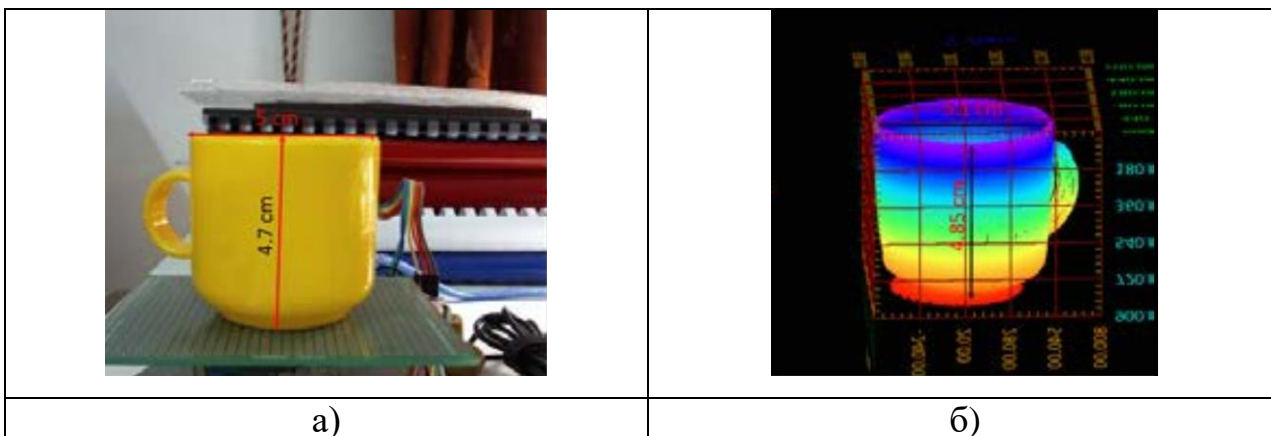
Системна похибка обчислюється за допомогою рівняння (3.1), з якого можна обчислити як похибки довжини, так і ширини [27].

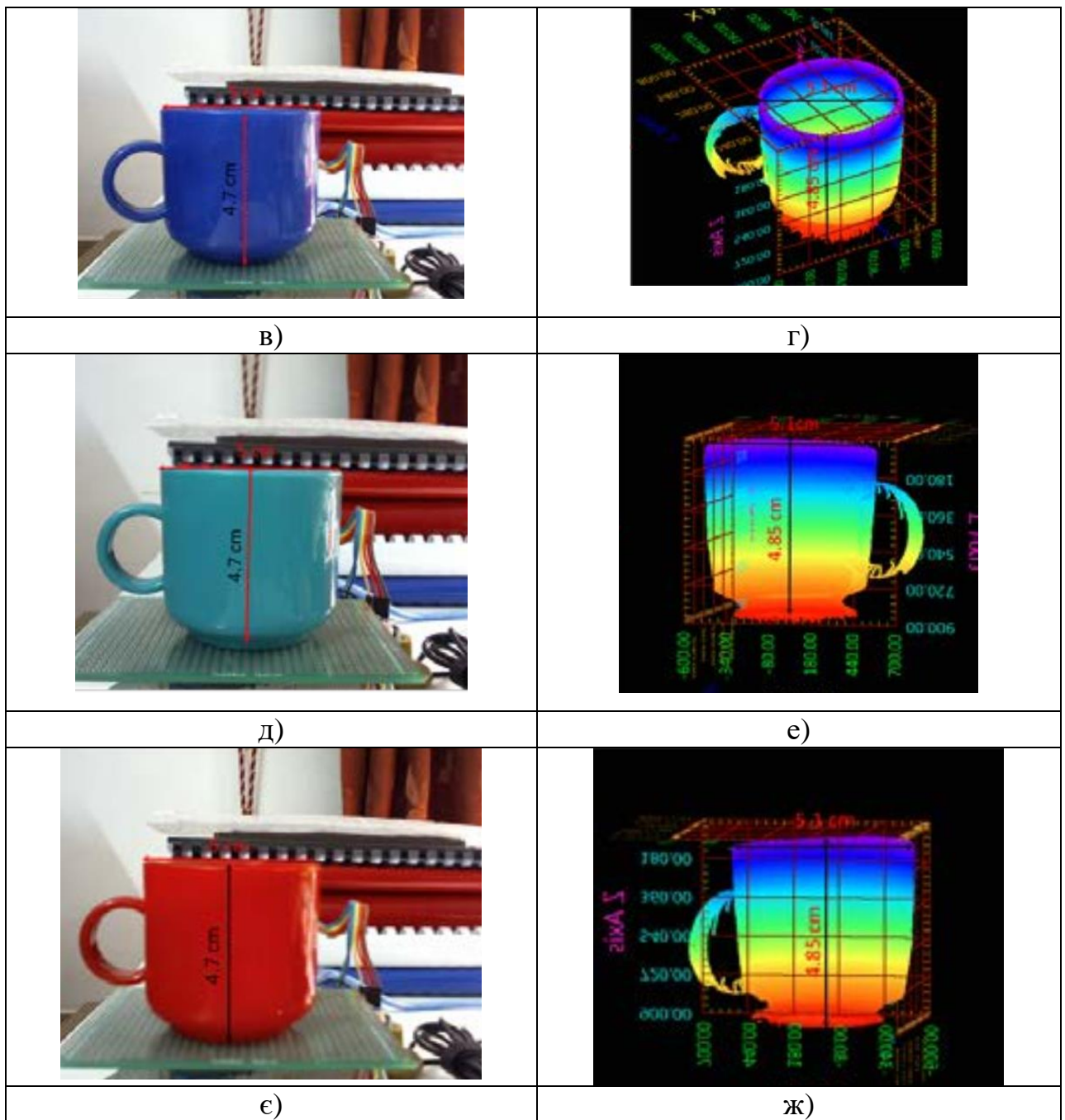
$$\text{Похибка} = \frac{\text{фактичний} - \text{цифровий}}{\text{фактичний}} \cdot 100\%, \quad (3.1)$$

де (фактичний) — це реальні розміри об'єкта, а (цифровий) — результуючі розміри зображення.

Об'єкти, які брали участь у експерименті:

Чашка: матеріал – пластик. Має розміри: довжина - 4,7 см, діаметр - 5 см (рис. 3.11 (а, в, д, е)). 3D цифрова модель високої роздільної здатності показана на рисунку 3.11 (б, г, е ж), яка, в свою чергу, має такі розміри: довжина - 4,85 см і діаметр - 5,1 см. Час сканування всіх чашок однаковий і становить 29,8 хвилин. Однак похибка довжини становить 3,1 %, тоді як похибка діаметра становить 2 %.



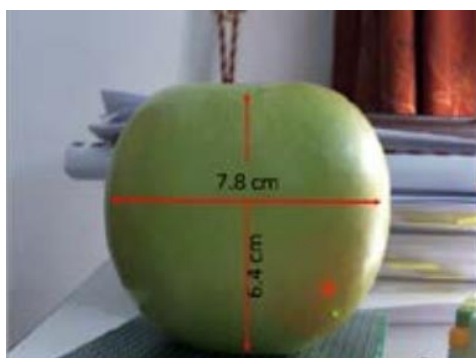


а) оригінальна жовта чашка; б) 3D цифрова модель жовтої чашки;  
 в) оригінальна синя чашка; г) 3D цифрова модель синьої чашки;  
 д) оригінальна зелена чашка; е) 3D цифрова модель зеленої чашки;  
 є) оригінальна червона чашка; ж) 3D цифрова модель червоної чашки.

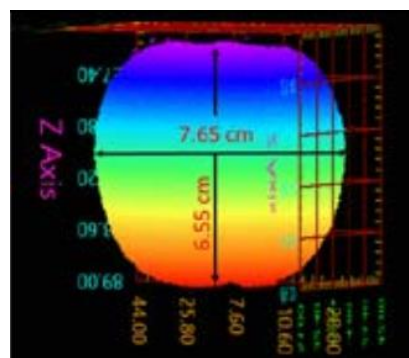
Рис. 3.10 – Фактичні та цифрові моделі сканування чашки

Плоди яблуні: їх поверхня в основному складається з целюлозного матеріалу. Вони мають такі розміри (рис 3.11 (а, в, д.)): довжини - 6,4 см; 6,5 см; 6,1 см; діаметри - 7,8 см; 6,9 см; 8,3 см. 3D цифрові моделі високої

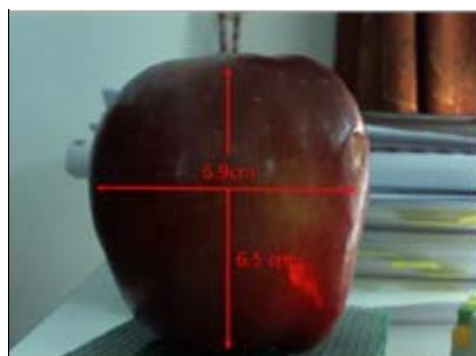
роздільної здатності показані на рисунку 3.11 (б, г, е), які, в свою чергу, мають такі розміри: довжини - 6,55 см; 6,65 см; 5,95 см і діаметри – 7,65 см; 7,05 см; 8,5 см відповідно. Час сканування зеленого яблука становить 29,9 хвилин, червоного яблука – 29,5 хвилин, а жовтого яблука – 30,1 хвилин. Середня похибка довжини становить 2,2 %, а середня похибка діаметра становить 2,3 %.



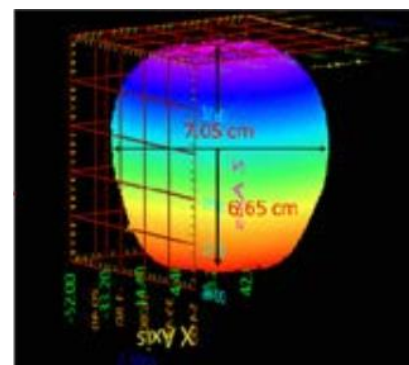
а)



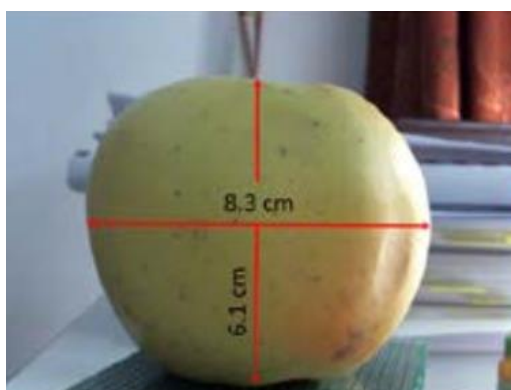
б)



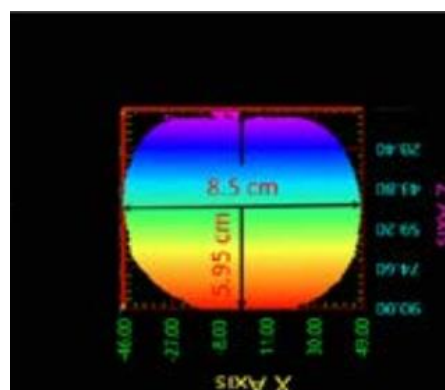
в)



г)



д)



е)

- а) Оригінальне зелене яблуко; б) 3D цифрова модель зеленого яблука;  
 в) оригінальне червоне яблуко; г) 3D цифрова модель червоного яблука;  
 д) оригінальне жовте яблуко; е) 3D цифрова модель жовтого яблука.

Рис. 3.11 – Фактичні та цифрові моделі сканування яблука

З наведених вище результатів стає зрозуміло, що форми та розміри цифрових моделей майже такі ж, як і фактичні скановані об'єкти, незважаючи на зміну їх кольорів. Іншими словами, результати сканування не залежать від кольору об'єкта, незважаючи на монохроматичність лазера.

Загальний середній час сканування системи становить 29,8 хвилин. Однак загальна середня помилка довжини в системі становить +2,65 %, тоді як загальна середня помилка ширини в системі становить +2,15 %. При цьому сумарна середня похибка в системі становить +2,4 %. Нарешті, оптимальна роздільна здатність сканування становить приблизно 0,5 мм.

Отже, можна зробити такі висновки:

- Система була застосована до багатьох об'єктів з різними кольорами. Загалом виявлено, що колір об'єктів не впливає на процес сканування.

- Цифрова модель кожного об'єкта має високу точність. Однак середня похибка довжини становить +2,65 %, тоді як середня похибка ширини становить +2,15 %; отже, можна отримувати ефективні 3D-моделі об'єктів малого масштабу. При цьому сумарна середня похибка в системі становить +2,4 %.

- Середній час сканування становить 29,8 хвилин і залежить від розміру об'єкта.

### **3.5 Методи репродукції 3D зображень**

Після успішного сканування, результат потрібно перенести у віртуальне середовище, для відтворення відсканованого об'єкту. На даний момент існує кілька методів репродукції:

1. Відтворення кресленнями. Вдалі скани конвертуються в редакторах в потрібні формати, після чого створюються готові креслення у відповідності з усіма стандартами. До основних переваг можна віднести лише можливість модифікувати креслення. До не достатків можна віднести довготривалість

цього методу і максимальна ймовірність виникнення помилок, у процесі створення, в зв'язку з людським фактором.

2. Відтворення за допомогою верстатів ЧПУ. Обладнання не з дешевих, але подібна технологія набагато ефективніша, тому що не потрібно редагувати креслення вручну. Відповідно виникнення помилок людським фактором знижується. Верстат працює наступним чином. Спочатку завантажується модель певного формату, потім вибирається матеріал і режим роботи. І як результат маємо готове відтворення з певного матеріалу.

3. Друк на 3D-принтерах. Обладнання відносно недороге. Технологія схожа на ЧПУ верстат, тільки замість цільного матеріалу, застосовується технологія пошарового наплавлення.

## ВИСНОВКИ

В даній магістерській роботі у першому розділі розглянуті основні моменти пов'язані з технологією 3D сканування, також розглянута класифікація та сфери застосування тривимірних сканерів.

В другому розділі роботи здійснено аналіз джерел похибок, що впливають на точність найпоширеніших методів сканування, а саме імпульсного, фазового та тріангуляційного методів лазерного сканування та вибрано тріангуляційний метод, як найоптимальніший для проектування пристрою тривимірного сканування у зв'язку з його високою точністю сканування, високою роздільною здатністю та нескладною апаратною реалізацією.

У ході виконання третього розділу роботи було спроектовано тривимірний лазерний сканер з застосуванням лазерної системи сканування тріангуляційним методом на базі плати керування Arduino UNO. Розроблено алгоритм роботи даного сканера та здійснено апаратну реалізацію розробленого пристрою. Досліджено точність сканування пристрою шляхом аналізу та порівняння фактичних розмірів та цифрових зображень об'єктів сканування і встановлено, що відхилення розмірів не перевищує 3%, що свідчить про його придатність до подальшого використання.

## ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Батраков С.І. Радіотехнічні ланцюги та сигнали // Радіотехніка. 1988.С. 448.
2. Байбородін Ю.В. Основи лазерної техніки. 1988. С. 383.
3. Широкова Т.А., Егорченкова К.А., Комісаров А.В. Априорна оцінка точності створення цифрових моделей місцевості и рельєфу по даним наземного лазерного сканування // Інженерні висловлювання. 2012. № 12. С. 58–60.
4. Курский Ю.С. Теоретична модель вимірювання параметрів лазерного випромінювання // Радіотехніка. 2019. № 197. С. 86–92.
5. Дубиновский В.Б., Саранцев А.І. Аналітичні моделі місцевості і знімків (макетні знімки). 1989.С. 140.
6. Антонович К. М. Використання супутникових радіонавігаційних систем в геодезії. 2006.
7. Антипов І.Т. Про математичне трактування задачі калібрування АФА // Фотограмметрія в топографогеодезичному виробництві і інженерно- геодезичній практиці. 1983. № 7. С. 3–24.
8. Антипов І.Т. Математичні основи просторової аналітичної фототріангуляції // Геодезвидав. 2003. С. 296.
9. Аникушкін М.Н. Наземні системи лазерного сканування // Геопрофи. 2005. № 1. С. 49–50.
10. Суєтін В.П. Застосування трьохвимірною лазерного сканування у вітчизняному суднобудівництві // Геопроф. 2005. № 1. С. 13–16.
11. Чибунічев А.Г. Розробка автоматизованої технології створення векторної моделі об'єкта по результатам трьохвимірною лазерного сканування і и цифрової фотозйомки // Геодезія і аерофотозйомка. 2011. № 2. С. 89–92.
12. Фрейдін А. Лазерне 3D-сканування в геодезії для будівництва // Будівельна інженерія. 2005. № 1. С. 40–43.
13. Федосов Б.Т. Про дослідження когерентного світлодалекоміра з

активним відбивачем // Геодезія и аерофотозйомка. 1981. № 5. С. 122–128.

14. Виноградов В.В. Порівняльні оцінки застосування термодинамічної й моделі атмосфери при введенні метеопоправки в світлодалекомірні вимірювання // Геодезія и аерофотозйомка. 1993. № 5. С. 18–20.

15. Скейвалас І.М. Вплив систематичної похибки на критерій ефективності оцінки математичного очікування и дисперсії // Геодезія і аерофотозйомка. 1991. № 6. С. 31–36.

16. Machekhin Y., Kurskoy Y. The Evaluation of Cooled Particles Parameters by Instruments of Nonlinear Metrology // Метрологія та прилади. 2015. № 6. С. 50–53.

17. Синькова М.Г. Фотограмметрична зйомка архітектурних споруд з використанням даних наземного лазерного сканування // Геодезія і картографія. 2002. № 2. С. 29–33.

18. Русяева О.А. Про використання функцій перетворення для дослідження рядів помилок геодезичних вимірів // Геодезія і аерофотозйомка . 1982. № 5. С. 20–27.

19. Плотніков В.С. Деякі питання характеру прояву помилок осьових систем у різних типах кутомірних приладів // Геодезія та аерофотозйомка. 1986. № 2. С. 105–110.

20. Середович В.А., Широкова Т.А. Мониторинг деформацій споруд у поєднанні з технологією тривимірного моделювання // Геодезія та картографія. 2006. № 6. С. 12–14.

21. Михайлов А.П. Застосування стереоскопічного методу для спостереження та обробки результатів тривимірного лазерного сканування // Геодезія та картографія. 2003. № 9. С. 24–28.

22. Масленников А.С. Перевірка електронних геодезичних далекомірів // Геодезія та картографія. 1996. № 2. С. 17-18.

23. Малявський Б.К. Аналітична обробка фотограмметричної інформації в інженерних цілях. 1984. С. 220.

24. Ареф'єв А.А. Дослідження впливу амплітудних спотворень

енергетичного профілю лазерного пучка на помилку виміру непрямолинійності та неплщинності // Геодезія та аерофотозйомка. 1983. № 5. С. 95-98.

25. Астапович А.В. Зрівняння геодезичних мереж з урахуванням помилок координат вихідних пунктів регуляризованим методом найменших квадратів // Геодезія та аерофотозйомка. 2002. № 3. С. 21-25.

26. Мачехін Ю.П., Курський Ю.С., Гнатенко О.С. Принципи моделювання вимірів в оптичних нелінійних динамічних системах // Радіотехніка. 2018. № 194. С. 29-33.

27. D. Guo, S. Shamai, and S. Verdú, "Mutual information and minimum mean-square error in Gaussian channels," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 51, no. 4, pp. 1261–1282, 2005.